TẠP CHÍ TOÁN TUỔI THƠ

TỔNG TẬP
Toán Tuổi Thơ
NĂM 2016

TRUNG HỌC CƠ SỞ

$y^2 + z^2$



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



NĂM THỨ
MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

155
01/2016
Giá: 10000đ

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Chúc Mừng Năm Mới



Happy New Year 2016

Toán TUỔI THƠ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN

Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS. VŨ VĂN HÙNG

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 — Tr 2
Kĩ năng vận dụng dấu hiệu chia hết với học sinh lớp 6
Thái Hữu Huệ

Học ra sao? Giải toán thế nào? — Tr 9
Khai thác bài toán hình học trong sách giáo khoa
Đậu Công Nho

Com pa vui tính — Tr 15
Có chia hết không?
Nguyễn Đức Tấn

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc — Tr 16
Đôi hoa tai biến mất
Nguyễn Quang Hiếu

Đến với tiếng Hán — Tr 18
Bài 65. Đà Nẵng nóng hơn Hà Nội
Nguyễn Vũ Loan

Học Toán bằng tiếng Anh — Tr 19
Lines
Vũ Kim Thủy

Sai ở đâu? Sửa cho đúng — Tr 20
Giá trị lớn nhất
Nguyễn Đoàn Vũ

Dành cho các nhà toán học nhỏ — Tr 22
Phân chia hình chữ nhật để ghép lại thành hình vuông (Tiếp theo kì trước)
Nguyễn Việt Hải

Đề thi các nước — Tr 24
Australian Mathematics Competition - AMC 2013 (Junior Division)
Tiếp theo kì trước
Đỗ Trung Hiệu



KĨ NĂNG VẬN DỤNG DẤU HIỆU CHIA HẾT VỚI HỌC SINH LỚP 6

THÁI HỮU HUỆ
(GV. THCS Quang Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh)

Các bài toán về chia hết ở lớp 6 có nội dung rất phong phú. Trong bài viết này chúng tôi giới thiệu một số dạng toán chia hết thường gặp để học sinh có những kĩ năng tốt hơn khi giải toán.

Bài toán 1. Tìm số tự nhiên có hai chữ số giống nhau, biết rằng số đó chia hết cho 2 và chia cho 5 dư 3.

Lời giải. Gọi số cần tìm là $\overline{aa}$ (a là chữ số khác 0).

Vì $\overline{aa}$ chia cho 5 dư 3 nên a = 3 hoặc a = 8.

Vì $\overline{aa}$ chia hết cho 2 nên a = 8.

Số cần tìm là 88.

Bài toán 2. Có bao nhiêu số tự nhiên n chia hết cho 2 và 5, biết 136 < n < 182.

Lời giải. Các số chia hết cho 2 và 5 là các số có tận cùng là 0.

Mà 136 < n < 182 nên n bằng 140, 150, 160, 170 và 180.

Vậy có tất cả 5 số.

Bài toán 3. Tìm các chữ số a, b biết $\overline{a63b}$ chia hết cho 2, 3, 5 và 9.

Lời giải. Để $\overline{a63b}$ chia hết cho 2 và 5 thì b = 0. Ta có số $\overline{a630}$ chia hết cho 9, suy ra $a + 9 \vdots 9$.

Do đó a = 9.

Vậy số cần tìm là 9630.

Bài toán 4. Tìm các chữ số a, b sao cho a – b = 4 và $\overline{87ab} \vdots 9$.

Lời giải.

Vì $\overline{87ab} \vdots 9$ nên $a + b + 8 + 7 = a + b + 15 \vdots 9$, suy ra $a + b \in \{3; 12\}$.

Mà $a + b \geq a - b = 4$. Do đó a + b = 12.

Suy ra a = 8, b = 4.

Bài toán 5. Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 10 đến 99 ta được một số tự nhiên. Hỏi số đó có chia hết cho 9 không? Tại sao?

Lời giải. Gọi A là số được viết bởi 90 số 10, 11, 12, ..., 99.

Tổng các chữ số hàng đơn vị của 90 số đó bằng (0 + 1 + 2 + ... + 9).9 = 45.9 = 405.

Tổng các chữ số hàng chục của 90 số đó bằng (1 + 2 + ... + 9).10 = 45.10 = 450.

Tổng các chữ số của số A là 405 + 450 = 855.

Vì $855 \vdots 9$ nên $A \vdots 9$.

Bài toán 6. Cho các chữ số a, b khác 0. Chứng minh rằng

a) $\overline{abba} \vdots 11$;

b) $\overline{aaabbb} \vdots 37$;

c) $\overline{ababab} \vdots 7$.

Lời giải. a) Ta có

$\overline{abba} = 1000a + 100b + 10b + a$

$= 1001a + 110b = 11(91a + 10b) \vdots 11.$

b) Ta có

$\overline{aaabbb} = 100000a + 10000a + 1000a + 100b + 10b + b$

$= 111000a + 111b = 111(1000a + b)$

$= 37.3.(1000a + b) \vdots 37.$

c) Ta có

$\overline{ababab} = 10000\overline{ab} + 100\overline{ab} + \overline{ab}$

$= 10101.\overline{ab} = 7.1443.\overline{ab} \vdots 7.$

Bài toán 7. Tìm các chữ số x, y sao cho $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36.

Lời giải. Vì $\overline{34x5y} \vdots 36$ nên $\overline{34x5y} \vdots 9$.

Suy ra $3 + 4 + x + 5 + y = (12 + x + y) \vdots 9$.

Do đó x + y = 6 hoặc x + y = 15.

Mà $\overline{34x5y} \vdots 36 \Rightarrow \overline{34x5y} \vdots 4 \Rightarrow \overline{5y} \vdots 4$.

Suy ra y = 2 hoặc y = 6.

- Nếu y = 2 thì x = 4.
- Nếu y = 6 thì x = 9 hoặc x = 0.

Vậy các cặp số (x, y) cần tìm là (4, 2), (9, 6) hoặc (0, 6).

Bài tập

Bài 1. Chứng minh rằng $\overline{ab} + \overline{ba} \vdots 11$.

Bài 2. Chứng minh rằng nếu $\overline{ab} = 2\overline{cd}$ thì $\overline{abcd} \vdots 67$.

Bài 3. Chứng minh rằng nếu $(\overline{abc} + \overline{deg}) \vdots 37$ thì $\overline{abcdeg} \vdots 37$.

Bài 4. Chứng minh rằng $A = 1\underbrace{00000...0000}_{2015 \text{ chữ số } 0} + 8$ chia hết cho 18.

VỀ CUỘC THI TOÁN PHÁT HIỆN TÀI NĂNG CỦA AUSTRALIA (AMC)

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

TẠ NGỌC TRÍ *(Hà Nội)*

Đối với học sinh Việt Nam chúng ta, đất nước Australia thường được nghĩ đến là xứ sở của chuột túi (kangaroo) hay cầu cảng Sydney nổi tiếng với những màn pháo hoa rực rỡ khi đón chào năm mới. Tuy nhiên đối với những người quan tâm đến các kì thi Olympic Toán Quốc tế IMO (International Mathematics Olympiad) thì Australia là nơi giữ kỉ lục của thí sinh nhỏ tuổi nhất đoạt huy chương vàng: Terence Tao giành huy chương vàng IMO 1988 tại Canberra khi 13 tuổi. Trên thực tế Terence Tao khi đoạt huy chương vàng đã dự thi Toán Quốc tế hai lần trước đó (năm 1986 đoạt huy chương đồng và năm 1987 đoạt huy chương bạc). Sau này, khi trưởng thành và đạt được nhiều thành công trong nghiên cứu toán học, được công nhận bởi nhiều giải thưởng toán học uy tín, trong đó có giải thưởng Fields năm 2006, GS. T. Tao, khoa Toán - Đại học California tại Los Angeles (Hoa Kỳ) vẫn dành thời gian viết lại những kinh nghiệm học toán thời tuổi trẻ của mình *(trong cuốn sách T. Tao (2006), Solving Mathematics Problems, a Personal Perspective, Oxford University Press)*. Trong cuốn sách này GS. T. Tao dẫn nhiều ví dụ là các bài toán trong các cuộc thi Toán của Australia (AMC) để trình bày các ý tưởng của mình. Trên thực tế AMC chính là nơi đã giúp Australia và thế giới tìm ra được một nhà toán học lớn, một Mozart của toán học thế giới hiện nay như nhiều người ca ngợi!



Terence Tao lúc 12 tuổi, năm 1987

AMC lần đầu tiên được tổ chức năm 1978 và cho đến năm 2015 đã có 14,5 triệu học sinh từ 30 nước trên thế giới tham dự. Cuộc thi này hiện được tài trợ bởi Ngân hàng Commonwealth và được Quỹ ủy thác Toán học Australia (Australian Mathematics Trust, AMT) quản lí. AMT tìm kiếm, phát hiện và từ đó bồi dưỡng các tài năng toán học, tin học cho Australia thông qua các cuộc thi như AMC, CAT. Cuộc thi AMC có các bài thi cho học sinh khối lớp 3-4, khối lớp 5-6, khối lớp 7-8, khối lớp 9-10, và khối lớp 11-12. Mỗi bài thi có 30 câu hỏi làm trong 60 phút (đối với các bài thi khối lớp 3-4 và khối 5-6) hoặc 75 phút với các khối lớp còn lại. Các bài toán được các chuyên gia toán học thiết kế theo đúng tiêu chí của cuộc thi *Tìm kiếm và phát hiện tài năng toán học*. Chính vì vậy các bài toán

được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, phù hợp với tất cả các trình độ học sinh. Các bài toán từ 1-10 được chấm 3 điểm/bài, từ 11-20 được chấm 4 điểm/bài, từ 21-25 được chấm 5 điểm/bài. Các bài toán "khó nhất", từ 26-30 được chấm tương ứng 6, 7, 8, 9 và 10 điểm. Điểm cao nhất của bài thi có thể đạt được của thí sinh là 135 điểm. Thí sinh dự thi sẽ được làm quen với cách làm bài toán thường thấy ở các kì thi chuẩn Quốc tế: đó là "tô" chì vào chữ cái đặt trước câu trả lời đúng. Riêng các câu 26-30 thí sinh sẽ "tô" vào các ô chỉ một số tự nhiên có ba chữ số mà thí sinh cho là đáp số của bài toán đó. Việc chấm thi hoàn toàn do máy vi tính thực hiện. Sau cuộc thi, mỗi thí sinh sẽ được AMT gửi cho một report (báo cáo) về kết quả bài thi của mình, kết quả chung của tất cả các thí sinh cùng nhóm dự thi cho từng bài toán cũng như chung cho cả bài thi. Mỗi thí sinh cũng sẽ nhận được chứng nhận của AMT về thành tích của mình trên cơ sở thành tích của các bạn khác ở cùng bang (đối với thí sinh của Australia), hoặc cùng nước tham gia dự thi. Những thí sinh xuất sắc nhất của mỗi nước dự thi sẽ được nhận Huy chương (Medal) trong một buổi lễ đặc biệt (xem thêm ở [1]). Những năm vừa qua đã có nhiều học sinh người Việt Nam tham gia thi AMC khi học ở các trường ở Singapore hay Australia và đạt thành tích rất tốt (xem [2], hoặc xem kết quả AMC từ những năm trước ở [1]).

Trong thời gian làm việc ở Australia từ tháng 5-9/2015 tại Viện Chương trình, Kiểm tra đánh giá và Cơ quan báo cáo giáo dục của Australia (ACARA) tôi đã làm việc với AMT. Được sự đồng ý của AMT chúng tôi trân trọng giới thiệu với các bạn học sinh yêu toán của Việt Nam chúng ta về AMC và mong muốn Tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ hợp tác cùng với AMT tổ chức cuộc thi AMC tại Việt Nam từ năm 2016. Ngoài cuộc thi này, chúng tôi cũng mong muốn các cuộc thi khác của AMT tổ chức như CAT hay AIMO cũng sẽ được giới thiệu tại Việt Nam. Mục đích chung là giới thiệu với các bạn học sinh những bài toán, cách thi bổ ích bằng tiếng Anh, góp phần tìm kiếm, kịp thời phát hiện những tài năng để bồi dưỡng nhân tài cho đất nước.

Tài liệu tham khảo

[1] Trang của Quỹ ủy thác Toán học Australia: http://www.amt.edu.au/

[2] http://duhoc.dantri.com.vn/du-hoc/co-gai-be-hat-tieu-va-hoc-bong-5-7-ti-dong-den-dh-stanford-danh-tieng-2015091212481183.htm

Kết quả CUỘC THI ... *(Tiếp theo trang 26)*

Suy ra ngũ giác CDOHE nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{CDH} = 90^\circ$.

Nhận xét. Bài toán này khó nên không có bạn nào giải đúng.

NGUYỄN MINH HÀ



Các bạn sau được thưởng kì này: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, *Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thùy Linh*, 8A1; *Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Thành Tú Oanh*, 9D, THCS Trung Đô, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

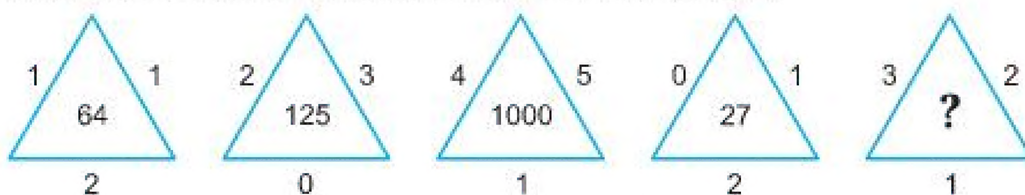




Kì này SỐ NÀO MỚI ĐÚNG ĐÂY?

Bài 1. Tìm phân số tiếp theo của dãy phân số $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{13}, \frac{1}{21}, \frac{1}{31}, \ldots$

Bài 2. Hãy tìm số thích hợp để điền vào dấu ? cho hợp lôgic.



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ NÀO ĐÚNG NHỈ? (TTT2 số 153)

Nhận xét. Kì này câu a) hơi khó, rất ít bạn phát hiện ra quy luật.

Câu b) tương đối dễ, tuy nhiên nhiều bạn tìm đúng dấu hiệu đặc trưng của các số hạng trong dãy, nhưng ghi kết quả sai, cho rằng số 91 là số nguyên tố (mà 91 = 13.7 là hợp số).

Quy luật. a) Ta viết lại dãy số đã cho thành

$2; \frac{5}{3}; \frac{13}{7}; \frac{39}{15}; \frac{151}{31}; \ldots$

Ta thấy $2 = \frac{1!}{2^1 - 1} + 1; \frac{5}{3} = \frac{2!}{2^2 - 1} + 1;$

$\frac{13}{7} = \frac{3!}{2^3 - 1} + 1; \ldots$

Số hạng tổng quát của dãy có dạng $U_n = \frac{n!}{2^n - 1} + 1.$

Theo quy luật đó, số hạng tiếp theo của dãy (số hạng thứ 6) là

$\frac{6!}{2^6 - 1} + 1 = \frac{720}{63} + 1 = \frac{783}{63} = \frac{87}{7} = 12\frac{3}{7}.$

b) Dãy số 11; 31; 41; 61; 71; ... gồm *các số nguyên tố liên tiếp có tận cùng bằng 1*. Vậy số tiếp theo của dãy là **101**.

Xin trao thưởng cho bạn: *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Đỗ Tiến Dũng, Hà Bảo Linh*, 6D, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Vũ Đức Duy*, 8E2, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Kết quả (TTT2 số 153)

THẾ CỜ (Kì 76)

1.♕h6 gxf6 [1...gxh6 2.♘e7#] 2.♘e7+ ♔h8 3.♕xf6#

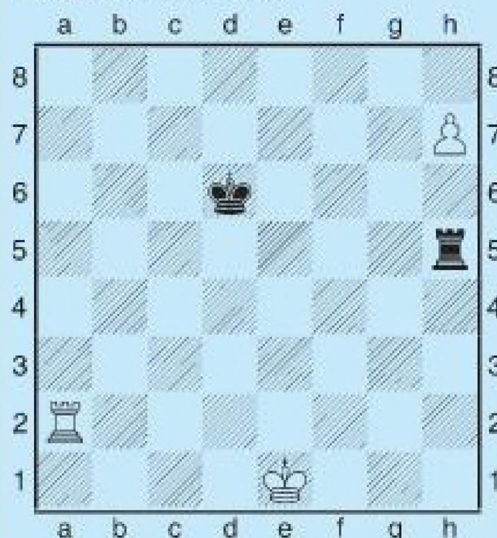


Các bạn sau được thưởng kì này: *Phan Văn Tài*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuệ An*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phan Thu Trang*, 9A1, THCS Chất lượng cao, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Thanh Tùng*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lưu Trường Giang*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc.**

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 78)

Trắng đi trước thắng.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Bạn có biết

10 HOẠT ĐỘNG VÀ SỰ KIỆN CỦA TOÁN TUỔI THƠ NĂM 2015

1. Bắt đầu hoạt động Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp trường, huyện, tỉnh, tạo không khí mới cho dạy - học toán ở TH và THCS.
2. Tổ chức hội thảo Toán Tuổi thơ tại Đồng bằng sông Cửu Long; đại biểu các địa phương: TP. Hồ Chí Minh, Cần Thơ, Bạc Liêu, Cà Mau, Hậu Giang, Kiên Giang, Sóc Trăng, Tiền Giang, Trà Vinh, Vĩnh Long về dự tại Cần Thơ.
3. Tổ chức Cuộc thi tìm hiểu Cộng đồng ASEAN hướng tới ngày thành lập Cộng đồng ASEAN 31.12.2015.
4. Tổ chức Cuộc thi Đặc biệt nhân 15 năm Toán Tuổi thơ (25.10.2000 ra số đầu tiên, 30.1.2002 thành lập đơn vị).
5. Hợp tác với Online Math, Classbook để xuất bản các ấn bản điện tử.
6. Các hoạt động kỉ niệm 15 năm Toán Tuổi thơ như: chuẩn bị cho Ngày Toán Tuổi thơ, ra Kỉ yếu Toán Tuổi thơ theo dòng thời gian, Thi liên tỉnh CLB.
7. Đi công tác nhiều tỉnh thành: Nam Định, Thái Bình, Hà Nam, Hải Dương, Bắc Ninh, Phú Thọ, Hải Phòng, Quảng Ninh, Bà Rịa - Vũng Tàu, Đà Nẵng, TP. Hồ Chí Minh, Cần Thơ.
8. Tham dự các Hội thảo toán của Hội Toán học Việt Nam, Hội thảo toán Quốc tế ICME 2015 tại ĐH Bách Khoa.
9. Tái bản 2 cuốn sách Tuyển chọn 10 năm Toán Tuổi thơ, 279 Bài toán hình học phẳng Olympic các nước được bạn đọc yêu thích.
10. Tặng sách cho thư viện các trường ở Nam Lợi, Nam Trực, Nam Định, Xuân Hòa, Hà Quảng và Quảng Hưng, Quảng Uyên, Cao Bằng. Tặng quà Tết các gia đình chính sách ở Mộ Lao, Hà Đông, Hà Nội.

VŨ ĐÔ QUAN

Kết quả EXPRESSION, VARIABLE AND POLYNOMIAL (TTT2 số 153)

Đại số là một ngành trong toán học, nó dựa trên những phép toán: cộng, trừ, nhân, chia của số học và dựa trên khái niệm của đại lượng chưa biết hoặc biến. Những chữ cái như x hoặc y được sử dụng để biểu thị những đại lượng chưa biết. Một sự kết hợp giữa các chữ cái và phép toán số học, như B + 3, $6x^2 - 5x + 1956$ và $\frac{2x^3}{1981x - 1984}$ được gọi là biểu thức đại số.

Biểu thức $6x^2 - 5x + 1956$ bao gồm các số hạng $6x^2$, $-5x$ và 1956; 6 là hệ số của x^2, -5 là hệ số của x và 1956 là một hằng số (hoặc là hệ số của x^0). Biểu thức B + 3 là đa thức bậc nhất của B vì lũy thừa cao nhất của B là 1. Biểu thức B + 3 là một đa thức tuyến tính của B.

Biểu thức $6x^2 - 5x + 1956$ được gọi là đa thức bậc hai của x vì lũy thừa cao nhất của x là 2. Biểu thức $6x^2 - 5x + 1956$ được gọi là đa thức bậc hai của x.

Biểu thức $\frac{2x^3}{1981x - 1984}$ không phải là một đa thức.



Nhận xét. Kì này có rất nhiều bạn tham gia dịch và gửi bài về tòa soạn. Hầu hết các bạn đều hiểu nội dung và lời dịch tương đối gãy gọn. Các bạn xuất sắc nhất được nhận quà kì này: *Trần Diệu Linh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Kiều Bảo My*, 9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phạm Thùy Linh, Nguyễn Đức Tấn*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8E, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang**; *Hoàng Hà My*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Vũ Thái Thùy Linh*, 8B; *Hoàng Thị Trang*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Trinh Tuấn Đạt*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Thị Mai Anh*, 7D; *Thái Anh Quân*, 8A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Hưng Phát*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Thân Hoài Thương*, 7/7, THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, **Quảng Nam**.

Các bạn sau được khen kì này: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Út Thơm*, 8A1; *Ngô Thị Thuyết*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Nguyễn Ngọc Giang*, 7D, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Băng Băng*, 7C; *Võ Trà My, Phạm Thị Ngọc Diệp*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Thành Tú Oanh*, 9D, THCS Trung Đô, TP. Vinh, **Nghệ An**.

ĐỖ TRUNG KIÊN

KẾT QUẢ PHIẾU THĂM DÒ
DO ĐỘC GIẢ GỬI TỚI

Tạp chí Toán Tuổi thơ muốn mang đến bạn đọc một hình ảnh mới về cả nội dung và hình thức. **PHIẾU THĂM DÒ** là nơi đóng góp ý kiến của bạn đọc giúp chúng tôi định hướng, điều chỉnh nội dung cho phù hợp. Sau đây là kết quả mà Tạp chí đã tổng hợp.

Bạn đọc Toán Tuổi thơ 2 lần đầu tiên khi nào?

Đặt mua dài hạn qua bưu điện chiếm tỉ lệ cao nhất 61% tổng số phiếu.

Đánh giá chung mức độ đề thi giải toán qua thư:

Sau khi chúng tôi tổng hợp lại thì các bài toán trong chuyên mục này được độc giả đánh giá là ở mức độ vừa phải chiếm 54,3% và ở mức độ khó chiếm tỉ lệ thấp.

Bạn thích chuyên mục nào nhất?

Các phiếu cho thấy hầu hết các chuyên mục của Tạp chí Toán Tuổi thơ 2 đều được các bạn yêu thích, đặc biệt là các chuyên mục: Thám tử Sêlốccốc; Đề thi giải toán qua thư; Thế cờ; Đo trí thông minh; Vào thăm vườn Anh; Học Toán bằng Tiếng Anh; Dành cho học sinh lớp 6 & 7; Học ra sao? Giải toán thế nào?; Sai ở đâu? Sửa cho đúng; Đề thi học sinh giỏi - Đề thi trường chuyên; Giờ ra chơi; Cuộc thi vui hè; Đề thi các nước; Góc Olympic; Rubic hỏi đáp; Nhìn ra thế giới; Trường Olympic; Trang thơ; Dành cho các nhà toán học nhỏ; Ôn tập cùng bạn; Những đường cong toán học; Thách đấu; Bong bóng thì chìm ...

Chuyên mục nào cần tăng thêm diện tích, tần số xuất hiện hàng tháng?

Có rất nhiều chuyên mục được các bạn đọc yêu cầu cần được tăng thêm. Sau đây là những chuyên mục được yêu cầu với tỉ lệ cao nhất: Thám tử Sêlốccốc; Đề thi giải toán qua thư; Vào thăm vườn Anh; Thế cờ; Học ra sao? Giải toán thế nào?; Đề thi học sinh giỏi - Đề thi trường chuyên; Dành cho học sinh lớp 6 & 7; Đo trí thông minh; Giờ ra chơi; Học toán bằng Tiếng Anh; Từ Zero đến vô cùng; Ôn tập cùng bạn; Toán quanh ta; Đề thi các nước, khu vực; Compa vui tính; Trò chuyện; Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh ...

Chuyên mục nào cần rút gọn số trang, tần số xuất hiện hàng tháng?

Rất ít chuyên mục độc giả yêu cầu cần giảm, tỉ lệ thống kê được là không đáng kể. Về hình thức mua Tạp chí thì phương án muốn đặt Tạp chí dài hạn qua bưu điện chiếm 45%, mua ở trường chiếm 45%. Hai phương án này chiếm tỉ lệ khá cao so với các phương án còn lại.

Về phần đánh giá chung Tạp chí thì hầu hết đều là các phản hồi tích cực: Nội dung phong phú đa dạng, nhiều điều mới mẻ, hình thức báo đẹp; nhờ chuyên mục **Dành cho học sinh lớp 6 & 7** đã giúp các bạn học lớp 6 & 7 học môn Toán tốt hơn ... Có rất nhiều bạn còn yêu cầu mỗi tháng, Tạp chí nên ra 2 số và thêm chuyên mục **Học tin học**, trang **Giao lưu Toán học**, ... Thật ra tạp chí đã có chuyên mục **Kết nối 3T**.

Kết quả phiếu thăm dò trên sẽ là căn cứ để chúng tôi xem xét, thay đổi cho phù hợp hơn. Hi vọng Tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ luôn là cuốn Tạp chí mà các bạn mong chờ đón đọc hàng tháng.

TTT



LỜI GIẢI ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN HỌC TRẺ QUỐC TẾ CIMC TẠI TRUNG QUỐC 2015 (CIMC)

(Tiếp theo kì trước)

ThS. PHÙNG KIM DUNG, CAI VIỆT LONG
(GV. THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)
TS. NGUYỄN VIỆT HẢI *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

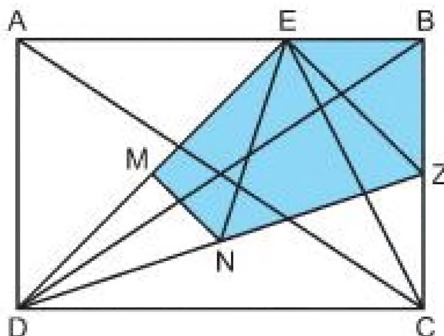
11. Gọi ba số đang xét là $n_1 = \overline{aa}$, $n_2 = \overline{ba}$, $n_3 = b$ với a, b là các chữ số khác 0.

● Giả sử n_1 là số nguyên tố thì $n_1 = 11$. Giả sử n_3 là số nguyên tố thì n_3 có thể bằng 2 hoặc 5 vì 21 và 51 không phải là số nguyên tố, nhưng không phải là 3 hay 7 vì 31 và 71 là số nguyên tố. Giả sử n_2 là số nguyên tố thì n_3 không là số nguyên tố. Vì thế n_3 có thể là 4 hoặc 6 vì 41 và 61 là số nguyên tố, nhưng không phải 8 hoặc 9 vì 81 và 91 không phải là số nguyên tố. Ta đã có 4 cách chọn.

● Giả sử n_1 không phải là số nguyên tố thì n_2 và n_3 đều là số nguyên tố. Nếu $n_3 = 2$ thì n_2 là 23 hoặc 29. Nếu $n_3 = 3$ thì $n_2 = 37$ vì $n_1 \neq 11$. Nếu $n_3 = 5$, thì n_2 là 53 hoặc 59. Nếu $n_3 = 7$ thì n_2 có thể là 73 hoặc 79. Ta có thêm 7 cách chọn. Vậy tổng cộng có 11 cách chọn.

12. Theo giả thiết $a = 5b + r = 3r + b$ với $1 \le b \le 2$ và $1 \le r \le 4$. Từ đó $2r = 4b \Leftrightarrow r = 2b$. Điều này xảy ra khi và chỉ khi (b, r) bằng (1, 2) hoặc (2, 4), tức là a có thể bằng 7 hoặc 14. Tích cần tìm là 7.14 = 98.

13.



Ta có $S_{DEZ} = 2S_{DEN} = 4S_{MEN} = 20$ (cm^2) và $S_{MEZN} = S_{DEZ} - S_{DMN} = S_{DEZ} - S_{EMN} = 15$ (cm^2).
Do AB = 3BE và BC = 2BZ nên $S_{ABCD} = 2S_{ADB} = 3S_{AED}$ và $S_{ABCD} = 2S_{BCD} = 4S_{ZCD}$ còn $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 6S_{BCE} = 12S_{BEZ}$.
Từ đó $S_{DEZ} = S_{ABCD} - S_{ADE} - S_{ZCD} - S_{BEZ}$

$$= S_{ABCD}\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{3}S_{ABCD}.$$

Suy ra $S_{ABCD} = 3S_{DEZ} = 60$ (cm^2) và $S_{BEZ} = 5$ (cm^2).
Vậy $S_{MEBZN} = S_{MEZN} + S_{BEZ} = 15 + 5 = 20$ (cm^2).

14. Ta chia 12 số thành 3 lớp. Lớp A gồm 4 số x_1, x_2, x_3, x_4 có dạng 3k với k = 1, 2, 3, 4. Lớp B gồm 4 số y_1, y_2, y_3, y_4 có dạng 3k + 1 với k = 0, 1, 2, 3. Lớp C gồm 4 số z_1, z_2, z_3, z_4 có dạng 3k + 2 với k = 0, 1, 2, 3.
Để chia 12 số thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm 3 số có tổng chia hết cho 3 thì trong một nhóm bất kì chỉ có thể có 1 số hoặc 3 số thuộc lớp A. Cách chia thứ nhất có dạng $\{x_1, x_2, x_3\}$; $\{x_2, y_2, z_2\}$; $\{x_3, y_3, z_4\}$; $\{x_4, y_4, z_4\}$. Lúc đó có 4.4.4 = 64 cách chọn nhóm đầu tiên và ba nhóm còn lại được xác định. Cách chia thứ hai có dạng $\{x_1, x_2, x_3\}$; $\{x_4, y_1, z_1\}$; $\{y_2, z_2, z_3\}$; $\{y_3, y_4, z_4\}$. Lúc đó có 4.4.4 = 64 cách chọn nhóm $\{x_4, y_1, z_1\}$, 3 cách chọn y_2 và 3 cách chọn $\{z_3, z_4\}$ nên có tất cả 64.3.3 = 576 cách chọn.
Vậy tổng số có 64 + 576 = 640 cách chọn.

15. Kí hiệu số b "theo sau" số a là b = s(a). Theo giả thiết b = s(a) nếu: $1 \le b - a \le 9$ tức là $b - 9 \le a \le b - 1$. (*) hoặc $10 \le a - b \le 18$ tức là $b + 10 \le a \le b + 18$. (**)

a) Với mỗi số b mà $10 \le b \le 19$ thì có 9 số "theo sau" b là b – 9, b – 8, ..., b – 1.
Với mỗi số b mà $1 \le b \le 9$ thì có 9 số "theo sau" b là b + 10, b + 11, ..., b + 18.

b) Trong 9 số "theo sau" số b ban đầu ta chọn ra hai số a = s(b) và c = s(b). Xét các trường hợp sau:

● Nếu $1 \le a < c < b \le 19$ thì xảy ra (*) đối với a, b và (*) đối với b, c nên có $1 \le c - a \le (b - 1) - (b - 9) = 8$, do đó c = s(a).



KHAI THÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC trong sách giáo khoa

ĐẬU CÔNG NHO
(GV. THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, Nghệ An)

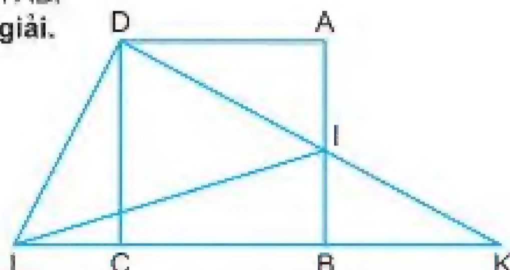
Từ những bài toán trong sách giáo khoa nếu nghiên cứu sâu và khai thác thì sẽ giúp các em học sinh củng cố, khắc sâu kiến thức và khơi dậy tư duy sáng tạo khi học môn toán. Chúng ta cùng khai thác một bài toán hình học trong sách giáo khoa Toán 9 (*Bài 9, trang 70, Toán 9, tập I, NXBGD Việt Nam năm 2005*).

Bài toán 1. Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm nằm giữa A và B. Tia DI và tia CB cắt nhau ở K. Kẻ đường thẳng qua D, vuông góc với DI và cắt đường thẳng BC tại L. Chứng minh rằng

a) Tam giác DIL là tam giác cân.

b) Tổng $\frac{1}{DI^2}+\frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB.

Lời giải.



a) Ta có $\Delta DAI = \Delta DCL$ (g.c.g)

Suy ra DI = DL, do đó ΔDIL cân tại D.

b) Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông DLK, ta có

$$\frac{1}{DI^2}+\frac{1}{DK^2}=\frac{1}{DL^2}+\frac{1}{DK^2}=\frac{1}{DC^2}. \text{ (không đổi)}$$

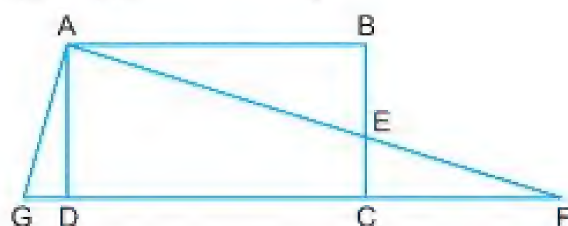
Nhận xét. *Từ bài toán 1 nếu thay hình vuông ABCD bằng hình chữ nhật với AB = tBC ta có bài toán sau:*

Bài toán 2. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = tBC. Trên cạnh BC lấy điểm E. Tia AE cắt đường thẳng CD tại F. Chứng minh rằng $\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{t^2AF^2}$.

Lời giải. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AE cắt đường thẳng CD tại G.

Ta có $\Delta ABE \backsim \Delta ADG$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AE}{AG}=\frac{AB}{AD}=t \Rightarrow AG=\frac{AE}{t}.$$



Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có

$$\frac{1}{AG^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{AE}{t}\right)^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{\left(\frac{AB}{t}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AB^2}=\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{t^2AF^2}.$$

Các bạn hãy giải các bài tập sau nhé

Bài 1. Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm nằm giữa A và B. Tia DI và tia CB cắt nhau ở K. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với DI, cắt đường thẳng BC tại L. Trên tia đối của tia DL lấy điểm E sao cho DE = DK. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của EK, LI. Chứng minh rằng M, N nằm trên đường thẳng cố định khi I thay đổi trên cạnh AB.

Bài 2. Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm nằm giữa A và B. Gọi M và N là các điểm đối xứng với I lần lượt qua AC và BD. Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với MN tại H. Chứng minh rằng khi I di động trên AB thì đường thẳng IH luôn đi qua một điểm cố định.

- Nếu $1 \le b < a < c \le 19$ thì xảy ra (**) đối với a, b và (**) đối với b, c nên có $1 \le c - a \le (b + 18) - (b + 10) = 8$, do đó c = s(a).
- Nếu $1 \le a < b < c \le 19$ thì xảy ra (*) đối với a, b và (**) đối với b, c nên có $c - a \ge (b + 10) - (b - 1) = 11$ và $c - a \le 18$, do đó a = s(c).

c) Như vậy khi chọn hai số bất kì trong 9 số mà chúng đều "theo sau" b thì luôn có bộ ba số thỏa mãn a = s(b), c = s(b) và c = s(a) hoặc a = s(c), do đó có $C_9^2 = 9.4 = 36$ cách chọn. Kết hợp với lấy 19 số b ban đầu thì có tất cả 19.36 = 684 cách chọn.



ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 TP. BUÔN MA THUỘT, ĐẮK LẮK

Năm học 2014 - 2015

Bài 1. 1) a) Ta có

$$M = \frac{-2(\sqrt{a}+1)}{ab-1}\cdot\frac{ab-1}{-2\sqrt{ab}(\sqrt{a}+1)} = \frac{1}{\sqrt{ab}}.$$

b) Ta có $M = \frac{1}{\sqrt{ab}} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{1}{4}\cdot 6^2 = 9.$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = \frac{1}{9}$.

Vậy MaxM = 9 khi $a = b = \frac{1}{9}$.

2) Ta có

$$x = \frac{3(2-\sqrt{5})\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2}}{\sqrt{5}+\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}} = \frac{3(4-5)}{\sqrt{5}+3-\sqrt{5}} = -1.$$

Do đó A = –1.

Bài 2. a) Khi m = –1 ta có

$$\begin{cases}-x-y=-3\\-x-4y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=5\\y=-2.\end{cases}$$

b) Ta có

$$\begin{cases}-x+my=-3\\mx-4y=m+4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=my+3\\(m^2-4)y=-2m+4.\end{cases}$$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m \ne \pm 2$. Khi đó $x = \frac{m+6}{m+2}; y = \frac{-2}{m+2}$.

Do đó $x + y = \frac{3}{m} \Leftrightarrow m = -3$ (Vì $m \ne \pm 2$)

c) Xét $m = -2$; $m = 2$; $m \ne \pm 2$.

- Với $m > -2$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất như trên.
- Với $m = 2$ thì hệ phương trình có vô số nghiệm với $-3 < 2y < 0$, còn $x = 2y + 3$.

Bài 3. 1) Gọi số xe trọng tải 4 tấn, 11 tấn lần lượt là x (xe), y (xe) (Điều kiện $x, y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có $4x + 11y = 47$.

Suy ra $y < 5$ và $(y - 1) \vdots 4$ nên $y = 1$, từ đó $x = 9$.

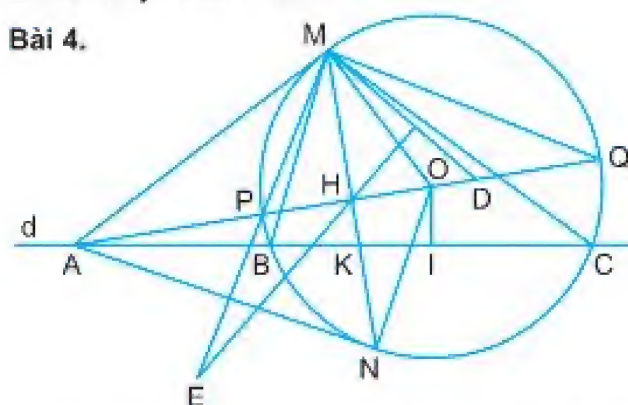
Vậy có 9 xe trọng tải 4 tấn, 1 xe trọng tải 11 tấn.

2) Ta có $(ax + by + cz)(x + y + z) = 0$ (Vì $x + y + z = 0$) $\Rightarrow (ax^2 + by^2 + cz^2) + xy(a + b) + yz(b + c) + zx(c + a) = 0$. Do $a + b + c = 0$ nên $(ax^2 + by^2 + cz^2) - cxy - ayz - bzx = 0$.

$$\Rightarrow (ax^2+by^2+cz^2) - xyz\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}\right) = 0$$

$$\Rightarrow ax^2+by^2+cz^2 = 0.$$

Bài 4.



a) Các điểm O, M, A, N, I cùng nằm trên đường tròn đường kính OA.

b) Ta chứng minh được $AI.AK = AH.AO = AM^2 = AB.AC$. Suy ra $AK = \frac{AB.AC}{AI}$ không đổi.

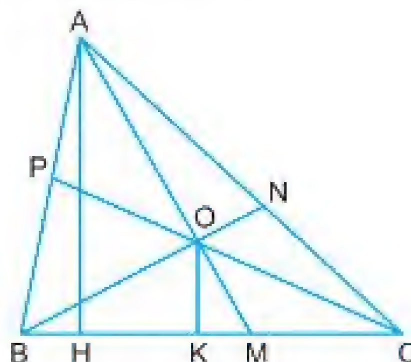
c) Ta chứng minh được

$$\frac{EM}{MQ} = \frac{HM}{DQ}; \frac{MP}{MQ} = \frac{HM}{HQ} \Rightarrow \frac{2MP}{MQ} = \frac{2HM}{HQ}.$$

Do đó $\frac{2MP}{MQ} = \frac{HM}{DQ}$. Suy ra EM = 2MP.

Vậy P là trung điểm của ME.

Bài 5.



Vẽ $AH \perp BC$, $OK \perp BC$. Ta có

$$\frac{AM}{OM} = \frac{AH}{OK} = \frac{S_{ABC}}{S_{OBC}} = 1 + \frac{S_{OAB}}{S_{OBC}} + \frac{S_{OAC}}{S_{OBC}}.$$

Chứng minh tương tự rồi cộng theo từng vế các đẳng thức đó, áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được đpcm.

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 QUẬN 9 TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2014 - 2015

***Thời gian làm bài:* 120 phút**

Bài 1. *(4 điểm)*

a) Tìm các số nguyên a, b, c, d sao cho $|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-a|=2015$.

b) Cho $A=\dfrac{7^{2011}+1}{7^{2013}+1}$; $B=\dfrac{7^{2013}+1}{7^{2015}+1}$. Hãy so sánh A và B.

Bài 2. *(5 điểm)* Tính

a) $A=\left(\dfrac{1}{1009}+\dfrac{1}{1010}+\ldots+\dfrac{1}{2015}+\dfrac{1}{2016}\right):\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\ldots+\dfrac{1}{2015}-\dfrac{1}{2016}\right)$;

b) $B=\dfrac{5x^2+3y^2}{10x^2-3y^2}$ biết $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}$;

c) $C=\left(1-\dfrac{z}{x}\right)\left(1-\dfrac{x}{y}\right)\left(1+\dfrac{y}{z}\right)$ biết $x, y, z \neq 0$ và $x-y-z=0$.

Bài 3. *(4 điểm)*

a) Tìm ba số a, b, c biết rằng $\dfrac{a}{12}=\dfrac{b}{9}=\dfrac{c}{5}$ và $abc=20$.

b) Tìm ba số có tổng bằng 420; biết rằng $\dfrac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\dfrac{9}{11}$ số thứ hai và bằng $\dfrac{2}{3}$ số thứ ba.

Bài 4. *(4 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A với $\widehat{ACB}=15^0$. Trên tia BA lấy điểm O sao cho BO = 2AC. Chứng minh rằng tam giác OBC cân.

Bài 5. *(2 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A với BD là đường phân giác. Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt tia BD tại E. Chứng minh rằng chu vi tam giác ABD nhỏ hơn chu vi tam giác CDE.

Bài 6. *(1 điểm)*

Có 10 hộp thuốc, mỗi hộp có 10 gói, mỗi gói nặng 100 g. Biết rằng trong 10 hộp đó có một hộp làm sai quy định, mỗi gói chỉ có 90 g. Dùng một cái cân (loại cân đồng hồ) và chỉ cân một lần, hãy tìm ra hộp nào chứa các gói thuốc làm sai quy định.



Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(153). Tính

$$A=\frac{1^2}{1^2-100+5000}+\frac{2^2}{2^2-200+5000}+\dots+\frac{99^2}{99^2-9900+5000}.$$

Lời giải. Xét $k \in \mathbb{N}^*$ ta có

$(100-k)^2-(100-k).100+5000$

$=100^2-2.100.k+k^2-100^2+100k+5000$

$=k^2-100k+5000.$

Lần lượt thay k = 1; 2; 3; ... ; 99 ta có

$1^2-100+5000=99^2-9900+5000;$

$2^2-200+5000=98^2-9800+5000;$

...

$99^2-9900+5000=1^2-100+5000.$

Ta có

$$2A=\frac{1^2+99^2}{1^2-100+5000}+\frac{2^2+98^2}{2^2-200+5000}+\dots+\frac{99^2+1^2}{99^2-9900+5000}.$$

Mặt khác $k^2+(100-k)^2=k^2+100^2-2.100k+k^2=2(k^2-100k+5000).$

Do đó $\frac{k^2+(100-k)^2}{k^2-100k+5000}=2.$

Suy ra $2A=2+2+2+\dots+2$ (có 99 số hạng là 2).

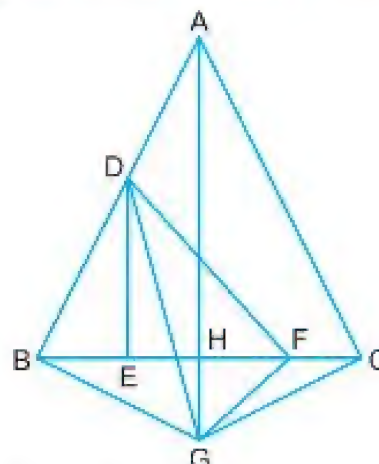
Do đó $A=\frac{2.99}{2}=99.$

Nhận xét. Đây là một bài toán hay, nhiều bạn tham gia và giải đúng. Các bạn trình bày tốt: *Lê Phạm Yến Linh*, 6A8, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền; *Phùng Quang Minh*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng; *Nguyễn Bình Nguyên*, 7C10, THCS Trần Phú, Lê Chân, **Hải Phòng**; *Đường Minh Quân*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Cao Thị Khánh Linh, Nguyễn Trung Kiên, Nguyễn Đăng Doanh, Bùi Nguyễn Nhật Minh, Trần Đức Tùng, Nguyễn Hưng Phát*, 6B, *Phan Lê Vân Nhi, Phạm Hiếu Ngân, Bùi Thị Minh Thư, Phạm Yến Nhi, Nguyễn An Na*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(153). Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Từ điểm D bất kì trên cạnh AB hạ DE vuông góc với BC. Trên đoạn thẳng HC lấy điểm F sao cho FC = EH. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với AC cắt AH tại G. Chứng minh rằng $\widehat{DFG}=90^o$.

Lời giải.



Từ giả thiết, ta có HB = HC.

Mặt khác FC = EH nên BE = FH và EF = BH = CH.

Áp dụng định lí Py-ta-go, ta có

$DF^2+FG^2=(DE^2+EF^2)+(HF^2+HG^2)$

$=DE^2+BH^2+BE^2+HG^2$

$=DE^2+BH^2+BE^2+BG^2-BH^2$

$=BD^2+BG^2.$ (1)

Xét ΔABG và ΔACG có

AB = AC, BG = CG, AG chung nên

$\Delta ABG=\Delta ACG$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{ABG}=\widehat{ACG}=90^o$.

Từ đó và (1) ta có $DF^2+FG^2=GD^2$.

Theo định lí Py-ta-go đảo thì tam giác DFG vuông tại F, suy ra $\widehat{DFG}=90^o$.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài về tòa soạn. Các bạn sau có lời giải tốt: *Đỗ Quang Đăng*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Hiếu*, 7C10, THCS Trần Phú, Q. Lê Chân, **Hải Phòng**; *Hoàng Mạnh Nghĩa, Lê Xuân Toàn*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Phan Hà Thanh, Nguyễn Thị Kim Chi, Trần Sỹ Tiến, Nguyễn Thị Băng Băng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phạm Hiếu Ngân, Phạm Yến Nhi, Nguyễn Hải Ly, Phan Thị Thu Hoài, Phạm Ánh*

Nguyệt, Nguyễn Ngọc Ánh, Bùi Thị Minh Thư, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(153). Cho x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases}4x^2+4z^2=17\\4y(x+2)=5\\20y^2+27=-16z.\end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức P = 30x + 4y + 2013z.

Lời giải. Hệ phương trình có thể viết thành

$$\begin{cases}4x^2+4z^2-17=0\\-8xy-16y+10=0\\20y^2+16z+27=0\end{cases}$$

Cộng theo vế các phương trình trong hệ, ta được

$4x^2+4z^2-8xy-16y+20y^2+16z+20=0$

$\Leftrightarrow 4(x^2-2xy+y^2)+4(4y^2-4y+1)+4(z^2+4z+4)=0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2+(2y-1)^2+(z+2)^2=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x-y=0\\2y-1=0\\z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y=\dfrac{1}{2}.\\z=-2\end{cases}$$

Thử lại, ta thấy $(x;y;z)=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-2\right)$ thỏa mãn hệ đã cho.

Do đó $P=30.\frac{1}{2}+4.\frac{1}{2}+2013.(-2)=-4009.$

Nhận xét. Có nhiều bạn giải đúng theo cách trên. Thực chất đây là bài toán giải hệ phương trình, sau đó ta thay giá trị của x, y, z để tính P. Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Hoàng Hà My, Vũ Hoàng Kiên*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Trung Hiếu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Đình Thành*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Huy Quang, Phạm Hiếu Ngân, Phan Lê Vân Nhi, Phan Thị Thu Hoài, Phạm Yến Nhi, Hoàng Tuấn Tài, Nguyễn An Na, Nguyễn Ngọc Ánh, Bùi Thị Minh Thư, Trần Thị Kim Oanh, Thái Thị Thu Sang, Nguyễn Minh Anh, Lê Thị Hằng Nhi*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà tĩnh**; *Nguyễn Công Huấn, Chu Văn Việt, Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Anh Đức*, 8C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(153). Cho các số thực dương x, y, z. Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{x}{z+3x}}+\sqrt{\frac{y}{x+3y}}+\sqrt{\frac{z}{y+3z}}\le\frac{3}{2}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{x}{z+3x}+\frac{1}{4}\ge 2.\sqrt{\frac{x}{z+3x}.\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{x}{z+3x}}.$$

Tương tự

$$\frac{y}{x+3y}+\frac{1}{4}\ge\sqrt{\frac{y}{x+3y}};\frac{z}{y+3z}+\frac{1}{4}\ge\sqrt{\frac{z}{y+3z}}.$$

Do đó

$$\sqrt{\frac{x}{z+3x}}+\sqrt{\frac{y}{x+3y}}+\sqrt{\frac{z}{y+3z}}$$
$$\le\frac{3}{4}+\frac{x}{z+3x}+\frac{y}{x+3y}+\frac{z}{y+3z}.$$

Ta sẽ chứng minh $\frac{x}{z+3x}+\frac{y}{x+3y}+\frac{z}{y+3z}\le\frac{3}{4}$.

Thật vậy, ta đặt $a=\frac{x}{y},b=\frac{y}{z},c=\frac{z}{x}\Rightarrow abc=1.$

Khi đó bất đẳng thức trở thành

$$\frac{1}{c+3}+\frac{1}{a+3}+\frac{1}{b+3}\le\frac{3}{4}$$

$\Leftrightarrow (a+3)(b+3)+(b+3)(c+3)$

$+(c+3)(a+3)\le\frac{3}{4}(a+3)(b+3)(c+3)$

$\Leftrightarrow 3(a+b+c)+5(ab+bc+ca)\ge 24.$ (1)

(vì abc = 1)

Bất đẳng thức (1) luôn đúng vì

$a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc}=3;$

$ab+bc+ca\ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=3.$

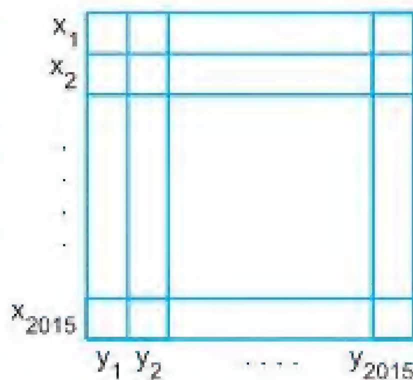
Vậy bất đẳng thức được chứng minh và dấu "=" xảy ra khi x = y = z.

Nhận xét. Đây là bài toán không quá khó vì thế có nhiều bạn tham gia giải bài, một số bạn biến đổi dài dòng mới đi đến kết quả. Những bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Trần Đức Duy*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Kim Huy Hoàng*, 9B, *Trần Bình Minh*, 8E1, *Nguyễn Hoài Phương*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hữu Trung Kiên, Nguyễn Xuân Kiên*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phan Thị Thuỳ Linh*, 9A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Hà Ngọc Khang*, 9B, THCS Thanh Hà, Thanh Ba, **Phú Thọ**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phùng Quang Minh*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trương Cao Minh*, 9A6, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(153). Cho một bảng gồm 2015 × 2015 ô vuông nhỏ. Điền vào mỗi ô một số +1 hoặc −1.

Cạnh mỗi dòng i ghi tích các số của dòng đó và gọi là x_i. Dưới mỗi cột i ghi tích các số của cột đó và gọi là y_i ($i = 1, 2, 3, ..., 2015$), *(xem hình)*. Chứng minh rằng 4030 số x_i, y_i nhận được luôn có tổng khác 0.



Lời giải. Giả sử tổng của 4030 số x_i, y_i bằng 0. Ta có $x_1 + x_2 + ... + x_{2015} + y_1 + y_2 + ... + y_{2015} = 0$, mà mỗi số x_i và y_i đều bằng -1 hoặc 1 nên trong 4030 số x_i, y_i có 2015 số bằng -1 và 2015 số bằng 1.

Suy ra tích $x_1.x_2 ... x_{2015}.y_1.y_2 ... y_{2015} = -1$ (vì có một số lẻ số thừa số bằng -1). (1)

Mặt khác $x_1.x_2 ... x_{2015} = y_1.y_2 ... y_{2015}$ (đều là tích của tất cả các số trong bảng).

Suy ra $x_1.x_2 ... x_{2015}.y_1.y_2 ... y_{2015} = (x_1.x_2 ... x_{2015})^2 = 1$ (mâu thuẫn với (1)).

Suy ra điều giả sử là sai.

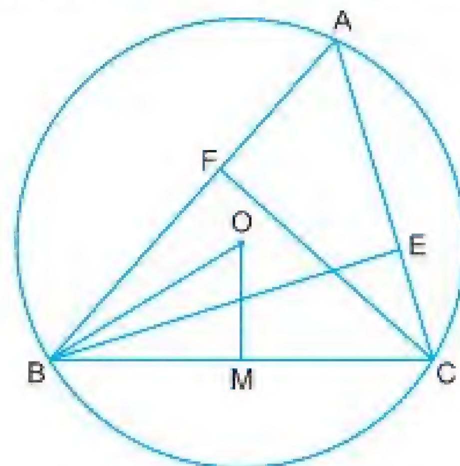
Vậy tổng của 4030 số x_i, y_i luôn khác 0.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài đến tòa soạn, hầu hết các bài đều giải đúng. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Trần Hữu Đức Mạnh*, 9A, *Cao Khắc Tân*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Đình Quân*, 8B, THCS Bạc Liêu, Yên Thành; *Lê Xuân Toàn, Hoàng Mạnh Nghĩa, Lê Đình Thành, Nguyễn Sỹ Trọng, Nguyễn Sỹ Quyền, Nguyễn Thị Hương Giang*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Đặng Quanh Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Ngô Đặng Công Vinh*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Trần Quang Tài*, 7A1, *Đỗ Thùy Hồng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Trần Minh Quân*, 7A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn; *Tạ Viết Hoàn*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Dương Quang Tùng*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, *Trần Thế Vinh, Đinh Thị Thanh Huyền, Nguyễn Hoài Phương, Đinh Văn Thái, Lê Anh Dũng, Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, *Nguyễn Kim Dân, Bùi Anh Vũ, Kim Huy Hoàng, Phan Huyền Ngọc, Nguyễn Văn Huấn, Nguyễn Văn Hoàng*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Ngọc Hoa*, 8A1, THCS Sông Lô; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Tân, Cao Đức Học, Nguyễn Chí Công*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Thị Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, T.X Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8E, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(153). Cho đường tròn (O; R) và dây $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Trên cung lớn BC lấy điểm A bất kì sao cho tam giác ABC nhọn. Vẽ các đường cao BE và CF của tam giác ABC. Chứng minh rằng $\frac{1}{BE} + \frac{1}{CF} \geq \frac{4}{3R}$.

Lời giải. Gọi F là hình chiếu của C trên AB.



Vì $BC = R\sqrt{3}$ nên $\widehat{BAC} = 60^o$, do đó $2AF = AC$.

Theo định lí Py-ta-go, ta có

$BC^2 = FB^2 + FC^2 = (AB - AF)^2 + AC^2 - AF^2$

$= AB^2 - 2AB.AF + AF^2 + AC^2 - AF^2$

$= AB^2 + AC^2 - AB.AC$.

Suy ra $4BC^2 = (AB + AC)^2 + 3(AB - AC)^2$

$\geq (AB + AC)^2$. Do đó $2BC \geq AB + AC$.

Ta có

$$\frac{1}{BE} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{BA\sin 60^o} + \frac{1}{CA\sin 60^o} = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{BA} + \frac{1}{CA}\right)$$





Kì này CÓ CHIA HẾT KHÔNG?

Bài toán. Tại mỗi đỉnh của một đa giác đều 11 cạnh ta ghi một số bất kì trong các số 31; 32; 61; 62; 91; 92; 331; 332; 361; 362; 961 (mỗi số dùng đúng một lần). Bạn Toán nói với bạn Thơ rằng "Luôn tồn tại ba đỉnh của đa giác là ba đỉnh của một tam giác cân và tổng các số ghi trên các đỉnh của tam giác đó là một số chia hết cho 3". Hỏi Toán nói đúng hay sai?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả KẾT QUẢ TRẬN ĐẤU (TTT2 số 153)

Gọi các học sinh thi đấu là $A_1, A_2, \ldots, A_{11}, A_{12}$ và số điểm tương ứng là $a_1 > a_2 > \ldots > a_{11} > a_{12}$. Số trận đấu của 5 học sinh ít điểm nhất khi đấu với nhau là 10 trận với tổng số điểm là 20 điểm.

Từ đó và giả thiết thì $a_2 = a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} \geq 20$. Nếu $a_2 = 21$, tức là A_2 thắng 10 trận và hòa 1 trận, lúc đó $a_1 = 22$, tức là A_1 thắng tất cả 11 trận nên thắng cả A_2, dẫn đến mâu thuẫn.

Vậy $a_2 = 20 = a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12}$, tức là A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12} đấu với bất kì bạn nào từ A_1 đến A_7 đều thua. Số trận đấu của 3 bạn A_{10}, A_{11}, A_{12} với nhau là 3 trận nên $a_{10} + a_{11} + a_{12} \geq 6$, suy ra $a_8 + a_9 \leq 20 - 6 = 14$.

Nếu $a_9 \geq 7$ thì $a_8 \geq 8$, không thỏa mãn. Theo giả thiết $a_9 \geq a_{10} + a_{11} + a_{12} \geq 6$ nên $a_9 = 6 = a_{10} + a_{11} + a_{12}$, tức là A_{10}, A_{11}, A_{12} đấu với bất kì bạn nào từ A_1 đến A_9 đều thua, còn A_9 chỉ thắng 3 trận đối với A_{10}, A_{11}, A_{12} và thua tất cả các bạn còn lại, do đó A_9 thua A_8 và $a_8 = 8$.

Nhận xét. Rất tiếc là không có bạn nào giải đúng bài toán này. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

ANH COMPA

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{BA+CA}(BA+CA)\left(\frac{1}{BA}+\frac{1}{CA}\right)$$

$$\geq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2BC} 2\sqrt{BA.CA} \cdot 2\sqrt{\frac{1}{BA.CA}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{BC} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2BM} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2BO\sin 60^\circ} = \frac{4}{3R}.$$

(Theo bất đẳng thức AM-GM)

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi AB = AC.

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài. Xin nêu tên một vài bạn có lời giải tốt: *Nguyễn Văn Hoàng, Nguyễn Kim Dân, Kim Huy Hoàng, Hạ Trung Hiếu, Phan Huyền Ngọc*, 9B, *Nguyễn Hoài Phương, Lê Anh Dũng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, VĩnhTương; *Dương Quang Tùng, Nguyễn Văn Hiếu*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY Thi giải toán qua thư





Nguyễn Đức Hiếu, 7C10, THCS Trần Phú, Q. Lê Chân, **Hải Phòng**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, *Hoàng Mạnh Nghĩa, Nguyễn Sỹ Trọng, Nguyễn Sỹ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Anh Dũng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Dương Quang Tùng*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Phan Lê Vân Nhi, Phạm Hiếu Ngân*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Vũ Hoàng Kiên*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Trung Hiếu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8E, THCS Lê Quý Đôn, TP.Tuyên Quang, **Tuyên Quang**; *Trương Cao Minh*, 9A6, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội.**







ĐÔI HOA TAI biến mất

NGUYỄN QUANG HIẾU
(6A2, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, Bắc Ninh)

Bà Sarah - vợ một doanh nhân nổi tiếng - hốt hoảng gọi điện nhờ thám tử Sêlôccôc tìm giúp đôi hoa tai đắt giá. Như mọi khi, thám tử vui vẻ nhận lời và khuyên bà giữ im lặng, đừng vội làm to chuyện.

Khoảng hơn một giờ sau, thám tử Sêlôccôc đã có mặt tại nhà bà Sarah.

- Nào, bà hãy kể lại mọi chuyện cho tôi nghe! Cứ bình tĩnh kể nhé! Vội vàng là hay nhầm đấy!
- Vâng! Cảm ơn ông đã tới! Chuyện thế này ông ạ. Trưa nay, lúc khoảng 11 giờ, tôi tháo đôi hoa tai ra để đi bơi. Một lúc sau, tôi vào nhà thì không thấy đâu nữa.
- Bà bơi ở bể bơi gia đình trong vườn nhà chứ gì?
- Vâng.
- Bà bơi bao lâu?
- Chắc chỉ 20 phút thôi vì nước hơi lạnh.
- Bà để hoa tai ở đâu?
- Tôi để trên kệ nhà tắm ở cạnh phòng của vợ chồng tôi.
- Từ bể bơi lên, bà vào thẳng nhà tắm hay còn làm gì nữa?
- Tôi vào luôn nhà tắm.
- Chắc đôi hoa tai đắt giá lắm thì bà mới phải nhờ tôi đúng không?
- Vâng, đúng vậy. Vừa đắt, vừa là một kỉ niệm vô giá của tôi, thám tử ạ.
- Khi bà đi bơi, trong nhà có những ai?
- Vẫn như mọi ngày thôi. Bà Kerry, anh John và cậu Aeron. Họ đều ở nhà tôi lâu năm rồi, tôi rất tin tưởng và hoàn toàn không nghi ngờ họ.
- Nhưng tôi vẫn phải gặp từng người. Bà gọi giúp tôi chứ?
- Vâng, tất nhiên rồi. Tôi sẽ gọi họ tới đây.

Đầu tiên là bà Kerry, nội trợ:
- Bà đã làm gì trong lúc bà Sarah đi bơi?
- Tôi ở trong bếp chuẩn bị bữa trưa. Tôi luôn cố gắng để khi bà chủ ngồi vào bàn ăn thì mọi thứ vẫn nóng sốt.
Tiếp theo là anh John - làm vườn kiêm bảo vệ:
- Lúc bà chủ bơi, anh biết chứ?
- Vâng, bể bơi trong vườn mà.
- Anh đã làm gì, ở đâu lúc đó?
- Tôi ngồi thư giãn trên ghế đá trong vườn và tranh thủ đọc quyển truyện mới mua.
- Truyện gì thế?
- Harry Potter.
- Ồ, truyện đó rất nổi tiếng nhưng tôi chưa đọc. Của tác giả nào anh nhỉ?
- Của nhà văn nổi tiếng người Mỹ, chuyên viết truyện trinh thám. Ông ta tên là J.K. Rowling.
Cuối cùng là Aeron, lái xe kiêm thợ sửa chữa.
- Anh đã làm gì, ở đâu trưa nay, trước bữa cơm?
- Trong lúc chờ bà chủ về ăn trưa, tôi tranh thủ hướng dẫn bà Kerry sử dụng mấy món đồ gia dụng mới mua.
- Anh là người chọn mua à?
- Vâng, tất nhiên rồi.
- Anh mua của hãng nào?
- Tôi mua đồ của Sharp, một hãng nổi tiếng của Nhật Bản.
Sau đó, thám tử Sêlôccôc gặp riêng bà Sarah:
- Tôi đã tìm ra người đáng nghi trong vụ này rồi. Tất nhiên, để kết luận chắc chắn thì phải tiếp tục tìm hiểu.
Bà Sarah hết sức ngạc nhiên khi thám tử nghi ngờ một trong ba người thân cận với bà nhất. Bà cũng không thể đoán ra người đó là ai. *Các thám tử Tuổi Hồng có thể giúp bà không? Theo các bạn, vì sao thám tử Sêlôccôc lại nghi người đó?*

Kết quả LỜI KHAI (TTT2 số 153)

Thám tử Sêlôccôc nghi ngờ lời khai của chính ông Giêm bởi vì nếu cầu dao điện bị ngắt thì ông ta không thể xem TV liên tục trong 2 tiếng được.

Kì này bạn nào cũng phán đoán chính xác, tuy nhiên, những câu trả lời rành mạch, súc tích, chặt chẽ thì chưa nhiều lắm. Các bạn hãy chú ý trau dồi thêm khả năng diễn đạt của mình, sao cho cô đọng mà đủ ý, ngắn gọn mà dễ hiểu nhé.



Phần thưởng sẽ được gửi tới: *Đinh Văn Thái Sơn*, 6I, THCS Lê Quý Đôn, Nghĩa Đô, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đinh Đinh Hải Việt*, 6A9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Đặng Hồng Phúc*, 6E, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; Nhóm bạn *Phan Văn Nam, Cao Tam An, Nguyễn Thị Việt Trà, Nguyễn Võ Hưng, Trần Hà Nhi, Nguyễn Trí Dũng, Hà Trung Chiến*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, 6A3, THCS Thực hành Sài Gòn, P.4, Q.5, **TP. Hồ Chí Minh**.

Thám tử Sêlôccôc





Bài 65: 岘港比河内热

Đà Nẵng nóng hơn Hà Nội

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Từ mới.

地图 dìtú: [địa đồ] bản đồ

风景 fēngjǐng: [phong cảnh] phong cảnh

海滩 hǎitān: [hải than] bãi biển

近 jìn: [cận] gần

夏天 xiàtiān: [hạ thiên] mùa hè

顺化 Shùnhuà: [thuận hóa] Thừa Thiên - Huế

港 Xiàngǎng: [hiện cảng] Đà Nẵng

远 yuǎn: [viễn] xa

不得了 bùdéliǎo: [bất đắc liễu] cực kì, vô cùng, vượt trội

得 de: [đắc] (trợ từ)

Mẫu câu.

1. A: **暑假我想去岘港，你呢？** (Shǔjià wǒ xiǎng qù Xiàngǎng, nǐ ne?)
   Nghỉ hè mình muốn đi Đà Nẵng, còn cậu?
   B: 我想去胡志明市。(Wǒ xiǎng qù Húzhìmíng shì.) Mình muốn đi thành phố Hồ Chí Minh.
   A: 岘港比胡志明市近得多，你去过岘港吗？
   (Xiàn gǎng bǐ Húzhìmíng shì jìn dé duō, nǐ qùguò Xiàngǎng ma?)
   Đà Nẵng gần hơn thành phố Hồ Chí Minh nhiều, bạn đã đến Đà Nẵng chưa?
   B: 我去过岘港和顺化市了。 (Wǒ qùguò Xiǎnggǎng hé Shùnhuà shì le.)
   Mình đã đến Đà Nẵng và thành phố Huế rồi.
   A: 顺化市大不大？(Shùnhuà shì dà bù dà?) Thành phố Huế có to lớn không?
   B: 顺化市不太大。(Shùnhuà shì bù tài dà.) Thành phố Huế không to lắm.
2. **Mary和哥哥今年夏天要去岘港。他们想去岘港和顺化，岘港和顺化都有漂亮的风景。姐姐要去胡志明市。她跟朋友一起去海滩。岘港比胡志明市近得多。暑假快要开始了，Mary和哥哥、姐姐都高兴得不得了。**
   (Mary hé gēgē jīnnián xiàtiān yào qù Xiàngǎng. Tāmen xiǎng qù Xiàngǎng hé Shùnhuà, Xiàngǎng hé Shùnhuà dōu yǒu piàoliang de fēngjǐng. Jiějie yào qù Húzhìmíng shì. Tā gēn péngyǒu yīqǐ qù hǎitān. Xiàngǎng bǐ Húzhìmíng shì jìn dé duō. Shǔjià kuàiyào kāishǐle, Mary hé gēgē, jiějiě dōu gāoxìng dé bùdéliǎo.)
   Mùa hè năm nay Mary và anh trai muốn đi Đà Nẵng. Họ muốn đi Huế và Đà Nẵng. Huế và Đà Nẵng đều là nơi có phong cảnh đẹp. Chị gái Mary muốn đi thành phố Hồ Chí Minh, chị ấy và bạn cùng đi đến bờ biển. Đà Nẵng gần hơn thành phố Hồ Chí Minh nhiều. Kì nghỉ hè sắp bắt đầu rồi, Mary và anh trai, chị gái bạn ấy vô cùng sung sướng.

(Kì sau đăng tiếp)

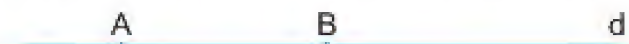


LINES
ĐƯỜNG THẲNG

VŨ KIM THỦY

1. Lines

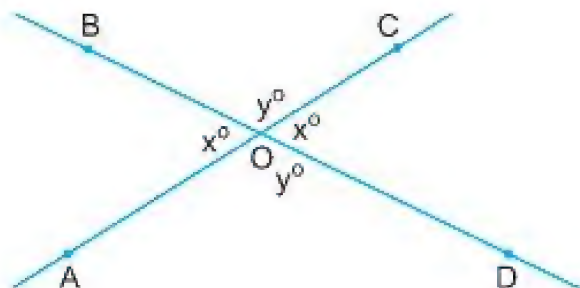
In geometry, the word *line* refers to a straight line that extends without end in both directions. The line can be referred to as line AB or line d.



The part of the line from A to B is called a line segment. A and B are the endpoints of the segment. The notation $\overline{AB}$ is used to denote line segment AB and AB is used to denote the length of the segment.

2. Intersecting Lines

If two lines intersect, the opposite angles are called vertical angles and have the same measure.



∠AOB and ∠COD are vertical angles and ∠BOC and ∠AOD are vertical angles. Also, $x^o + y^o = 180^o$.



3. Maths Terms

geometry	hình học
line	đường, đường thẳng
straight line	đường thẳng
extend	mở rộng, kéo dài
direction	hướng
part	phần
intersect	cắt
vertical angles	các góc đối đỉnh

4. Dựa vào gợi ý từ vựng ở mục 3, bạn hãy dịch mục 1 và 2 sang tiếng Việt để học tốt Toán bằng tiếng Anh. Bài dịch tốt sẽ có thưởng và được nêu tên trên báo.





PHÂN CHIA NHIỀU HÌNH CHỮ NHẬT ĐỂ GHÉP LẠI THÀNH HÌNH VUÔNG

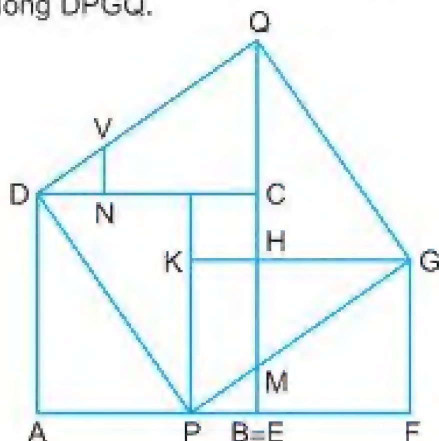
(Tiếp theo kì trước)

TS. NGUYỄN VIỆT HẢI
(Hà Nội)

Bài này tiếp tục xét việc Phân chia nhiều hình chữ nhật để ghép lại thành hình vuông.

✪ **Định lí 3** (Bài toán Py-ta-go). Tồn tại cách phân chia 2 hình vuông ra thành 5 đa giác để ghép chúng lại thành một hình vuông.

Chứng minh. Đặt hai hình vuông ABCD và EFGH cần chia sao cho điểm B trùng điểm E, điểm B nằm giữa hai điểm A và F, tia BC và tia EH trùng nhau. Trên tia AB lấy điểm P sao cho AP = EF thì AB = PF. Trên tia BC lấy điểm Q sao cho BQ = BC + CQ = BC + BH thì HQ = BC. Dễ thấy $\Delta DAP = \Delta PFG = \Delta QHG = \Delta DCQ$ nên DP = PG = QG = DQ, $\widehat{ADP} = \widehat{FPG} \Rightarrow \widehat{DPG} = 90^0$ do đó DPGQ là hình vuông (hình 6). Từ đó hai hình vuông ABCD và EFGH (giả sử AB > EF) được phân chia ra 5 đa giác DAP, DPMC, PBM, GHM, EFGM, rồi dịch chuyển các đa giác DAP, PBM, EFGM theo thứ tự đến vị trí ΔQHG, ΔDNV, NCQV để ghép thành hình vuông DPGQ.



Hình 6

Cách khác: Đặt hai hình vuông ABCD và EFGH cần chia sao cho điểm A trùng với điểm F, điểm A nằm giữa hai điểm E và B, tia AD và tia FG trùng nhau. Trên tia EF lấy điểm P sao cho EP = AB thì EA = PB. Dựng hình vuông HPCQ thì $S_{ABCD} + S_{EFGH} = S_{HPCQ}$. Chứng minh tương tự. Chú ý rằng nếu hai hình vuông ABCD và EFGH bằng nhau thì cách này trùng với cách trong chứng minh định lí 3.

Trên hình 6 kẻ PJ vuông góc với CD tại J, kẻ GK vuông góc với PJ tại K thì CJ = PB = CH nên CHKJ là hình vuông cạnh HC = d. Dễ thấy KG = HQ = CD = JP = d + b. Ta thấy bốn tam giác vuông bằng nhau: $\Delta KPG = \Delta HGQ = \Delta CQD = \Delta JDP$. Vậy DPGQ là hình vuông được ghép từ hình vuông HCJK cạnh d và bốn tam giác vuông bằng nhau. Ghép từng cặp hình tam giác đó được hai hình chữ nhật PFGK cạnh là b = FG và d + b = PF = AB. Như vậy ta đã chứng minh được định lí 4 sau đây.

✪ **Định lí 4.** Tồn tại cách phân chia một hình vuông cạnh d và hai hình chữ nhật chiều rộng b, chiều dài a = b + d ra thành 5 đa giác để ghép chúng lại thành một hình vuông với diện tích bằng $c^2 = d^2 + 2b(d + b)$.

Gọi c là cạnh hình vuông lớn DPGQ thì ta có $c^2 = d^2 + 2b(d + b) = d^2 + 2db + b^2 + b^2 = (d + b)^2 + b^2 = a^2 + b^2$, như vậy $S_{DPGQ} = S_{ABCD} + S_{BFGH}$ (hình 6), nhưng cách giải trong định lí 3 (chia thành 3 tam giác và 2 tứ giác) khác với cách giải trong định lí 4 (chia thành 1 hình vuông và 4 tam giác). Người ta đã thấy hình gồm một hình vuông cùng 4 tam giác vuông tạo thành một hình vuông lớn trên tấm đá vào khoảng năm 1000 trước Công nguyên do nhà toán học Ấn Độ Bhaskara tìm ra. Việc phân chia nhiều hình vuông quy về phân chia lần lượt hai hình vuông.



Bài toán 3. Hãy phân chia một hình chữ nhật với chiều rộng a và chiều dài b ra làm nhiều đa giác để ghép lại thành một hình vuông trong mỗi trường hợp sau đây:

1. b = 10a. 2. b = 13a.
3. b = 17a. 4. b = 20a.

Lời giải.

1. ***Cách 1***. Áp dụng định lí 2 cho cách phân chia ra 5 đa giác.

Cách 2. Nếu dùng định lí 4, từ $10 = 2^2 + 2.1.(1 + 2)$ xét hình vuông cạnh 2 và 2 hình chữ nhật kích thước 1.3 = 3 (hình 6) cho cách phân chia ra 5 đa giác.

2. Từ $13 = 1^2 + 2.2.(2 + 1)$ xét hình vuông cạnh 1 và 2 hình chữ nhật kích thước 2.3 = 6.

3. Từ $17 = 3^2 + 2.1.(1 + 3)$ xét hình vuông cạnh 3 và 2 hình chữ nhật kích thước 1.4 = 4.

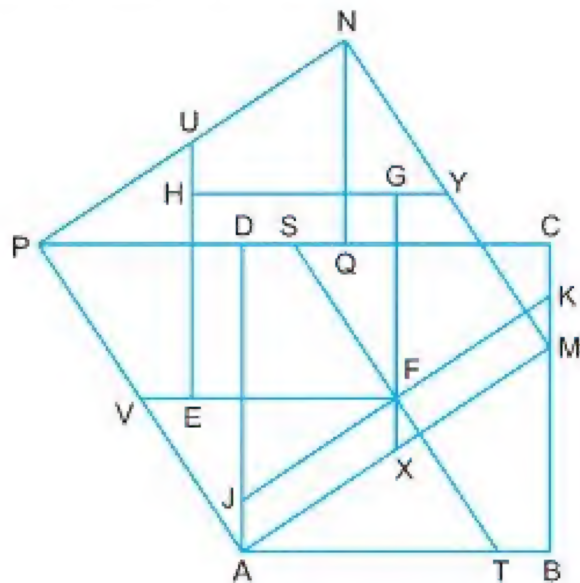
4. Từ $20 = 2^2 + 2.2.(2 + 2)$ xét hình vuông cạnh 2 và 2 hình chữ nhật kích thước 2.4 = 8.

Việc vẽ các hình này dành cho bạn đọc. Dựa vào 4 định lí trên, kết hợp với việc xét các hình bằng nhau, ta có nhiều cách khác nhau *phân chia hai hình vuông ra các đa giác để ghép lại thành một hình vuông*, xin giới thiệu một số cách mà số đa giác được phân chia ra không quá 5, việc chứng minh xin dành cho bạn đọc.

Cách 1. Hình 6 trong chứng minh định lí 3.

Cách 2. Dựng hình vuông như đã nói trong chứng minh định lí 4.

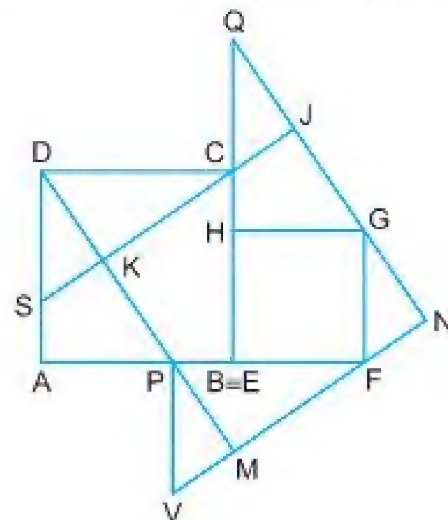
Cách 3. Hình 7. Đặt hai hình vuông ABCD và EFGH (AB > EF) sao cho điểm F là tâm của hình vuông ABCD, đồng thời EF // AB. Giả sử hình vuông EFGH nằm trên nửa mặt phẳng chứa điểm D bờ AF. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho BM = FG, trên tia CD lấy các điểm P, Q sao cho CQ = FE và CP = CQ + QP = FE + AB.



Hình 7

Dựng hình vuông PAMN. Dựng đường thẳng đi qua F, cắt AD, BC tương ứng tại J, K sao cho JK // AM. Dựng đường thẳng đi qua F, cắt AB, CD tương ứng tại T, S sao cho TS // AP. Các đường thẳng GF, HG, EH, FE cắt AM, MN, NP, PA tương ứng tại X, Y, U, V thì các điểm này theo thứ tự là trung điểm của AM, MN, NP, PA. Dễ thấy các tam giác ABM, PQN, ADP bằng nhau, các đa giác FJAT, FTBK, FKCS, FSDJ theo thứ tự bằng các đa giác NUHY, PVEU, AXFV, MYGX. Chuyển các đa giác FJAT, FTBK, FKCS, FSDJ theo thứ tự đến chỗ NUHY, PVEU, AXFV, MYGX, lúc đó $S_{AMNP} = S_{ABCD} + S_{EFGH}$.

Cách 4. Hình 8. Đặt hai hình vuông ABCD và EFGH (AB > EF) sao cho điểm B trùng với điểm E, điểm B nằm giữa hai điểm A và F, tia BC và tia EH trùng nhau. Trên tia AB lấy điểm P sao cho AP = EF thì AB = PF, trên tia BC lấy điểm Q sao cho BQ = BC + CQ = BC + BH thì HQ = BC. Trong nửa mặt phẳng bờ AB không chứa điểm C lấy điểm V sao cho ΔPVF = ΔAPD. Đường thẳng FV cắt DP tại M và cắt QG tại N. Đường thẳng qua C và song song với FV cắt AD, DP, QG tương ứng tại S, K, J. Dễ thấy các tam giác APD, PVF, HGQ, DSC bằng nhau, các tam giác KDS, JQC, MPV, NGF bằng nhau, suy ra MNJK là hình vuông. Ta chuyển các đa giác KDS, CDK, APKS theo thứ tự đến chỗ ΔNGF, ΔFPM và HGJC, lúc đó $S_{MNJK} = S_{ABCD} + S_{EFGH}$.



Hình 8

Bài tập

Bài 3. Cho một hình chữ nhật với chiều rộng bằng 2a, chiều dài bằng b = 3a và một hình vuông diện tích bằng $2a^2$. Hãy phân chia hai hình đó ra làm nhiều đa giác để ghép lại thành một hình vuông.

Bài 4. Cho một hình chữ nhật với chiều rộng bằng 2a, chiều dài bằng b = 3a và một hình vuông diện tích bằng a^2. Hãy phân chia hai hình đó ra làm nhiều đa giác để ghép lại thành một hình vuông.

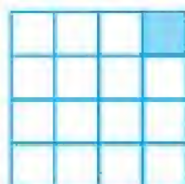
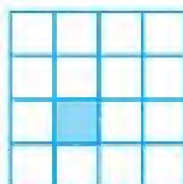
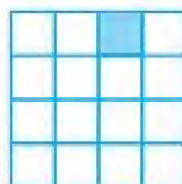


AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION - AMC 2013 JUNIOR DIVISION

Tiếp theo kì trước

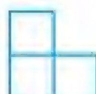
PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội, Sưu tầm và giới thiệu)*

24. Consider the following 4×4 squares with a 1×1 square deleted (shown in black).

P Q R

Consider tiling the squares P, Q and R using tiles like the one below.



Which of the following statements is true?
(A) Only P can be tiled this way.
(B) Only Q can be tiled this way.
(C) Only R can be tiled this way.
(D) Only P and Q can be tiled this way.
(E) All the shapes can be tiled this way.

25. A number is formed by writing the numbers 1 to 30 in order as shown.
12345678910111213..........2930
Simeon removed 45 of these 51 digits leaving 6 in their original order to make the largest 6-digit number possible. What is the sum of the digits of this number?
(A) 33 (B) 38 (C) 41 (D) 43 (E) 51

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet.

Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

26. Consider a sequence of letters where each letter is A or B. We call the sequence *stable* if, when we tally the number of As and the number of Bs in the sequence, working from left to right, the difference is never greater than one. For example, the sequence ABBABA is stable but the sequence AABBAB is not, because after counting the first two letters, the difference is two. How many stable sequences with eighteen letters are there?

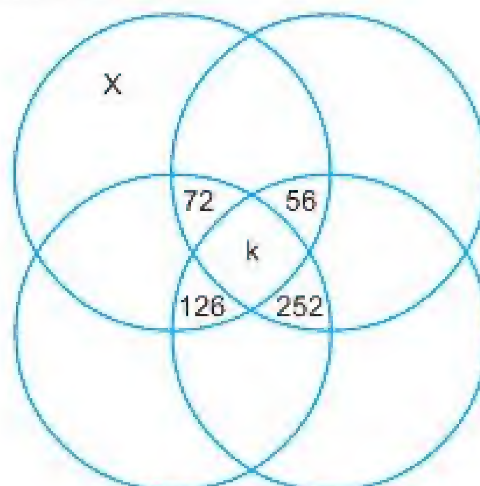
27. Whenever Callum reads a date like 1/8/2013, he incorrectly interprets it as two divisions, with the second one evaluated before the first one:

$1 \div (8 \div 2013) = 251\frac{5}{8}$

For some dates, like this one, he does not get an integer, while for others, like 28/7/2013, he gets $28 \div (7 \div 2013) = 8052$, an integer. How many dates this year (day/month/year) give him an integer?

28. What is the smallest positive integer that can be expressed as the sum of nine consecutive integers, the sum of ten consecutive integers and the sum of eleven consecutive integers?

29. Each of the four circles below has a whole number value. X is the value of the top-left circle. A number written on the figure indicates the product of the values of the circles it lies within. What is the value of X + k?



30. Three different non-zero digits are used to form six different 3-digit numbers. The sum of five of them is 3231. What is the sixth number?

MATHEMATICS ESSAY PROBLEMS IMSO 2015

Tiếp theo kì trước

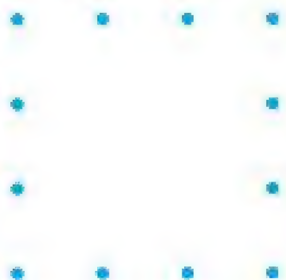
TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*

9. In a four-digit number, the thousands digit is larger than the units digit, which is not zero, while the hundreds digit is larger than the tens digit. A new four-digit number is obtained from the original number by reversing the order of the digits. How many possible differences of the original and new number are there?

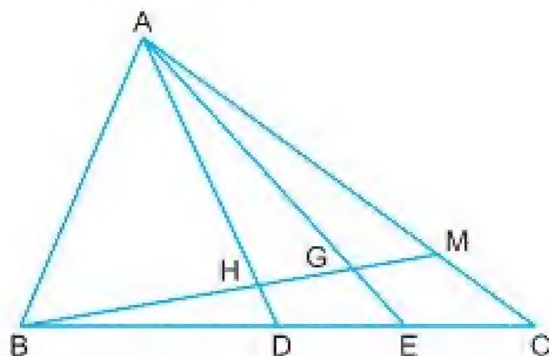
10. There are three lowest-term fractions, the ratio of their numerator are positive integers in the ratio of 3 : 2 : 4 while the ratio of their denominator are positive integers in the ratio of 5 : 9 : 15. The sum of these three fractions is $\frac{28}{45}$.

What is the sum of their denominator?

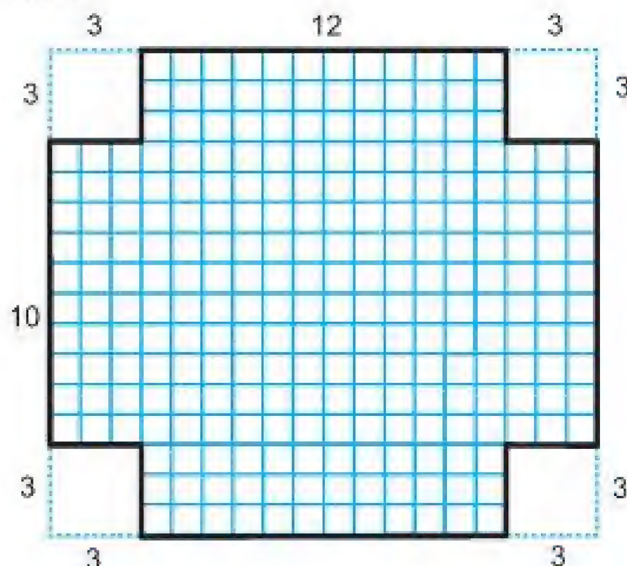
11. Sixteen points are on the sides of a 4×4 grid so that the center portion of 2×2 are removed. How many triangles are there in total that have vertices chosen from those remaining points and at least 1 interior angle equal to 45^{0}?



12. In ΔABC, points D and E are on BC such that $BD : DE : EC = 2 : 1 : 1$. The point M is on AC such that $\frac{CM}{MA} = \frac{1}{3}$. BM intersects AD, AE at point H, G respectively. Find $BH : HG : GM$.



13. From a 16 cm by 18 cm piece of paper, a 3 cm by 3 cm square is cut off from each corner. At most how many 3 cm by 4 cm rectangles can be cut off from the remaining part of this piece of paper?







Bài 25NS. Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 2016 thỏa mãn $S = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ chia hết cho 5?

KIỀU ĐÌNH MINH *(GV. THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)*

Bài 26NS. Giải phương trình $(x+4)(\sqrt{x+2}+2) = (x+1)(x^2-2x+3)$.

CAO NGỌC TOẢN *(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)*

Bài 27NS. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm O. Kẻ hai đường thẳng d và d' thứ tự vuông góc với AB tại A và B. Trên d và d' lần lượt lấy M, N sao cho $\widehat{MON} = 90^o$. Kẻ OH vuông góc với MN tại H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác MHB cắt đường thẳng d tại K. Chứng minh rằng $\frac{AM}{AK}$ không đổi khi đường thẳng MN thay đổi.

ĐOÀN CÁT NHƠN *(Phòng Giáo dục và Đào tạo An Nhơn, Bình Định)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 153)

Bài 19NS. Ta có $x^2(y^2z - x^2 - 5) = y(x^4 + z)$
$\Rightarrow x^2(x^2 + x^2y + 5) = yz(x^2y - 1)$
$\Rightarrow x^2 + x^2y + 5 \,\vdots\, (x^2y - 1)$ (vì $(x^2, x^2y - 1) = 1$)
$\Rightarrow x^2 + 6 \,\vdots\, (x^2y - 1) \Rightarrow (x^2 + 6) + 6(x^2y - 1) \,\vdots\, (x^2y - 1)$
$\Rightarrow x^2(6y + 1) \,\vdots\, (x^2y - 1) \Rightarrow 6y + 1 > x^2y - 1 > 0$. (1)
Nếu $x^2 \geq 9$ thì $x^2y - 1 \geq 9y - 1 = 6y + 1 + 3y - 2 > 6y + 1$ (mâu thuẫn với (1)). Suy ra $x \in \{1; 2\}$.
Xét các trường hợp, ta được $(x, y, z) = (1; 2; 4)$.

Nhận xét. Chỉ có bạn *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc** có lời giải đúng.

Bài 20NS. Ta có $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - ab + b^2 \geq ab$
$\Leftrightarrow a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$
$\Leftrightarrow 5a^3 - 4a^3 + b^3 \geq 11a^2b - 10a^2b + ab^2$
$\Leftrightarrow 5a^3 + 10a^2b \geq 4a^3 - b^3 + 11a^2b + ab^2$
$\Leftrightarrow 5a^3 + 10a^2b \geq 4a^3 + 12a^2b + 4ab^2 - a^2b - 3ab^2 - b^3$
$\Leftrightarrow 5(a^3 + 2a^2b) \geq (4a - b)(a^2 + 3ab + b^2)$
$\Rightarrow \frac{a^3 + 2a^2b}{a^2 + 3ab + b^2} \geq \frac{4a - b}{5}$. (1)
Tương tự ta có
$\frac{b^3 + 2b^2c}{b^2 + 3bc + c^2} \geq \frac{4b - c}{5}$ (2); $\frac{c^3 + 2c^2a}{c^2 + 3ca + a^2} \geq \frac{4c - a}{5}$. (3)
Cộng theo vế (1), (2) và (3) ta được đpcm.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Nhận xét. Bài này có rất nhiều bạn tham gia giải và giải đúng. Các bạn sau được khen: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, *Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Tạ Thủy Tiên*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Ngô Thị Thu Hiền, Lê Thu Trang*, 9D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị như Quỳnh A*, 9A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Thành Tú Oanh*, 9D, THCS Trung Đô, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Bùi Thủy Linh*, 8A1; *Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh*, 8A3; *Nguyễn Thảo Chi, Trần Thị Thu Huyền, Bùi Thị Mỹ Hạnh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Thị Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Bài 21NS. *Các bạn tự vẽ hình và chứng minh hai bổ đề sau:*

- **Bổ đề 1.** Cho tam giác ABC nhọn và không cân tại C. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Các đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Gọi I và K theo thứ tự là giao điểm của AD và OE, BE và OD. Khi đó $\frac{ID}{IA} = \frac{KE}{KB}$.
- **Bổ đề 2.** Cho tứ giác ABDE. Lấy I, K thuộc các đoạn AD, BE sao cho $\frac{ID}{IA} = \frac{KE}{KB}$. Gọi M, N, L theo thứ tự là trung điểm của AB, DE, IK. Khi đó M, N, L thẳng hàng.

Trở lại bài toán (bạn đọc tự vẽ hình)
Không mất tính tổng quát giả sử CA < CB.
Gọi N, L theo thứ tự là trung điểm của DE, IK.
Vì $AD \perp CB$; $BE \perp CA$ và MA = MB nên MD = ME.
Do đó MN là đường trung trực của DE. (1)
Theo bổ đề 1 thì $\frac{ID}{IA} = \frac{KE}{KB}$.
Từ đó chú ý rằng M, N, L theo thứ tự là trung điểm của AB, DE, IK nên theo bổ đề 2 thì M, N, L thẳng hàng.
Kết hợp với M, I, K thẳng hàng, suy ra I, K thuộc đoạn thẳng MN. (2)
Từ (1) và (2), suy ra IK là đường trung trực của DE.
Do đó tứ giác DOHE nội tiếp (vì là hình thang cân).
Vì $\widehat{HDC} = \widehat{HEC}\ (= 90^o)$ nên tứ giác CDHE nội tiếp.

(Xem tiếp trang 4)

DANH SÁCH ĐOẠT GIẢI

CUỘC THI TÌM HIỂU CỘNG ĐỒNG ASEAN CẤP THCS

● **Giải Nhất:** *Nguyễn Minh Trí*, 6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Đặng Sơn*, 9A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**.

● **Giải Nhì:** *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Thị Thu Huyền*, 9D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Phan Thị Thảo Ngân*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

● **Giải Ba:** *Mai Đức Toàn*, 9C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Thái Anh Quân*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phan An Khánh*, 8A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Nguyễn Chí Công*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phan Thu Trang*, 9A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**.

● **Giải Khuyến khích:** *Đặng Thị Hường*, 9B, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hải Ly*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Đình Đạt*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Vũ Hà*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lại Khánh Trang*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hải Khoa*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**.

Kết quả KÌ 9 (TTT2 số 153)

Câu 25. Sắp xếp các vế phần chữ ứng với các vế phần đánh số như sau: a → 4; b → 3; c → 2; d → 1.

- Nước nằm trên cả Bắc bán cầu và Nam bán cầu là nước đông dân thứ tư trên thế giới.
- Nước gồm hơn 7000 hòn đảo là nước có dân số gần với dân số Việt Nam nhất (nhiều hơn một chút).
- Nước gồm hai phần: Đông trên đảo Calimantan, Tây trên bán đảo kéo dài từ eo Cra tới vịnh Singapore, cách nhau 750 km là nước có diện tích xấp xỉ Việt Nam.
- Nước gồm nhiều đảo, diện tích nhỏ nhất là nước có hải cảng bận rộn nhất châu Á và sân bay tốt nhất thế giới.

Câu 26. Tên 5 thành phố đông dân nhất trong ASEAN là: Jakarta; Manila; Bangkok; Hồ Chí Minh; Hà Nội.

Câu 27. 1) ASEAN Summit: Hội nghị Thượng đỉnh ASEAN.

2) ASEAN Ministerial Meeting - AMM: Hội nghị Bộ trưởng ASEAN.

3) ASEAN Economic Ministers - AEM: Hội nghị Bộ trưởng kinh tế ASEAN.

4) Joint Ministerial Meeting - JMM: Hội nghị liên Bộ trưởng ASEAN.

5) Senior Officials Meeting - SOM: Cuộc họp các quan chức cấp cao ASEAN.

6) ASEAN Standing Comumittee - ASC: Ủy ban thường trực ASEAN.



Nhận xét. Đa số các bạn có câu trả lời đúng. Các bạn được nhận quà kì này: *Phan An Khánh*, 8A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Đặng Lan Hương*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Hải Khoa*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Tường Vi*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Thị Mai Anh*, 7D, THCS Đặng Thai Mai, Vinh; *Nguyễn Trình Tuấn Đạt*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Phan Thu Trang*, 9A1, THCS chất lượng cao Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Minh Trí*, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Ngọc Linh*, 7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

BTC



VŨ KIM THỦY

BỔ ĐÀ

Quanh co cổng lối khó tìm
Rêu xanh tường đất chùa chìm trong cây
Thời gian ngưng ở nơi đây
Muốn tìm cổ kính về ngay Bổ Đà
Cách thủ đô chẳng bao xa
Giữ cho hậu thế bóng xòa thời gian
Ngày xuân đến vãn cảnh trần
Gieo thêm mầm thiện thêm Xuân mỗi người.

26.2.2015
Việt Yên, Bắc Giang

CAO NGỌC TOẢN
(GV. THPT Tam Giang,
Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Đôi bàn tay

Bàn tay thon
Lướt nhẹ phím đàn
Âm thanh trầm bổng tiếng ca
cho đời

Bàn tay thô
Chai sần vết nắng mưa
Chồi xanh trĩu quả tốt tươi bốn mùa

Bàn tay ấm
Tay nắm lấy bàn tay
Đường xa chẳng ngại, sông dài
cũng qua

Đôi bàn tay
Sưởi ấm những bàn tay
Tình yêu muôn thuở, ấm nồng
yêu thương

Diệu kì thay
Bàn tay làm tất cả
Vinh quang nào chẳng có dấu
bàn tay.



TIN HOẠT ĐỘNG CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

1. Ngày 19.1.2016, tạp chí Toán Tuổi thơ tổ chức **Ngày Toán Tuổi thơ** tại trường tiểu học Đoàn Thị Điểm, Mỹ Đình, Hà Nội. Nội dung gồm ba phần chính:

♦ Kỉ niệm 15 năm Toán Tuổi thơ *(25.10.2000 ra số đầu tiên, 30.1.2002 thành lập TTT)*;

♦ Trao thưởng các cuộc thi trên Tạp chí;

♦ Tổ chức thi liên tỉnh Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ giữa các Câu lạc bộ đến từ: Nam Định, Thái Bình, Sơn La, Hưng Yên, Quảng Ninh, Vĩnh Phúc, Hà Nội. Đề thi gồm 2 nội dung: Phần 1 là các đề toán tiếng Anh, chỉ yêu cầu ghi đáp số; phần 2 là các câu hỏi tiếng Việt về IQ, câu đố toán, lịch sử toán, trò chơi toán. Có hai vòng thi:

* **Vòng 1.** Thi tiếp sức đồng đội (*Gồm có 2 hiệp*)

+ **Hiệp 1.** Tiếp sức toán

- Sáu thí sinh của mỗi Câu lạc bộ lần lượt giải 6 bài toán chỉ ghi đáp số. Thời gian tối đa là 30 phút cho 6 bài toán.

+ **Hiệp 2.** Du lịch Toán học

- Có 6 thành phố cho các bạn học sinh đến "tham quan" là: Hà Nội, Hải Phòng, Nam Định, Huế, Đà Nẵng, TP. Hồ Chí Minh. Hai giám khảo sẽ là chủ nhân của bàn đại diện thành phố đó.

- Các em học sinh trong Câu lạc bộ cùng giải 6 bài toán vui. Một em học sinh là đội trưởng đến thành phố thứ nhất để lấy đề bài 1 (*Theo chỉ định của Ban tổ chức*) sau đó các em học sinh của đội cùng giải bài rồi đội trưởng nộp kết quả cho giám khảo ở thành phố thứ nhất, nếu kết quả chưa đúng thì giám khảo sẽ yêu cầu làm lại đến khi nào Câu lạc bộ đó đưa ra được kết quả đúng bài 1 thì Câu lạc bộ đó mới có được địa chỉ để đến thành phố thứ hai nhận đề bài 2 để giải tiếp, cứ tiếp tục như thế cho đến bài 6. Tổng thời gian tối đa để làm cả 6 bài toán là 30 phút. Hiệp 2 kết thúc khi hết giờ hoặc đã có 2 đội có kết quả đúng ở bài thứ 6 và về đích.

- Hai Câu lạc bộ có tổng điểm vòng 1 cao nhất được vào thi đấu vòng 2 để tranh giải Nhất *(Nếu có các Câu lạc bộ bằng điểm nhau thì sẽ dùng câu hỏi phụ để phân loại)*.

* **Vòng 2.** Tranh giải nhất

- Gồm 3 hiệp, mỗi hiệp hai Câu lạc bộ cùng giải một bài toán.

- Mỗi đội nhận một bảng để ghi đáp số. Thời gian giải mỗi bài không quá 5 phút. Thực hiện theo hiệu lệnh trống của Ban tổ chức.

- Ban tổ chức sẽ cộng điểm ở cả hai vòng thi đấu để chọn ra Câu lạc bộ được trao giải Nhất, Câu lạc bộ được trao giải Nhì (*Nếu các Câu lạc bộ bằng điểm nhau thì sẽ dùng câu hỏi phụ để phân loại*).

2. Ngoài các Câu lạc bộ đã được nêu tên, các trường sau đã đăng kí Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ với Tạp chí: *TH An Ninh*, An Ninh; *TH An Dục*, An Dục, Quỳnh Phụ, *TH Tân Lập 1*, Tân Lập, Vũ Thư, **Thái Bình**; *TH Phan Chu Chinh*, Nam Đà, Krông Nô, **Đắk Nông**; *TH Mộc Ly*, Thị trấn Mộc Châu, Mộc Châu, **Sơn La**; *TH Hòn Me*, Thổ Sơn; *TH Tân Hưng*, Mỹ Lâm, *TH Hiệp Tân*, Mỹ Hiệp Sơn, Hòn Đất; *TH Minh Hòa 1*, Minh Hòa; *TH Mong Thọ A1*, Mong Thọ A, Châu Thành; *PTCS Sơn Hải*, Sơn Hải, Kiên Lương; *TH Thị trấn Thứ Ba*, thị trấn Thứ Ba, An Biên; *TH Bình An*, Bình An; *TH Thị trấn Kiên Lương 1, TH Thị trấn Kiên Lương 2, TH Thị trấn Kiên Lương 4*, Thị trấn Kiên Lương, Kiên Lương; *TH Lương Thế Vinh*, Rạch Sỏi; *TH Châu Văn Liêm*, Vĩnh Hiệp; *TH Âu Cơ, TH Hồng Bàng*, Vĩnh Thanh Vân; *TH Lê Văn Tám*, Vĩnh Lạc; *TH Lý Tự Trọng, TH Đinh Bộ Lĩnh, TH Lê Thị Hồng Gấm, TH Lê Hồng Phong, TH Hạnh Phước*, Vĩnh Thanh; *TH Lê Lợi*, Vĩnh Hiệp; *TH Trần Nhật Duật, TH Trần Quốc Toản*, Phi Thông; *TH Trương Định, TH Lý Thường Kiệt*, An Bình; *TH Trần Văn Ơn*, Vĩnh Lợi; *TH Mạc Đĩnh Chi*, Rạch Sỏi; *TH Nguyễn Hiền*, Vĩnh Quang; *TH Kim Đồng*, Vĩnh Bảo; *TH Nguyễn Thái Bình*, Vĩnh Quang, *TH Trần Khánh Dư, TH Trưng Vương*, An Hòa; *TH Phạm Ngũ Lão*, Vĩnh Thông; *TH Nguyễn Chí Thanh*, Rạch Sỏi, TP. Rạch Giá, **Kiên Giang**.

CLB TTT



NOËL VÀ TẾT

BÌNH NAM HÀ

1 Bắt đầu từ tháng 12, các thành phố phương Tây và nhiều thành phố phương Đông như Manila, Singapore, ... đã được trang hoàng đèn màu lộng lẫy và các cây thông Noël lớn rực rỡ được dựng lên. Người ta đi mua sắm tấp nập. Nhiều thành phố không ngủ. Ở văn phòng, các công ty số người xin nghỉ phép nhiều lên và những người đi làm cũng không bận bịu, bận rộn vì nhiều người ở các bộ phận đã nghỉ hoặc làm cầm chừng. Noël thực sự đã thành ngày sum họp gia đình. Tiếp đó, chỉ sau đúng 1 tuần là ngày bắt đầu năm mới. Vì thế từ đêm 24.12 đến hết ngày 1.1 hàng năm thực sự là những ngày Lễ, Hội lớn nhất trong năm. Ngày 25.12 ta quen gọi là Noël. Ngày 26.12 là ngày tặng quà. Các món ăn truyền thống của các nước phương Tây trong dịp này là gà tây, sườn nướng, gan ngỗng, xúc xích, salad, khoai tây, pho mat, bơ và bánh ngọt. Nhưng ấn tượng hơn cả là các cây thông từ ngoại thành được chở vào thành phố. Cây thông được treo các quả bóng màu, các thiếp mừng năm mới và cây trở nên sinh động hơn với các dây màu, bóng bay ... Trẻ con vui nhận quà của ông già Noël cả trong thực tế và trong tưởng tượng. Truyền thuyết kể rằng ông đi xe Tuần lộc kéo, trượt tuyết đi khắp nơi, vào ống khói các gia đình để bỏ quà vào tất trẻ con khi đêm đến. Ngày Năm mới được đánh dấu bằng màn pháo hoa.

Ở một số công ty nhân viên cũng được sếp tặng phong bì tiền cảm ơn sau một năm làm việc tốt. Ở Việt Nam, các thành phố Hà Nội, TP. Hồ Chí Minh, Nam Định, Đà Nẵng, Đà Lạt, ... hay các thị trấn như Sa Pa những năm gần đây cũng tưng bừng trước Noël chừng nửa tháng.

2 Ở Việt Nam và một số nước châu Á lại có Tết theo lịch Mặt trăng. Tết Việt Nam dao động từ ngày 21.1 đến ngày 19.2 Dương lịch. Cứ thế, nếu Tết rơi vào 21.1 là sớm nhất và thường là lạnh, còn nếu rơi vào 19.2 như năm ngoái là muộn nhất và thường là ấm. Còn tiết Lập xuân thường rơi vào ngày 3.2 hoặc 4.2. Sau tiết Lập xuân trời thường ấm hơn. Năm ngoái và năm nay Tết đều sau Lập xuân là trời đều ấm. Năm nay 1.1 Tết vào ngày 8.2 là giống như năm 1959. Tính ngược trước Tết 1 tuần, ngày 23 tháng Chạp là vùng nông thôn Bắc Bộ trồng cây nêu, vẽ hình mũi cung tên bằng vôi ở sân nhà để đuổi quỷ ra biển Đông. Bàn thờ tổ tiên cũng được dọn trong ngày này. Sau đó mâm ngũ quả được bày lên bàn thờ và hương bắt đầu thắp từ ngày đó. Ngũ quả tượng trưng cho ngũ hành và ứng với năm đức tốt: Nhân, Nghĩa, Lễ, Trí, Tín. Ngũ quả cũng đủ cả các màu xanh (chuối), vàng (quất, quýt), đỏ (cam), nâu (hồng xiêm). Nải chuối là thứ quả không thể thiếu trong mâm ngũ quả miền Bắc và được số quả lẻ (15, 17, 19) thì chủ nhà rất vui. Người miền Nam thì bày mãng cầu, dừa, đu đủ, xoài do cách phát âm chệch đi của: cầu vừa đủ xài. Do cách phát âm chuối gần giống chúi và quất gọi là tắc nên miền Nam ít dùng hai loại quả này. Lễ cúng ông Táo thường làm trước 12 giờ trưa 23 tháng Chạp và có 3 con cá chép để ba ông bà Táo có phương tiện về bẩm Ngọc Hoàng. Đêm 30 Tết (có năm lịch thiếu chỉ là 29 Tết) là đêm trừ tịch, nhiều gia đình cúng Tất niên và bày cả mâm cỗ ngoài sân tùy truyền thống gia đình. Cùng với cây nêu và hình cung tên, hoa đào được bày trong nhà để xua đuổi quỷ. Gần đây hoa lay ơn, cây quất được nhiều gia đình chơi trong dịp Tết. Cây quất có xu hướng tạo dáng cây thông Noël ở Hà Nội. Quất phải đủ lá xanh, lá non, hoa, quả xanh và quả chín là đẹp nhất. Ở Nam Định thì cây quất để dáng tròn tự nhiên. Những năm cuối thế kỉ trước, ngày Tết còn có hoa thược dược, hoa violet cắm chung một lọ thật to. Hoa đào thì được mang về từ rừng Việt Bắc và Tây Bắc. Sau đó đào Nhật Tân, Tây Tựu rồi Hưng Yên, Vĩnh Phúc, ... dần dần có nhiều làng trồng đào. Đây là đào trồng có cắt tỉa tạo dáng. Bây giờ nổi tiếng hơn cả vẫn là hoa Tây Tựu, Quảng Bá (Hà Nội), Vỵ Khê, Mỹ Tân (Nam Định), Văn Giang (Hưng Yên), Mê Linh (Vĩnh Phúc xưa, nay thuộc Hà Nội), Đà Lạt, ... Nhiều gia đình có thú chơi hoa thủy tiên là lọ hoa để bàn sống bằng nước, thường nở vào mồng 1 Tết rất thơm. Mấy năm lại đây nhiều loại hoa mới của phương Tây như tuy lip, hoa ly du nhập vào Tết Việt. Mùa Xuân kèm theo mưa xuân và gió Bấc cuối mùa, gió Đông đầu mùa dễ cho vi rút, vi trùng phát triển nên các thành phố thường quét vôi vỉa hè, gốc cây ven đường phố. Tục lệ này nay còn thấy ở Nam Định và một số phố Hà Nội.

(Còn tiếp)



Hỏi: Anh Phó ơi! Em gửi chung cả bài Thi giải toán qua thư và bài Phá án cùng thám tử Sêlôccôc có được không ạ?

NGUYỄN NHẬT LINH

(8E, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, Tuyên Quang)

Đáp:

Chung là chung một phong bì
Viết thì riêng giấy đừng ghi chung tờ
Mỗi bài gửi một thầy cô
Viết liền tờ giấy biết đưa thầy nào?



Hỏi: Khi làm bài Thi giải toán qua thư, học sinh lớp trên có được làm bài của lớp dưới không ạ?

NGUYỄN NGỌC LINH

(7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Lớp dưới làm bài lớp trên
Xưa nay điều ấy được khen
Lớp trên làm bài lớp dưới
Hoàn toàn là chuyện không nên.



Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu em gửi đáp án của những mục khác bằng phong bì của Thi giải toán qua thư thì có được không ạ?

NGUYỄN TRƯỜNG THỊNH

(7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Điều này anh nói nhiều rồi
Phong bì thi 1, bài nhồi thật căng
Miễn đừng chép lẫn trong trang
Mỗi trang mỗi mục đàng hoàng nhớ chưa.



ANH PHÓ



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(155). Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

i) $ab + b - a! = 1$;

ii) $cb + c - b! = 1$;

iii) $a^2 - 2b^2 + 2a - 4b = 2$.

LƯU LÝ TƯỞNG

(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Bài 2(155). Cho tam giác ABC có AB + AC = 2BC. Gọi I là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng $\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = 180^o$.

NGUYỄN MINH HÀ

(GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(155). Giả sử n là số nguyên dương sao cho tồn tại các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $ab + a^2c + b^2c + abc^2 = 101^n$. Chứng minh rằng n là số chẵn.

NGUYỄN DUY LIÊN *(GV. THPT chuyên Vĩnh Phúc)*

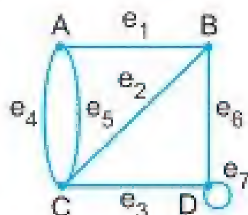
Bài 4(155). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2+ab^2}{b^2+a+b} + \frac{b^2+bc^2}{c^2+b+c} + \frac{c^2+ca^2}{a^2+c+a} \ge 2.$$

CAO MINH QUANG

(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Bài 5(155). Một đa đồ thị G(V, E) bao gồm một tập hợp V các đỉnh và một tập hợp E các cạnh, trong đó E có thể bao gồm các cạnh kép và khuyên. Xem ví dụ (e_4, e_5 là cạnh kép, e_7 là khuyên). Hãy vẽ biểu đồ cho mỗi đa đồ thị G(V, E), trong đó $V = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ và



a) $E = \{\{P_2, P_4\}, \{P_2, P_3\}, \{P_3, P_5\}, \{P_5, P_4\}\}$;

b) $E = \{\{P_1, P_1\}, \{P_2, P_3\}, \{P_2, P_4\}, \{P_3, P_2\}, \{P_4, P_1\}, \{P_5, P_4\}\}$.

VŨ KIM THỦY

Bài 6(155). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là điểm nằm trong tam giác ABC (I không nằm trên cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI thứ tự cắt BC, CA, AB tại M, N, P. Chứng minh rằng $\frac{1}{AM.BN} + \frac{1}{BN.CP} + \frac{1}{CP.AM} \le \frac{4}{3(R-OI)^2}$.

NGUYỄN KHÁNH TOÀN

(GV. THCS Bắc Hải, Tiền Hải, Thái Bình)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(155). Find all positive integers *a*, *b*, and *c* satisfying the following equations.

i) $ab + b - a! = 1$; ii) $cb + c - b! = 1$; iii) $a^2 - 2b^2 + 2a - 4b = 2$.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

2(155). Given a triangle *ABC* satisfying *AB* + *AC* = *2BC*. Let *I* be the intersection of its internal angle bisectors. Let *M* and *N* be the midpoints of *AB* and *AC*, respectively. Prove that $\angle AMI + \angle ANI = 180^o$.

3(155). Let *n* be a positive integers such that there exist positive integers *a*, *b*, *c* satisfying $ab + a^2c + b^2c + abc^2 = 101^n$. Prove that *n* is an even number.

(Xem tiếp trang 20)



NĂM 2016 TOÁN TUỔI THƠ CÓ GÌ MỚI?

- Tổ chức **Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS và cấp Tiểu học**. Đây là cuộc thi dành cho giáo viên.
- Tổ chức Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ từ cấp trường đến cấp huyện, quận, tỉnh, thành ở cấp Tiểu học và bậc Trung học cơ sở để tạo phong trào dạy và học môn Toán ở các nhà trường, tiến tới cuộc thi toàn quốc.
- Mở chuyên mục **Cửa sổ AC** đăng các thông tin về 10 nước ASEAN khi **Cộng đồng ASEAN** chính thức được thành lập từ 31.12.2015, để giúp bạn đọc có thêm nhiều hiểu biết về các nước bạn.
- Mở chuyên mục **Vẽ tranh theo chủ đề**. Các em học sinh được sáng tác các bức tranh về quê hương, đất nước.

Dành cho các thầy cô giáo

CUỘC THI SÁNG TÁC CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔN TOÁN CỦA HỌC SINH BẬC THCS

Nhằm tạo ra ngân hàng câu hỏi giúp phát triển năng lực của học sinh đồng thời động viên, khuyến khích các thầy cô giáo sáng tạo nhiều hơn nữa để có những giờ dạy hiệu quả cao, có thệ thống câu hỏi, bài tập có chất lượng tốt, tạp chí Toán Tuổi thơ tổ chức **Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS**. Đây là một cuộc thi mới và là một cuộc thi lớn trong năm 2016 trên tạp chí.

1. Nội dung bài tập, câu hỏi. Các bài tập, câu hỏi môn toán giúp phát triển năng lực học toán của học sinh. Ban tổ chức hoan nghênh các bài tập, câu hỏi có hình vẽ minh họa để các em học sinh thấy rằng môn toán thật thú vị. Các bài tập, câu hỏi phải là các bài mới chưa xuất hiện trên bất kì sách, báo nào. Mỗi cá nhân, tập thể gửi một lần hệ thống bài tập và câu hỏi gồm ít nhất 40 bài tập, câu hỏi cho cả bốn lớp 6, 7, 8 và 9 (mỗi bài tập, câu hỏi cần ghi rõ dành cho lớp mấy).

2. Đối tượng dự thi. Các thầy, cô giáo, các cán bộ quản lí giáo dục.

3. Thời hạn nhận bài dự thi. Kể từ tháng 1.2016 đến hết tháng 12.2016. Các bài dự thi cần viết rõ trên phong bì: **Tham dự Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS**. Trong bài dự thi ghi rõ: Họ và tên, địa chỉ, số điện thoại, email và gửi về: *Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội*. Tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ đăng các bài tập, câu hỏi hay và các tác giả sẽ được nhận nhuận bút.

4. Tổng kết và trao giải. Hết tháng 12.2016, tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ tổng kết cuộc thi. Ban tổ chức sẽ chấm các bài thi dựa trên các tiêu chí: Số lượng bài tập, câu hỏi, chất lượng chuyên môn của từng bài, từng câu và sự đa dạng về nội dung. Giải thưởng gồm Giấy chứng nhận, tiền mặt và quà tặng.

BAN TỔ CHỨC



Nhà hát Lớn Hà Nội

Thoạt nhìn ta cứ tưởng đang được ở một nhà hát lớn giữa trời Âu vào thế kỉ XIX hay XX. Điều đó đúng vì nhà hát Lớn Hà Nội mô phỏng kiến trúc nhà hát Opéra Garnie (Paris, Pháp). Được khởi công năm 1901 và hoàn thành 1911, đến 2016 này nhà hát tròn 105 tuổi. Chỉ khi nhìn ô tô, xe máy bên ngoài ta mới trở lại với thực tại trước vẻ đẹp ngỡ ngàng. Bức ảnh thật hài hòa bởi sự tôn lên vẻ đẹp từ cây xanh và mây trời với điểm xuyết của lá cờ. Bạn hãy viết bài bình về bức ảnh nhé.

MORIS VŨ



Ảnh: Phan Ngọc Quang

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH







Từ trái sang phải: Kim Thị Hồng Linh, Phan Huyền Ngọc, Bùi Thùy Linh, Nguyễn Thùy Dương, Lê Nguyễn Quỳnh Trang.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT155M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 01 năm 2016.

NĂM THỨ
MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740
156
02/2016
Giá: 10000đ



Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Chào Xuân Bính Thân



Toán Tuổi thơ Trung học cơ sở

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 Tr 2
Các dạng toán về góc trong hình học lớp 6 và 7
Võ Xuân Minh

Học ra sao? Giải toán thế nào? Tr 3
Hệ hai phương trình ba ẩn
Mai Văn Năm

Com pa vui tính Tr 15
Chia tỉ lệ đoạn trung tuyến
Đan Quỳnh

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc Tr 16
Con rùa vàng
Nguyễn Thị Lan

Đến với tiếng Hán Tr 18
Bài 65. Đà Nẵng nóng hơn Hà Nội
(Tiếp theo kì trước)
Nguyễn Vũ Loan

Học Vật lí bằng tiếng Anh Tr 19
Unit 18. Gas laws and particles of matter
(Tiếp theo kì trước)
Vũ Kim Thủy

Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 22
Tính chất đường tròn Euler và một số bài toán áp dụng
Vũ Công Minh

Đề thi các nước Tr 24
IMSO 2015 - Mathematics Essay problems solution
Trịnh Hoài Dương

Lịch sử Toán học Tr 27
Đại số
Bính Nam Hà



CÁC DẠNG TOÁN VỀ GÓC TRONG HÌNH HỌC LỚP 6 VÀ 7

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Trong chương trình Hình học lớp 6 và lớp 7 chúng ta thường gặp các bài toán về tính góc, chứng minh tia nằm giữa hai tia, hai tia đối nhau. Bài viết này chúng tôi sẽ viết về các dạng toán trên thông qua các ví dụ.

Dạng 1. Chứng minh tia nằm giữa hai tia

● *Phương pháp giải.* Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy nếu có một trong các điều sau:

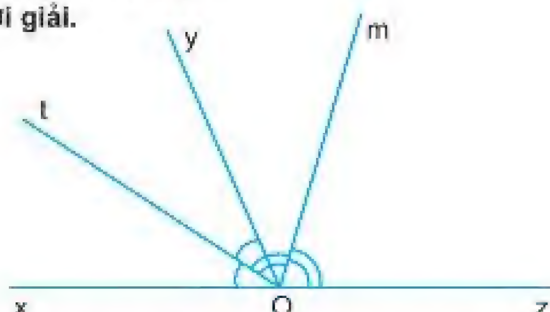
+ $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} + \widehat{zOy}$.

+ Tia Oy và tia Oz đều thuộc nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox và $\widehat{xOz} < \widehat{xOy}$.

+ Tồn tại đường thẳng d cắt các tia Ox, Oz và Oy thứ tự tại M, N và P và N nằm giữa M và P.

Ví dụ 1. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ với $\widehat{xOy} < 90^o$. Vẽ tia phân giác Ot của $\widehat{xOy}$ và tia phân giác Om của $\widehat{tOz}$. Hỏi trong ba tia Oy, Oz, Om tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

Lời giải.



Vì $\widehat{xOt}$ và $\widehat{tOz}$ là hai góc kề bù nên ta có $\widehat{tOz} = 180^o - \widehat{xOt}$

$\Rightarrow \widehat{zOm} = (180^o - \widehat{xOt}) : 2 = 90^o - \dfrac{\widehat{xOt}}{2} < 90^o$

Mặt khác $\widehat{zOy} = 180^o - \widehat{xOy} > 90^o$ (vì $\widehat{xOy} < 90^o$)

Do đó $\widehat{zOm} < \widehat{zOy}$.

Mà tia Om và tia Oy cùng thuộc nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Oz.

Suy ra tia Om nằm giữa hai tia Oz và Oy.

Dạng 2. Tính số đo của góc

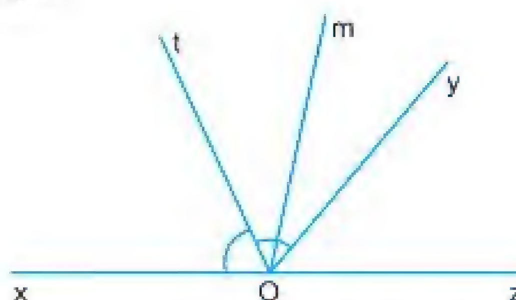
● *Phương pháp giải.* Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Ví dụ 2. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ thỏa mãn $\widehat{yOz} = 48^o$. Vẽ tia phân giác Ot của $\widehat{xOy}$. Trong góc $\widehat{tOz}$ vẽ góc $\widehat{tOm} = \dfrac{\widehat{tOz}}{3}$.

a) Tính góc $\widehat{xOm}$.

b) Tính góc $\widehat{yOm}$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^o$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{xOy} = 180^o - 48^o = 132^o$

$\Rightarrow \widehat{xOt} = \widehat{tOy} = \dfrac{\widehat{xOy}}{2} = 132^o : 2 = 66^o$ (vì Ot là tia phân giác của $\widehat{xOy}$).

Ta có $\widehat{tOz} + \widehat{tOx} = 180^o$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{tOz} = 180^o - \widehat{tOx} = 180^o - 66^o = 114^o$

$\Rightarrow \widehat{tOm} = \dfrac{\widehat{tOz}}{3} = 114^o : 3 = 38^o$.

Vì tia Ot nằm trong $\widehat{xOm}$ nên

$\widehat{xOm} = \widehat{xOt} + \widehat{tOm} = 66^o + 38^o = 104^o$.

b) Vì tia Om và tia Oy cùng thuộc nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ot và $\widehat{tOm} < \widehat{tOy}$ nên tia Om nằm giữa hai tia Ot và Oy, suy ra

$\widehat{yOm} = \widehat{tOy} - \widehat{tOm} = 66^o - 38^o = 28^o$.

Dạng 3. Chứng minh hai tia đối nhau

● *Phương pháp giải.* Nếu hai tia Oy và Oz cùng thuộc nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox sao cho $\widehat{xOy} = \widehat{xOz}$ thì hai tia Oy và Oz trùng nhau.

(Xem tiếp trang 6)



HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BA ẨN

MAI VĂN NĂM
(GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình)

Khi giải hệ phương trình nếu số ẩn bằng số phương trình thì ta thường dùng phương pháp cộng hay trừ hai phương trình hoặc dùng phương pháp thế. Nhưng đối với một số bài toán mà số ẩn nhiều hơn số phương trình thì phải có cách giải quyết riêng. Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu với các bạn một số phương pháp giải hệ 2 phương trình 3 ẩn.

1. Sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc 2

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=5 \\ \dfrac{2}{xy}-\dfrac{1}{z^2}=25. \end{cases}$

Lời giải. ĐKXĐ x, y, $z \neq 0$.

Đặt $\dfrac{1}{x}=a; \dfrac{1}{y}=b; \dfrac{1}{z}=c$, hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} a+b+c=5 \\ 2ab-c^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5-c \\ ab=\dfrac{25+c^2}{2} \end{cases} \text{(I)}$$

Khi đó a, b là các nghiệm của phương trình

$t^2-(5-c)t+\dfrac{c^2+25}{2}=0.$ (2)

Để phương trình (2) có nghiệm thì

$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (5-c)^2-4.\dfrac{c^2+25}{2} \geq 0$

$\Leftrightarrow (c+5)^2 \leq 0 \Leftrightarrow c=-5.$

Thay c = –5 vào hệ phương trình (I) ta được

$$\begin{cases} a+b=10 \\ ab=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=5 \end{cases}$$

Từ đó ta tìm được $x=y=\dfrac{1}{5}; z=-\dfrac{1}{5}.$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x; y; z) là $\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{1}{5};-\dfrac{1}{5}\right)$.

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+y^2=4z-5+2xy \\ x^4+y^4=9z-5-4z^2-2x^2y^2 \end{cases}$$

Lời giải. Ta biến đổi hệ đã cho về dạng

$$\begin{cases} x^2+y^2-2xy=4z-5 \\ x^4+y^4+2x^2y^2=9z-5-4z^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2=4z-5 \\ (x^2+y^2)^2=9z-5-4z^2 \end{cases} \text{(II)}$$

Hệ (II) có nghiệm suy ra

$$\begin{cases} 4z-5 \geq 0 \\ -4z^2+9z-5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z \geq \dfrac{5}{4} \\ 1 \leq z \leq \dfrac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow z=\dfrac{5}{4}.$$

Thay $z=\dfrac{5}{4}$ vào hệ (II) ta tìm được x = y = 0.

Thử lại thấy đúng.

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất là (x; y; z) là $\left(0;0;\dfrac{5}{4}\right)$.

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2+2xy-zx-zy=3 \\ x^2+y^2+yz-zx-2xy=-1 \end{cases}$$

Lời giải. Biến đổi hệ đã cho về dạng

$$\begin{cases} (x+y)^2-z(x+y)+z^2-3=0 \\ (x-y)^2-z(x-y)+1=0 \end{cases}$$

Đặt a = x + y, b = x − y, khi đó hệ trên có dạng

$$\begin{cases} a^2-za+z^2-3=0 & (1) \\ b^2-zb+1=0 & (2) \end{cases} \text{(III)}$$

Hệ (III) có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm a và phương trình (2) có nghiệm b suy ra

$$\begin{cases} \Delta_1 \geq 0 \\ \Delta_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2-4(z^2-3) \geq 0 \\ z^2-4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 \leq 4 \\ z^2 \geq 4 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow z^2=4 \Leftrightarrow z=\pm 2.$

- Với z = 2, thay vào hệ phương trình (III) ta có a = b = 1 ⇒ x = 1; y = 0.
- Với z = –2 thay vào hệ phương trình (III) ta có a = b = –1 ⇒ x = –1; y = 0.

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm (x; y; z) là (1; 0; 2); (–1; 0; –2).

2. Sử dụng bất đẳng thức

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 + y^4 + z^4 = 125(x + y + z) & (1) \\ xyz = 125 & (2) \end{cases}$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức $a^2 + b^2 + c^2 \ge ab + bc + ca$, đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$.

Do đó $x^4 + y^4 + z^4 \ge x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 \ge xy.yz + yz.zx + zx.xy = xyz(x + y + z) = 125(x + y + z)$. (3)

Dấu bằng ở (3) xảy ra khi $x = y = z = 5$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x; y; z) là (5; 5; 5).

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+11} + \sqrt{y+11} + \sqrt{z+11} = 12 \\ \sqrt{9-x} + \sqrt{9-y} + \sqrt{9-z} = 6 \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ: $-11 \le x \le 9$; $-11 \le y \le 9$; $-11 \le z \le 9$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$$12^2 = (1\sqrt{x+11} + 1\sqrt{y+11} + 1\sqrt{z+11})^2$$

$$\le \left[1^2 + 1^2 + 1^2\right]\left[(\sqrt{x+11})^2 + (\sqrt{y+11})^2 + (\sqrt{z+11})^2\right]$$

$$= 3(33 + x + y + z)$$

$$\Rightarrow x + y + z \ge 15. \ (1)$$

Dấu bằng ở (1) xảy ra khi

$$\sqrt{x+11} = \sqrt{y+11} = \sqrt{z+11} \Leftrightarrow x = y = z.$$

$$6^2 = (1\sqrt{9-x} + 1\sqrt{9-y} + 1\sqrt{9-z})^2$$

$$\le \left[1^2 + 1^2 + 1^2\right]\left[(\sqrt{9-x})^2 + (\sqrt{9-y})^2 + (\sqrt{9-z})^2\right]$$

$$= 3\left[27 - (x + y + z)\right]$$

$$\Rightarrow x + y + z \le 15. (2)$$

Dấu bằng ở (2) xảy ra khi

$$\sqrt{9-x} = \sqrt{9-y} = \sqrt{9-z} \Leftrightarrow x = y = z.$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 5.$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất (x; y; z) là (5; 5; 5).

Ví dụ 6. Tìm các số dương x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ \sqrt{15x + yz} + \sqrt{15y + zx} + \sqrt{15z + xy} = 30 \end{cases}$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\sqrt{15x + yz} = \sqrt{(x + y + z)x + yz} = \sqrt{(x + y)(x + z)}$$

$$= \frac{x + y + x + z}{2} = \frac{2x + y + z}{2}.$$

$$\sqrt{15y + zx} \le \frac{2y + x + z}{2}$$

$$\sqrt{15z + xy} \le \frac{2z + x + y}{2}.$$

Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta được

$$\sqrt{15x + yz} + \sqrt{15y + zx} + \sqrt{15z + xy}$$

$$\le 2(x + y + z) = 30.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = y = z = 5$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x; y; z) là (5; 5; 5).

Ví dụ 7. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 8^x + 8^y + 8^z = 2^x + 2^y + 2^z \end{cases}$$

Lời giải. Đặt $2^x = a$, $2^y = b$, $2^z = c$ thì a, b, c > 0 và $abc = 2^{x+y+z} = 1$.

Khi đó ta có $\begin{cases} abc = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 = a + b + c \end{cases}$

Vì a, b, c > 0 nên áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$a^3 + 1 + 1 \ge 3\sqrt[3]{a^3} = 3a$$

$$b^3 + 1 + 1 \ge 3\sqrt[3]{b^3} = 3b$$

$$c^3 + 1 + 1 \ge 3\sqrt[3]{c^3} = 3c$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được

$a^3 + b^3 + c^3 + 6 \ge 3(a + b + c)$. (1)

Mặt khác theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$a^3 + b^3 + c^3 \ge 3abc = 3.1 = 3$ nên

$2(a^3 + b^3 + c^3) \ge 6$. (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) suy ra

$a^3 + b^3 + c^3 \ge a + b + c$.

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$. Từ đó

$2^x = 1 \Rightarrow x = 0$

$2^y = 1 \Rightarrow y = 0$

$2^z = 1 \Rightarrow z = 0$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x; y; z) là (0; 0; 0).

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm các số dương x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y^2 + z^3 = 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} + \dfrac{3}{z} = 6 \end{cases}$$

Bài 2. Tìm các số dương x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x + y + z + xy + yz + zx = 6 \end{cases}$$

Bài 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 16 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} = 8 \end{cases}$$

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

• Ngày 22.1.2015, NXBGD tại Hà Nội đã tổ chức Lễ kỉ niệm 10 năm thành lập. Tới dự có TS. Nguyễn Thị Nghĩa, Thứ trưởng Bộ Giáo dục & Đào tạo; ông Chu Văn Hòa, Cục trưởng Cục Xuất bản - In và Phát hành, Bộ Thông tin và Truyền thông; NGƯT. Ngô Trần Ái, Cố vấn cao cấp HĐTV, BTGĐ, Trưởng ban chỉ đạo biên soạn SGK mới NXBGD Việt Nam; ông Mạc Văn Thiện, Chủ tịch HĐTV NXBGD Việt Nam; GS. TS. Vũ Văn Hùng, Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam; Lãnh đạo các đơn vị thành viên NXBGD Việt Nam; Nhân dịp này NXBGD tại Hà Nội đã được Thủ tướng Chính phủ tặng Bằng khen.

• Trong hai ngày 22 và 23.1.2016, tại Hà Nội, NXBGD Việt Nam đã tổ chức Hội nghị tổng kết công tác năm 2015 và triển khai kế hoạch năm 2016. Tại Hội nghị, TS. Nguyễn Thị Nghĩa, Thứ trưởng Bộ Giáo dục & Đào tạo đã trao Quyết định bổ nhiệm TS. Phan Xuân Thành, Ủy viên HĐTV, Phó Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam, Giám đốc Công ty Cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục tại Hà Nội giữ chức vụ Tổng biên tập NXBGD Việt Nam.

• Ngày 22.1.2016 Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo tặng danh hiệu Tập thể lao động xuất sắc và Bằng khen cho tạp chí Toán Tuổi thơ và TBT tạp chí.

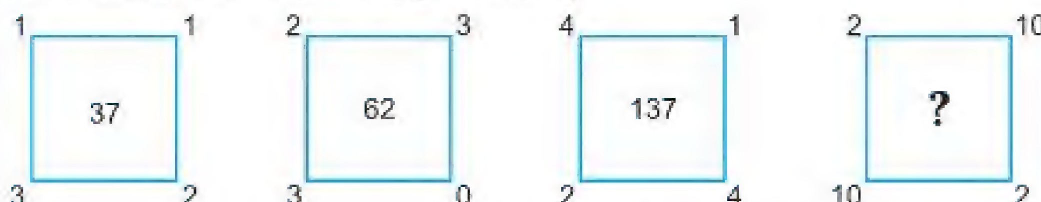
TTT



Kì này TÌM SỐ CÒN THIẾU

Bài 1. Cho các số 2, 5, 11, 17, 23, 29, ... Hãy tìm số tiếp theo sao cho hợp lôgic.

Bài 2. Hãy tìm số còn thiếu trong hình vuông.



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ NÀO THÍCH HỢP? (TTT2 số 154)

Nhận xét. Kì này cả hai bài đều dễ. Tất cả các bạn đều tìm ra đúng quy luật của bài 1. Lưu ý: Tổng của ba số chia cho 3 gọi là *trung bình cộng* của ba số đó. Với bài 2, tùy theo cách nhìn các hình dưới những khía cạnh khác nhau mà ta phát hiện ra các quy luật khác nhau. Với quy luật "vẽ hình bằng một nét" các bạn nên chỉ ra cách vẽ cụ thể.

Quy luật.

Bài 1. Số nằm trong hình tam giác bằng trung bình cộng của ba số nằm ngoài tam giác cộng với 1.

Bài 2. - Với cách nhìn *số hình có mặt*: Ba hình A, B, C đều có 4 tam giác đơn, hình D có 5 tam giác đơn. Vậy hình **D** không thích hợp với các hình còn lại.

- Với cách nhìn *ghép hình*: Các hình A, B, D được ghép bởi chỉ các hình tam giác, hình **C** được ghép bởi các tam giác và hình vuông.

- Với cách nhìn *vẽ hình bằng một nét*: Các hình A, C, D đều được vẽ bằng một nét (không nhấc bút lên) hình B phải vẽ bằng 2 nét. Vậy hình **B** không thích hợp với các hình còn lại.



Xin trao thưởng cho các bạn có lời giải chi tiết, diễn đạt chính xác: *Vũ Tiến Hải*, 7A1; *Nguyễn Đăng Duy*, 7A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thành Dũng*, 6D, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Mai Thanh Tâm*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tiến Đức*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương kì này: *Nguyễn Tiến Phong*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thùy Mai*, Nhóm ba bạn *Nguyễn Quang Thọ, Phùng Quốc Lâm, Trần Tuấn Anh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Chí Công*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Tập thể lớp 7C*, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Kết quả

UNIT 17. PARTICULATE MODELS FOR SOLIDS, LIQUIDS AND GASES

(TTT2 số 154)

	Solid	Liquid	Gas
Arrangement of particles	Fixed pattern	Free to move about. No fixed positions	Free to move about. No fixed positions
Distance between particles	Closely packed together	Not as closely packed	Far apart
Forces of attraction between particles	Very strong	Strong	Very negligible forces
Motion of particles	Vibrate about their fixed positions	Vibrate and move about their positions	Move freely at high speeds



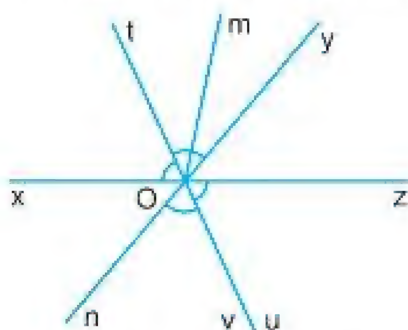
Nhận xét. Có rất nhiều bạn có đáp án đúng, tòa soạn sẽ trao quà cho bạn có lời giải đúng và trình bày đẹp là: *Phan Thị Việt Linh; Nguyễn Thị Kim Chi; Vũ Thảo Nhi*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Nam*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Diệu Linh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Phan An Khánh*, 8A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thu Trang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phạm Thu Thủy*, 8A, THCS Thị trấn II, Yên Lập, **Phú Thọ**.

MAI VŨ

CÁC DẠNG TOÁN VỀ GÓC...

(Tiếp theo trang 2)

Ví dụ 3. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ thỏa mãn $\widehat{yOz} = 48^o$. Vẽ tia phân giác Ot của $\widehat{xOy}$. Vẽ tia On là tia đối của tia Oy. Vẽ tia phân giác Ou của $\widehat{nOz}$. Chứng minh rằng tia Ou và Ot là hai tia đối nhau.



Vẽ tia Ov là tia đối của tia Ot. Tương tự ví dụ 2 ta có $\widehat{zOt} = 114^o$.

Ta có $\widehat{zOv} + \widehat{zOt} = 180^o$

$\Rightarrow \widehat{zOv} = 180^o - \widehat{zOt} = 180^o - 114^o = 66^o$.

Mặt khác $\widehat{zOy} + \widehat{zOn} = 180^o$

$\Rightarrow \widehat{zOn} = 180^o - \widehat{zOy} = 180^o - 48^o = 132^o$.

Vì tia Ou là tia phân giác của $\widehat{zOn}$ nên $\widehat{zOu} = \widehat{zOn} : 2 = 132^o : 2 = 66^o$.

Vì tia Ou và tia Ov cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oz và $\widehat{zOu} = \widehat{zOv}$ nên tia Ov và tia Ou trùng nhau.

Vậy hai tia Ou và Ot là hai tia đối nhau.

Các bạn hãy giải các bài toán sau nhé.

Bài 1. Vẽ góc $\widehat{xOy} = 120^o$. Trong góc $\widehat{xOy}$ vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} > 2\widehat{zOy}$. Vẽ tia phân giác Ot của $\widehat{xOz}$ và tia phân giác Om của $\widehat{tOy}$.

a) Hỏi trong 3 tia Ot, Om, Oz tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

b) Cho $\widehat{zOy} = 30^o$, hãy tính $\widehat{mOz}$.

Bài 2. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$, vẽ tia phân giác Ot của $\widehat{yOz}$. Chứng minh rằng

a) $\widehat{xOt} = 90^o + \dfrac{\widehat{xOy}}{2}$;

b) Cho $\widehat{xOt} = 145^o$, tính $\widehat{yOz}$.

VŨ VỴ CÔI

THÁI NGUYÊN

Đến thành phố lạ tìm người chưa quen
Nhờ người tìm giúp đường, giúp phố
Có những con đường đi qua ruộng lúa
Còn khóm tre rừng của thuở nguyên sơ
Nhà lẩn khuất dưới vòm xanh lá
Người cần gặp chẳng dễ tìm nơi lạ
Phường tới phường qua mấy quả đồi xa
Một chuyến đi dạo phố trời mưa

12.4.1985





LÊ THỊ NGỌC THÚY
(Trường CĐSP Nghệ An)

Đôi cánh

*Mỗi lần giở **Toán Tuổi thơ***
bao nhiêu bí ẩn bất ngờ hiện ra
ngỡ như gặp bạn gần xa
mỗi bài toán một bông hoa ngạt ngào

*Bao nhiêu câu hỏi **Vì sao?***
bỗng lung linh sáng như sao trên trời
bao nhiêu câu chuyện vui cười
hóa dòng sông tắm mát thời mộng mơ

*Mỗi trang báo **Toán Tuổi thơ***
kết thành đôi cánh từng giờ nâng ta

9.2015

NGÀY TOÁN TUỔI THƠ

Sáng ngày 19.1.2016 tại Hà Nội, tạp chí Toán Tuổi thơ đã tổ chức Ngày Toán Tuổi thơ. Đến dự có GS. TS. Vũ Văn Hùng, Tổng Giám đốc, Tổng biên tập NXBGD Việt Nam; bà Đỗ Thị Phương, Phó Giám đốc NXBGD tại Hà Nội; ông Phạm Quỳnh, Phó Giám đốc Công ty Cổ phần sách Giáo dục tại TP. Hà Nội; TS. Đinh Văn Vang, Tổng biên tập tạp chí Văn học và Tuổi trẻ; Đại diện Phòng Giáo dục tiểu học, Phòng Giáo dục Trung học của Sở Giáo dục và Đào tạo các tỉnh phía Bắc; NGƯT. Nguyễn Thị Hiền, Hiệu trưởng trường tiểu học Đoàn Thị Điểm Hà Nội; ông Hoàng Mạnh Ánh, Phó Tổng Giám đốc Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà; bà Đinh Hương Ly, Đại diện Trung tâm phát triển tư duy và kĩ năng IEG; ông Bùi Minh Mẫn, Giám đốc Công ty Cổ phần dịch vụ Giáo dục Việt Nam; ông Phạm Thọ Hoàn, đại diện website: olm.vn; TS. Chu Cẩm Thơ, Giám đốc Trung tâm Toán POMath; các thầy cô giáo nguyên là lãnh đạo Tạp chí; các Ủy viên Hội đồng biên tập Tạp chí Toán Tuổi thơ; các câu lạc bộ Toán Tuổi thơ đến từ: **Nam Định, Thái Bình, Sơn La, Hưng Yên, Quảng Ninh, Vĩnh Phúc, Hà Nội** và các em học sinh khối lớp 5 trường tiểu học Đoàn Thị Điểm Hà Nội.

1. Kỉ niệm 15 năm Toán Tuổi thơ

- ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã có bài báo cáo về 15 năm hoạt động của Toán Tuổi thơ.
- GS.TS. Vũ Văn Hùng, Tổng Giám đốc, Tổng biên tập NXBGD Việt Nam đã phát biểu ghi nhận những cố gắng của Tạp chí trong 15 năm qua và đề nghị Toán Tuổi thơ cần cố gắng để phục vụ bạn đọc ngày càng tốt hơn.
- Ông Trần Quốc Bình, Phó phòng GD - ĐT TP. Sơn La, đại diện các cộng tác viên của Tạp chí phát biểu.
- Em Nguyễn Văn Thanh Sơn, học sinh lớp 8/1, THCS Nguyễn Khuyến, Đà Nẵng, đoạt giải Vàng cuộc thi đặc biệt nhân 15 năm Toán Tuổi thơ đại diện các em học sinh có đôi lời tâm sự, chia sẻ và nhận học bổng của website: olm.vn.

2. Trao thưởng các cuộc thi trên tạp chí

- Cuộc thi ra đề kiểm tra, đề thi toán.
- Cuộc thi đặc biệt nhân 15 năm Toán Tuổi thơ.
- Cuộc thi tìm hiểu Cộng đồng ASEAN.
- Cuộc thi vui chào hè 2015.

3. Tổ chức thi đấu câu lạc bộ Toán Tuổi thơ liên tỉnh cho 9 câu lạc bộ

Lần đầu tiên đề thi toán là bằng tiếng Anh, yêu cầu ghi đáp số có tên đơn vị. Cuộc thi gồm hai vòng:

• **Vòng 1. Thi đồng đội**

* **Hiệp 1.** *Tiếp sức toán*

Điểm mới của CLB Toán Tuổi thơ là Hiệp 2 (Du lịch Toán học) và Vòng 2 (Tranh giải Nhất).

* **Hiệp 2.** *Du lịch Toán học* (Đây là cách thi hoàn toàn mới)

- Có 6 thành phố cho các bạn học sinh đến tham quan là: Hà Nội, Hải Phòng, Nam Định, Huế, Đà Nẵng, TP. Hồ Chí Minh. Hai giám khảo là chủ nhân của mỗi thành phố đó.
- Các em học sinh trong câu lạc bộ cùng giải 6 bài toán trong thời gian không quá 30 phút. Mỗi câu lạc bộ phải giải đúng bài 1 thì mới được di chuyển đến thành phố thứ hai nhận đề bài 2 để giải tiếp, cứ tiếp tục như thế cho đến bài 6. Điểm tối đa của mỗi câu lạc bộ ở Hiệp 2 là 12 điểm.
- Kết quả ở vòng 1 được tính bằng tổng điểm cả hai hiệp để chọn ra hai câu lạc bộ có điểm cao nhất.

● **Vòng 2. Tranh giải Nhất**

- Gồm 3 hiệp, mỗi hiệp hai câu lạc bộ cùng giải một bài toán.
- Mỗi câu lạc bộ nhận một bảng để ghi kết quả vào bảng đó. Thời gian làm mỗi bài toán là 5 phút.
- Mỗi bài giải đúng được 2 điểm, giải sai được 0 điểm.
- Ban tổ chức sẽ cộng điểm ở hai vòng thi để xếp giải.

● **Kết quả:** Giải Nhất: câu lạc bộ Hà Nội 1 đến từ trường tiểu học Đoàn Thị Điểm Hà Nội; giải Nhì: câu lạc bộ Hà Nội 2, đến từ trường tiểu học Đoàn Thị Điểm Hà Nội. Các đồng giải Ba là các câu lạc bộ đến từ: trường TH Nam Đào, Nam Trực, Nam Định; trường TH Lê Hồng Phong, TP. Thái Bình, Thái Bình; trường TH Thị Trấn Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; trường TH-THCS-THPT Đoàn Thị Điểm, TP. Hạ Long, Quảng Ninh; trường TH Đoàn Thị Điểm Ecopark, Văn Giang, Hưng Yên; trường TH Ban Mai, Hà Đông, Hà Nội; TP. Sơn La, Sơn La.

TTT

THƯ CẢM ƠN

Trong Ngày Toán Tuổi thơ có sự hiện diện và tặng lẵng hoa, tặng quà chúc mừng của: GS. TS. Vũ Văn Hùng, Tổng Giám đốc, Tổng biên tập NXBGDVN; lãnh đạo NXBGD tại Hà Nội; lãnh đạo Công ty Cổ phần sách Giáo dục tại TP. Hà Nội; lãnh đạo Công ty Cổ phần VPP Hồng Hà; đại diện Trung tâm phát triển tư duy và kĩ năng IEG; lãnh đạo Xí nghiệp In bản đồ 1 - Bộ Quốc phòng; đại diện tạp chí Toán học và Tuổi trẻ; lãnh đạo tạp chí Văn học và Tuổi trẻ, Phó Trưởng phòng Giáo dục và Đào tạo TP. Sơn La. Các cơ quan, các công ty, đơn vị tài trợ: NXBGDVN; Công ty Cổ phần VPP Hồng Hà; trường TH Đoàn Thị Điểm, Hà Nội; website: hocmai.vn; website: olm.vn; Trung tâm phát triển tư duy và kĩ năng IEG. Đại diện Phòng Giáo dục Tiểu học và Phòng Giáo dục Trung học của Sở Giáo dục và Đào tạo các tỉnh phía Bắc; đại diện Phòng Giáo dục và Đào tạo Q. Nam Từ Liêm, Hà Nội; đại diện lãnh đạo các công ty, các đơn vị; các Ủy viên Hội đồng biên tập của Tạp chí; các tình nguyện viên; đại diện các Phòng giáo dục vào Đào tạo, Ban giám hiệu, giáo viên và các em học sinh trong các câu lạc bộ Toán Tuổi thơ đến từ các tỉnh, thành: Hưng Yên, Hà Nội, Nam Định, Quảng Ninh, Thái Bình, Sơn La, Vĩnh Phúc; các phóng viên Đài Truyền hình Việt Nam, kênh VTV2; báo Thanh niên, báo Giáo dục thời đại, ... Đài Truyền hình Việt Nam, kênh VTV2 đã có 4 chương trình phát sóng trong các ngày 24, 25, 26 và 27.1.2016 đưa tin về Ngày Toán Tuổi thơ.

Tạp chí trân trọng cảm ơn.

TẠP CHÍ TOÁN TUỔI THƠ

ĐỀ THI 2 VÒNG CLB TOÁN TUỔI THƠ LIÊN TỈNH 19.1.2016

CHILDREN'S FUN MATHS JOURNAL

COMPETITION 2016

ROUND 1: RELAY RACE - Duration: 30 minutes for 6 problems

Problem 1. Calculate

$$\frac{5}{12\times17}+\frac{3}{34\times10}+\frac{7}{60\times9}+\frac{9}{27\times36}.$$

Problem 2. Find the smallest whole number that, when divided by 9, 5 and 4, leaves remainder of 1, 1 and 3 respectively.

Problem 3. Given that the date of 20.11.2010 is a Saturday. Which day of the week is 20.11.2018?

Problem 4. A rhombus has diagonals of 60 cm and 80 cm, and a height of 48 cm. Find the length of its sides.

Problem 5. Find two distinct numbers, given that their sum is three times their difference, and their product is eight times their difference.

Problem 6. The following sequence of numbers was written on a board: 1, 2, 3, 4, ..., 200. Uyen erased three consecutive numbers and the sum of the remaining numbers is 19848. Find the three numbers that were erased.

ROUND 2: MATHEMATICS TOUR - Duration: 30 minutes for 6 problems

The first city: TP. Hồ Chí Minh

Problem 1. Find the digits a and b such that the number $\overline{2016ab}$ is divisible by 2 and 9, and has a remainder of 3 when divided by 5.

Proceed to: Đà Nẵng

Problem 2. Find the whole number x, given that: $1 + 5 + 9 + 13 + ... + x = 780$.

Proceed to: Huế

Problem 3. Find x such that:

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times...\times\left(1+\frac{1}{x}\right)=1008\frac{1}{2}.$$

Proceed to: Hải Phòng

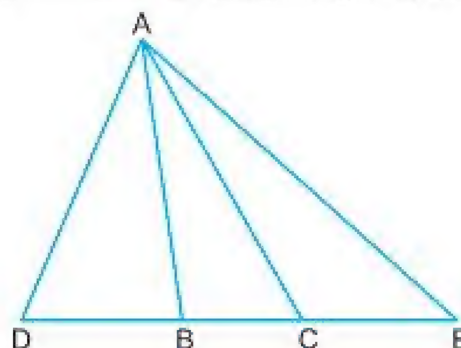
Problem 4. The price of a type of chalk in August dropped by 10% compared to that in June, but increased by 10% in October compared to that in August. How many percent has the price increased or decreased from June to October?

Proceed to: Nam Định

Problem 5. Find the smallest whole number such that when it is multiplied by 12345679, the resulting product is a number having all of its digits equal to 8.

Proceed to: Hà Nội

Problem 6. Refer to the following diagram:



Given that $S_{ABC} = 4$ cm^2, $S_{ADE} = 14$ cm^2, DB – CE = 1 cm, BC = 2 cm. Find the length of DB.

Proceed to: TP. Hồ Chí Minh

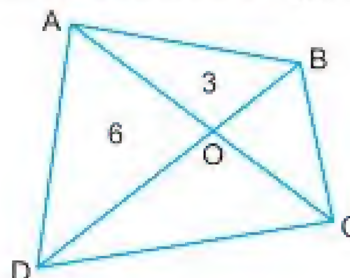
Trên đây là các đề theo sơ đồ di chuyển của câu lạc bộ Sơn La

ROUND 3: FINALS - Duration: 5 minutes for EACH problem

Problem 1. Find the number $\overline{abcd}$ given that $\overline{abcd3} - \overline{abcd} = 653*5$.

Problem 2. A rectangular courtyard has its length equal to four times its width. It is extended on both its length and its width by 5 m each. The extended rectangular courtyard has an area bigger than that of the original one by 400 m^2. Find the area of the original courtyard.

Problem 3. Given a quadrilateral ABCD. The lines AC and BD intersect at O. Given that $S_{OAB} = 3$ cm^2, $S_{ODA} = 6$ cm^2, $S_{ABCD} = 15$ cm^2. Find the area of the triangle OBC.



ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 TỈNH BẮC GIANG

Năm học: 2012 - 2013

Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1. *(4,0 điểm)*

1. Rút gọn $A=\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{5}+\frac{1}{10}\right):\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{12}\right)$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|x-2012|+|x-2013|$ với x là số tự nhiên.

Câu 2. *(5,0 điểm)*

1. Tìm x biết $2^{x+2}.3^{x+1}.5^{x}=10800$.

2. Ba bạn An, Bình và Cường có tổng số viên bi là 74. Biết rằng số viên bi của An và Bình tỉ lệ với 5 và 6; số viên bi của Bình và Cường tỉ lệ với 4 và 5. Tính số viên bi của mỗi bạn.

Câu 3. *(4,0 điểm)*

1. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng p^2+2012 là hợp số.

2. Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết n + 4 và 2n đều là các số chính phương.

Câu 4. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A và có cả ba góc đều là góc nhọn.

1. Về phía ngoài của tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân ở B. Gọi H là trung điểm của BC, trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho AI = BC. Chứng minh hai tam giác ABI và BEC bằng nhau và $BI \perp CE$.

2. Phân giác của các góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{BDC}$ cắt AC, BC lần lượt tại D, M. Phân giác của góc $\widehat{BDA}$ cắt BC tại N. Chứng minh rằng $BD=\frac{1}{2}MN$.

Câu 5. *(1,0 điểm)*

Cho $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2011}-\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}$ và $P=\frac{1}{1007}+\frac{1}{1008}+...+\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}$.

Tính $(S-P)^{2013}$.

Kết quả MÙA NOËL (TTT2 số 154)

Một mùa đông nữa lại về. Theo nhịp điệu thời gian và quy luật của tạo hóa, thu đi đông trở lại. Khi cái lạnh của nàng Đông bắt đầu đến cũng có nghĩa là mùa Noël đã về. Vào dịp đặc biệt này, trong lúc bà chúa Tuyết đi khắp miền Hàn đới và Ôn đới Bắc bán cầu để thả những bông hoa tuyết thì ông già Noël lại mang biết bao món quà dành tặng các bạn nhỏ. Trẻ con háo hức đắp những người tuyết và thi nhau cất lên bài hát Merry Christmas. Hình ảnh nụ cười của những chú người tuyết như chào đón đông về. Mùa đông ấm dần lên nhờ những cây thông thắp đèn muôn màu, muôn sắc. Những ngày này chỉ cần ngắm cảnh đường phố và ở bên người thân cũng đủ làm cho ta cảm thấy ấm áp hơn. Nhờ có mùa đông mà ta đã có những trải nghiệm tuyệt vời như vậy, cảm ơn tạo hóa đã mang đông đến với Trái đất này.



Nhận xét. Có rất nhiều bạn gửi bài, tòa soạn xin được trao quà cho các bạn có lời văn hay và giàu cảm xúc là: *Đinh Thị Huyền Trang*, 8A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Lê Ánh Tuyết*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hương Ly*, 6A, THCS Thị trấn Cao Thượng, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Ngô Minh Châu*, 7C, THCS Xuân Diệu, Thị trấn Nghèn, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Băng Băng, Đặng Phương Linh, Nguyễn Tuệ An*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

MAI VŨ



ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6 QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2014 - 2015

Bài 1. a) A = 1 + 2 – 3 – 4 + 5 + 6 – 7 – 8 + 9 + ... – 2011 – 2012 + 2013 + 2014
= 1 + (2 – 3 – 4 + 5) + (6 – 7 – 8 + 9) + ... + (2010 – 2011 – 2012 + 2013) + 2014 = 1 + 2014 = 2015.

b) $B=\frac{2}{5.8}+\frac{2}{8.11}+...+\frac{2}{92.95}+\frac{2}{95.98}$

$=\frac{2}{3}\left(\frac{3}{5.8}+\frac{3}{8.11}+...+\frac{3}{92.95}+\frac{3}{95.98}\right)$

$=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{11}+...+\frac{1}{95}-\frac{1}{98}\right)$

$=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{98}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{93}{490}=\frac{31}{245}.$

c) $C=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2015}\right)$

$=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdots\frac{2016}{2015}=\frac{2016}{2}=1008.$

Bài 2. Thời gian bạn Đức đi được là

7 giờ 55 phút – 7 giờ 10 phút = 45 phút $=\frac{3}{4}$ giờ.

Thời gian bạn An đi được là

7 giờ 55 phút – 7 giờ 25 phút = 30 phút $=\frac{1}{2}$ giờ.

Quãng đường bạn Đức đi được là $12.\frac{3}{4}=9$ (km).

Quãng đường bạn An đi được là $16.\frac{1}{2}=8$ (km).

Quãng đường AB dài 9 + 5 + 8 = 22 (km).

Bài 3. a) 3(x – 2) – 60 = 24 ⇔ 3(x – 2) = 84
⇔ x – 2 = 28 ⇔ x = 30.

b) $\overline{2a15b}:\overline{cde}=90\Rightarrow\overline{2a15b}=90.\overline{cde}\Rightarrow\overline{2a15b}\,\vdots\,90$

$\Rightarrow\overline{2a15b}\,\vdots\,10\Rightarrow b=0.$

Lại có

$\overline{2a150}\,\vdots\,9\Rightarrow(2+a+1+5+0)=(8+a)\,\vdots\,9\Rightarrow a=1.$

$\overline{cde}=21150:90=235.$

Vậy $\overline{abcde}=10235.$

c) Ta có $\frac{a}{b}.\frac{16}{75}=\frac{16a}{75b}$ là số tự nhiên nên

$16a\,\vdots\,75b\Rightarrow a\,\vdots\,75$ và $16\,\vdots\,b$.

Lại có $\frac{a}{b}\cdot\frac{14}{165}=\frac{14a}{165b}$ là số tự nhiên nên

$14a\,\vdots\,165b\Rightarrow a\,\vdots\,165$ và $14\,\vdots\,b$.

Để $\frac{a}{b}$ là phân số lớn nhất thì a = BCNN(75 ; 165)

= 825 và b = ƯCLN (16 ; 14) = 2. Vậy $\frac{a}{b}=\frac{825}{2}$.

Bài 4. a) Ta có

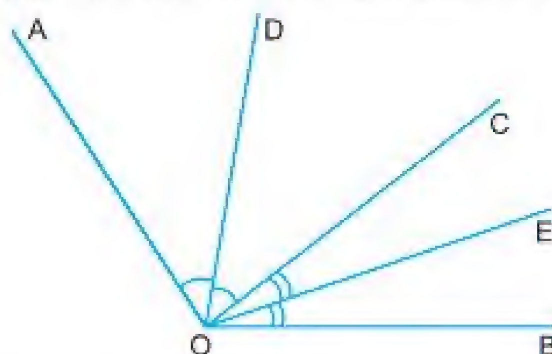
$\widehat{COD}=\frac{1}{2}\widehat{AOC};\ \widehat{COE}=\frac{1}{2}\widehat{COB}$

$\Rightarrow\widehat{DOE}=\widehat{COD}+\widehat{COE}=\frac{1}{2}(\widehat{COA}+\widehat{COB})$

$=\frac{1}{2}\widehat{AOB}\Rightarrow\frac{\widehat{DOE}}{\widehat{AOB}}=\frac{1}{2}.$

b) Ta có $\widehat{AOB}\le180^o$ nên $\widehat{DOE}\le\frac{1}{2}\cdot180^o=90^o$.

Vậy giá trị lớn nhất của số đo góc $\widehat{DOE}$ là 90^o.



Bài 5. Giả sử khẳng định Q là đúng ⇒ A + 51 có tận cùng là 2 ⇒ Khẳng định P là sai (vì số có tận cùng là 2 không là số chính phương).

Khi đó A – 38 có tận cùng là 3 ⇒ R là khẳng định sai (vì số có tận cùng là 3 không là số chính phương).

Vậy Q là khẳng định sai và P, R là hai khẳng định đúng.



Kết quả Giải toán qua thư



Bài 1(154). Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $n + S(n) + S(S(n)) = 96$ (S(n) là tổng các chữ số của n).

Lời giải.

- Xét $n = 0$, không thỏa mãn.
- Xét $n \geq 1$, ta có $S(n) \geq 1 \Rightarrow n \leq 95$

$\Rightarrow S(n) \leq 17 \Rightarrow S(S(n)) \leq 9$.

Do đó $n = 96 - S(n) - S(S(n)) \geq 96 - 17 - 9 = 70$

$\Rightarrow 70 \leq n \leq 95$. (1)

Mặt khác $n \equiv S(n) \pmod 9$; $S(n) \equiv S(S(n)) \pmod 9$ nên $96 = n + S(n) + S(S(n)) \equiv 3n \pmod 9$

$\Rightarrow n \equiv 2 \pmod 3$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $n \in \{71; 74; 77; 80; 83; 86; 89; 92; 95\}$.

Thử lại chỉ có 77; 80; 83 thỏa mãn.

Vậy các giá trị cần tìm của n là 77, 80, 83.

Nhận xét. Có nhiều em tham gia giải bài và có lời giải đúng. Xin nêu tên một số em trình bày đẹp hơn: *Nguyễn Ngọc Mai, Nguyễn Tiến Đức, Trần Đức Tùng*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Phan Thị Thu Hoài, Nguyễn An Na, Lê Thị Hằng Nhi, Phạm Ánh Nguyệt, Bùi Thị Minh Thư, Phạm Phương Chi*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Trần Phương Thảo, Nguyễn Thị Thùy Trang*, 6A, *Lê Thị Phương Linh*, 6B, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuấn Kiệt*, 7E, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Phạm Phương Anh*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Thị Quỳnh Trang*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(154). Cho tam giác ABC có $\widehat{A} < 90^\circ$. M là trung điểm của BC. Dựng các tam giác vuông cân tại A là BAD và CAE (D và C cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, B và E cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AC). Chứng minh rằng AM vuông góc với DE.

Lời giải. Trên tia đối của tia MA lấy điểm F sao cho MF = MA.

Khi đó $\Delta AMB = \Delta FMC$ (c.g.c).

Suy ra CF = AB và $\widehat{MAB} = \widehat{MFC}$.

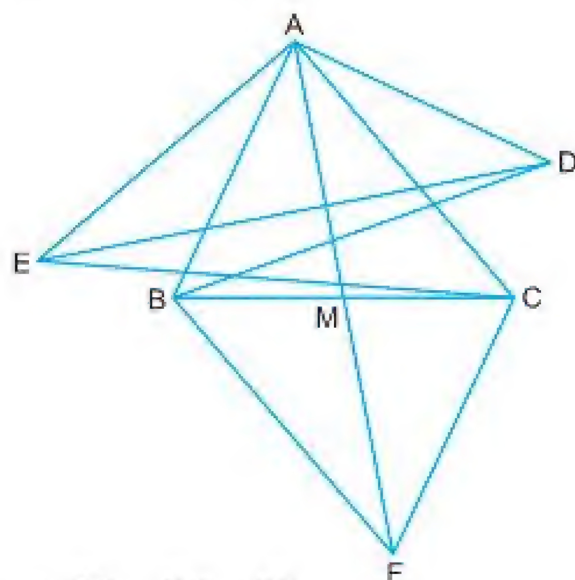
Từ đó CF = AD và CF // AB.

Ta lại có $\widehat{BAC} + \widehat{EAD} = \widehat{EAC} + \widehat{DAB} = 180^\circ$

Mà $\widehat{BAC} + \widehat{FCA} = 180^\circ$ (do CF // AB).

Suy ra $\widehat{EAD} = \widehat{FCA}$.

Từ đó $\Delta DAE = \Delta FCA$ (c.g.c).



Do đó $\widehat{ADE} = \widehat{CFA} = \widehat{FAB}$.

Để ý rằng $AB \perp AD$, từ đó suy ra $AF \perp DE$ hay $AM \perp DE$.

Nhận xét. Có nhiều bạn giải đúng bài này. Sau đây là những bạn có lời giải đúng hơn cả: *Nguyễn Thùy Mai, Phùng Thị Thùy Dung*, 7A1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phùng Thị Thúy*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Vũ Hà, Nguyễn Công Hiếu, Phạm Thùy Linh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trọng Thuận*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Thu Hiền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Bùi Thị Minh Thư, Nguyễn Ngọc Ánh, Nguyễn An Na*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Huy Lực*, 7A, THCS Nhân Hậu, Lí Nhân, **Hà Nam**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 7/5, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(154). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy = x + 2y + 3 \\ 4x^3 - y^3 = 24x^2 - 45x + 15y + 41. \end{cases}$$

Lời giải. Hệ phương trình có thể viết thành

$$\begin{cases} y(x-2) - (x-2) - 5 = 0 \\ 4(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 3(x-2) - y^3 - 15y - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y(x-2) = (x-2) + 5 \\ 4(x-2)^3 - 3(x-2) - y^3 - 15y - 15 = 0 \end{cases}$$

Đặt $t = x - 2$, ta được hệ

$$\begin{cases} yt = t + 5 & (1) \\ 4t^3 - 3(t + 5 + 5y) - y^3 = 0 & (2) \end{cases}$$

Thay $t + 5 = yt$, ta có

$t + 5 + 5y = yt + 5y = y(t + 5) = y^2t$.

Phương trình (2) trở thành

$4t^3 - 3y^2t - y^3 = 0 \Leftrightarrow 3t(t^2 - y^2) + t^3 - y^3 = 0$

$$\Leftrightarrow (t-y)(2t+y)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = t \\ y = -2t \end{array}\right.$$

- TH1. $y = t$, thay vào (1), ta được

$$t^2 - t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}.$$

Do đó $x = t + 2 = \dfrac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$; $y = t = \dfrac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$.

- TH2. $y = -2t$, thay vào (1), ta được $2t^2 + t + 5 = 0$. Phương trình này vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm (x; y) là:

$$\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{1-\sqrt{21}}{2}\right), \left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}; \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right).$$

Nhận xét. Có thể giải bài toán bằng cách:

Từ phương trình thứ nhất trong hệ ta có $y = \dfrac{x+3}{x-2}$; thay vào phương trình thứ hai và biến đổi, ta được $(x^2 - 5x + 1)(2x^2 - 7x + 11)^2 = 0$; suy ra kết quả như trên.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, *Nguyễn Thị Huyền Ngọc*, 9C, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(154). Cho a, b, c là các số thực không âm có tổng bằng 1. Chứng minh rằng

$$a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 \le \frac{1}{4}.$$

Lời giải. Không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $a = \max\{a, b, c\}$. Khi đó ta có

$a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2$

$= a(b-c)^2 + b(a-c)^2 + c(a-b)^2$

$\le a(b+c)^2 + ba^2 + ca^2$

$= a(b+c)^2 + a^2(b+c)$

$= a(b+c)(a+b+c) = a(b+c)$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$a(b+c) \le \frac{(a+b+c)^2}{4} = \frac{1}{4}.$$

Do đó

$$a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 \le \frac{1}{4}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $(a,b,c) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ và các hoán vị của nó.

Nhận xét. Bài toán trên hay và không quá khó vì thế có rất nhiều bạn tham gia giải bài, hầu hết các lời giải đều đúng. Những bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Nguyễn Công Huấn*, *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, *Bùi Thị Minh Thư*, *Bùi Đoàn Nhật Trường*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Thị Trà My*, 9C, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Đinh Viết Ty*, 9D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Đặng Quang Anh*, 9A, Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(154). Tính số dãy chữ khác nhau thu được khi hoán vị các chữ cái của dãy chữ sau: TOANTUOITHO. Trong các dãy chữ đó có bao nhiêu dãy chữ không có hai chữ "T" đứng liền nhau?

Lời giải. Dãy chữ TOANTUOITHO có 11 chữ cái trong đó có 3 chữ cái T, 3 chữ cái O và năm chữ cái A, N, U, I, H mỗi chữ cái xuất hiện 1 lần. Như vậy trong 11! hoán vị các chữ cái này thì khi hoán vị các chữ cái T và khi hoán vị các chữ cái O thì ta chỉ thu được dãy chữ như trước nên số dãy chữ khác nhau thu được là:

$$\frac{11!}{3!3!} = 1108800.$$

Ta bỏ 3 chữ cái T thì tương tự như trên ta có $\dfrac{8!}{3!} = 6720$ dãy chữ khác nhau từ hoán vị các chữ

cái của dãy chữ OANUOIHO. Tương ứng với mỗi hoán vị trên ta chọn 3 trong số 9 vị trí khác nhau cho 3 chữ cái T (1 vị trí ở đầu, 1 vị trí ở cuối và 7 vị trí xen giữa 8 chữ cái của hoán vị đó).

Số cách chọn vị trí cho 3 chữ cái T sao cho không có 2 chữ cái T cạnh nhau là:

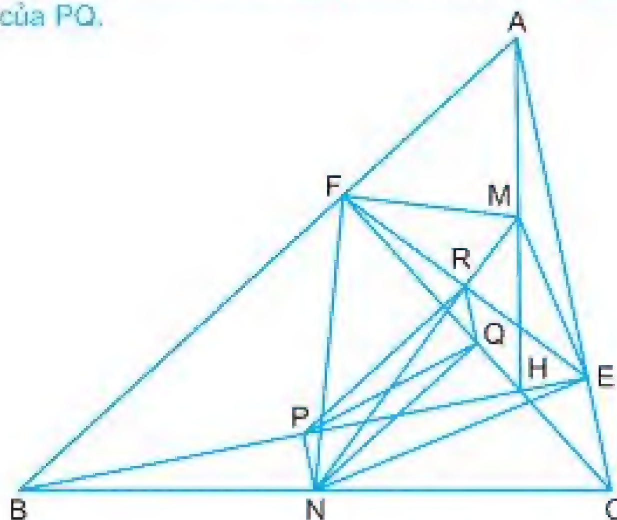
$$C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = 84.$$

Như vậy, có 6720.84 = 564480 dãy chữ cái mà không có 2 chữ T nào đứng cạnh nhau.

Nhận xét. Có nhiều bạn giải sai ý thứ hai của bài toán này. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn; **Thanh Hóa**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(154). Cho tam giác ABC có trực tâm H. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BC. Gọi P, Q lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ N xuống BH, CH. Chứng minh rằng MN đi qua trung điểm của PQ.



Lời giải. Gọi E là giao điểm của BH và AC; F là giao điểm của CH và AB, R là trung điểm của EF.

Vì BE ⊥ AC; CF ⊥ AB; MA = MH; NB = NC nên ME = MF; NE = NF và QF = QC.

Do đó MN là trung trực của EF.

Vậy MN đi qua R. (1)

Vì NB = NC; RE = RF; NP // CE; NQ // BF nên NP // CE // QR; NQ // BF // PR.

Do đó NPRQ là hình bình hành.

Vậy NR đi qua trung điểm của PQ. (2)

Từ (1) và (2) suy ra MN đi qua trung điểm của PQ.



Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài, tuy nhiên một vài bạn phải sử dụng định lí Thales và những kiến thức về đường tròn. Xin nêu tên một số bạn có lời giải tốt: *Vũ Linh Chi*, 8A1, *Nguyễn Lê Phương Thảo*, 9A2, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Lê Anh Dũng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Trang*, 9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hoá**; *Đinh Viết Ty*, 9D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An.**

NGUYỄN MINH HÀ



Kì này CHIA TỈ LỆ ĐOẠN TRUNG TUYẾN

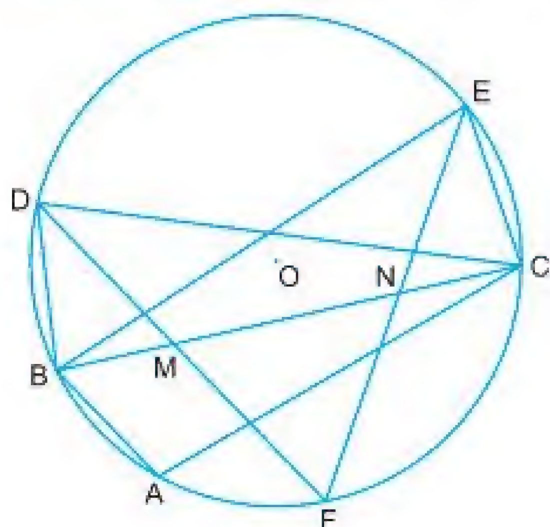
Bài toán. Cho tam giác ABC (AB ≠ AC) với trung tuyến AD. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AB = 3AM, trên cạnh AC lấy điểm N. Đoạn thẳng MN cắt AD tại E.

a) Biết $AC = \frac{5AN}{2}$. Tính tỉ số $\frac{AD}{AE}$.

b) Tìm vị trí điểm N trên cạnh AC để $\frac{AD}{AE} = \frac{7}{3}$.

ĐAN QUỲNH *(Hà Nội)*

Kết quả CÓ HAY KHÔNG? (TTT2 số 154)



Cho đường tròn tâm O và một dây BC. Gọi F là điểm chính giữa của cung $\overset{\frown}{BC}$ (cung lớn hay cung nhỏ hay nửa đường tròn đều được). Lấy các điểm M và N trên đoạn thẳng BC sao cho MC = 3MB và NB = 3NC. Tia FM và tia FN cắt đường tròn (O) lần nữa tại D và E theo thứ tự. Theo tính chất của góc nội tiếp do $\overset{\frown}{FB} = \overset{\frown}{FC}$ nên $\widehat{BDF} = \widehat{FDC}$ và $\widehat{BEF} = \widehat{FEC}$. Theo tính chất đường phân giác DF của tam giác BDC ta có $\frac{DC}{DB} = \frac{MC}{MB} = 3$. Tương tự với đường phân giác EF của tam giác BEC có $\frac{EB}{EC} = \frac{NB}{NC} = 3$. Như vậy bạn *Vui* và bạn *Vẻ* đều nói đúng.

Nhận xét. Việc cho điều kiện đối với góc $\widehat{BAC}$ và AC = 3AB là để dành cho các bạn *Vui*, *Vẻ* đố nhau vui vẻ.



Cách giải trên của bạn *Nguyễn Phan Bão Tuyết*, 9/1, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**, kèm theo nhận xét là không cần sử dụng các giả thiết về cạnh và góc của tam giác ABC. Phần thưởng kì này dành cho bạn *Bão Tuyết*.

ANH COMPA





ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY Thi giải toán qua thư



Đặng Quang Anh, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Đinh Viết Ty*, 9D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Thị Huyền Ngọc*, 9C, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Trần Huy Lực*, 7A, THCS Nhân Hậu, Lí Nhân, **Hà Nam**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 7/5, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Thùy Linh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Minh Trang*, 9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn An Na*, *Bùi Thị Minh Thư*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.






Con rùa vàng

NGUYỄN THỊ LAN
(9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Hôm nay thời tiết thật đẹp, thám tử Sêlôccôc đóng cửa Văn phòng sớm hơn một chút để tranh thủ dạo chơi ngắm cảnh phố phường. Ông khoan khoái ngắm nhìn muôn vàn chồi non đang nhú lên mơn mởn trên những hàng cây bên đường. Khi thám tử vừa dừng chân bên một gốc cây thì bất chợt chuông điện thoại vang lên. Hơi khó chịu một chút nhưng ông vẫn nghe máy. Thì ra là bà Nga, bạn cũ từ thời phổ thông. Bà Nga khẩn khoản nhờ thám tử tới ngay nhà mình để giúp một việc quan trọng. Quên cả ngắm cảnh mùa xuân, thám tử lập tức đến nhà người bạn cũ.

Bà Nga buồn bã kể:

- Bà bạn tôi mới mua một con rùa bằng vàng, rất đẹp. Thích quá nên tối hôm kia tôi đã mượn về để bảo ông nhà tôi nay mai mua một con như vậy. Định mang trả bà bạn luôn nhưng bà ý lại đi vắng đột xuất, thế là tôi để tạm trong ngăn kéo tủ. Ai ngờ, kẻ nào đó đã lấy trộm con rùa đắt giá đó.
- Bà phát hiện con rùa bị mất khi nào?
- Trưa nay.
- Tức là sau khi bà mang con rùa về nhà hơn một ngày?
- Vâng, đúng vậy. Tôi nghĩ con rùa chỉ có thể bị lấy cắp trong ngày hôm qua thôi.
- Vì sao bà nghĩ vậy?
- Vì tối hôm kia vợ chồng tôi ở trong phòng suốt. Hôm qua thì chúng tôi đi vắng cả ngày, chiều muộn mới về nhà.
- Bà để con rùa trong ngăn kéo tủ nào?
- Tủ áo trong phòng ngủ của vợ chồng tôi.
- Từ lúc bà mang con rùa về nhà cho tới khi phát hiện nó bị mất, trong nhà bà có những ai?
- Ngoài hai vợ chồng tôi thì chỉ có bà giúp việc và hai đứa cháu thôi.
- Hai đứa cháu ở đây thường xuyên ư?
- Vâng, chúng nó ở hẳn nhà tôi để đi học cho tiện, vì nhà tôi rộng rãi, lại gần trường nữa.
- Tôi cần gặp riêng từng người để hỏi xem sao.
- Vâng, tôi sẽ gọi họ bây giờ.

Trước tiên là bà giúp việc tên Lan.

- Bà đã làm gì trong ngày hôm qua khi ông bà

chủ đi vắng?
- Tôi đi chợ, dọn dẹp và tranh thủ tới phòng khám nha khoa để chữa răng.
- Phòng khám có xa đây không?
- Không, ở ngay đầu phố. Nếu ông cần địa chỉ, tôi có thể đưa ông xem hóa đơn.
Tiếp theo là cậu Bình, cháu gọi bà Nga bằng dì:
- Cậu có thể cho biết cậu đã làm gì và ở đâu hôm qua không?
- Được ạ. Hôm qua cháu cùng mấy đứa bạn đi xem triển lãm, sau đó đi chơi lòng vòng đến tối mới về ạ.
- Các cậu xem triển lãm gì thế?
- Triển lãm các tác phẩm văn thơ thời kháng chiến chống Pháp ạ.
- Thú vị quá nhỉ! Chắc một thư viện nào đó đã tổ chức cuộc triển lãm ý nghĩa đó?
- Vâng, thư viện "Sách vàng" ạ. Triển lãm còn mở 2 ngày nữa, bác có thể đến xem.
- Cảm ơn cậu. Thế tác phẩm nào trong triển lãm gây ấn tượng đặc biệt cho cậu?
- "Tiểu đội xe không kính" của Phạm Tiến Duật ạ.
- Hình như đó là một bài thơ phải không? Lâu ngày quá, tôi không nhớ chính xác nữa.
- Vâng, đó là một bài thơ ạ.
- Tên bài thơ đó là "Tiểu đội xe không kính" à?
- Vâng, bác nhớ chính xác đấy ạ.
Cuối cùng là cậu Hùng, cháu gọi chồng bà Nga bằng chú:
- Hôm qua cậu đã làm gì, ở đâu, có thể kể cho tôi được chứ?
- Vâng, tất nhiên là được ạ. Hôm qua cháu đi thi cả ngày. Bác có thể vào trang web của trường cháu để kiểm tra lịch thi ạ.
Sau khi trò chuyện với cả ba người, thám tử Sêlôccôc nói riêng với bà Nga:
- Tôi cảm thấy nghi ngờ một trong ba người thân cận của bà. Tất nhiên, chưa thể kết luận chắc chắn người đó là kẻ đã lấy trộm. Bà có thể đoán xem tôi đã nghi ai không?
Bà Nga nghĩ mãi rồi lắc đầu quầy quậy. Các thám tử Tuổi Hồng có thể giúp bà được không?

Kết quả VỤ TRỘM TẠI BỮA TIỆC (TTT2 số 154)

Thám tử đã nghi ngờ anh Tomy bởi người mới nhổ răng thì không thể "chén tì tì" các món cay và nóng. Nhiều bạn cũng đoán Tomy là kẻ khả nghi nhưng với lí do là anh ta vừa nói "sáng đi nhổ răng" sau lại nói luôn "trưa nay...". Thực ra, nếu đọc thật kĩ, các bạn sẽ thấy chi tiết này không hề mâu thuẫn. Tomy nói "trưa nay tôi vừa đi nhổ răng ***về***", tức là sáng đi nhổ và trưa thì nhổ xong, đi về. Khi "phá án", các thám tử Tuổi Hồng cần chú ý đến những chi tiết nhỏ đến mức tưởng như không thể nhỏ hơn, các bạn nhé.



Phần thưởng kì này được gửi tới: *Đỗ Gia Nam*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hương Ly* và *Nguyễn Thị Minh Nguyệt*, 6A, THCS Thị trấn Cao Thượng, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Nguyễn Đăng Duy*, 7A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc





Bài 65: 岘港比河内热

Đà Nẵng nóng hơn Hà Nội

(Tiếp theo kì trước)

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Tập đọc.

1. 我和朋友夏天去了海滩，海滩的风景很漂亮。我们在海滩散步、看风景。

Wǒ hé péngyǒu xiàtiān qùle hǎitān, hǎitān de fēngjǐng hěn piàoliang. Wǒmen zài hǎitān sànbù, kàn fēngjǐng.

2. 北京的冬天冷得不得了，北京的春天常常有风。北京的秋天比春天好得多，秋天是北京最好的季节。

Běijīng de dōngtiān lěng dé bùdéle, Běijīng de chūntiān chángcháng yǒu fēng. Běijīng de qiūtiān bǐ chūntiān hǎo dé duō, qiūtiān shì Běijīng zuì hǎo de jìjié.

Bài tập. Điền vào chỗ trống

A 多 B 难 C 热 D 好 E 贵 F 远

1. 飞机场_______得不得了。
2. 图书馆的书_______得不得了。
3. 他们的表演_______得不得了。
4. 今天的作业比昨天的作业_______得多。
5. 今天比昨天_______得多。
6. 这件衣服比那件衣服_______得多。

Tập viết.

夏

海

远

近

得



UNIT 18. GAS LAWS AND PARTICLES OF MATTER

(Tiếp theo kì trước)

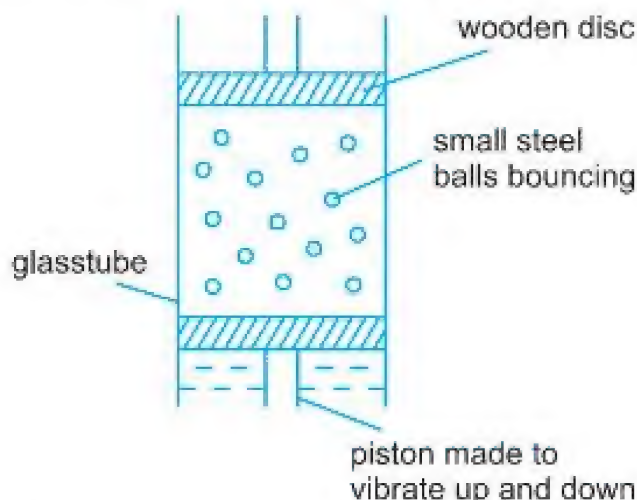
VŨ KIM THỦY

Question 5. In one minute, a diver breathes 1 litre of air at an atmospheric pressure of 100 kPa. To breathe in the same mass of air in one minute, how much air would he need to breathe when the total pressure on him under water is 300 kPa?

A. $\frac{1}{3}$ litre B. $\frac{1}{2}$ litre C. 1 litre

D. 2 litres E. 3 litres

Question 6. The diagram shows a model to demonstrate the behaviour of gas molecules.



When the piston is vibrated more rapidly, the wooden disc is forced further up the tube. Weights have to be placed on the disc to return it to its original position.

The model represents what happens to a gas when it is

A. cooled then compressed
B. cooled then heated
C. heated then compressed
D. heated then cooled
E. expanded then cooled

Question 7. The air in a large paper bag is heated. The bag is then found to rise through the surrounding cold air. This is because.

A. the air in the bag has become less dense
B. the mass of the paper bag has decreased
C. heat always rises
D. the mass of air in the bag has increased
E. the chemical composition of the air in the bag has changed.

Physics Terms

diver	thợ lặn
breathe	thở
atmospheric pressure	áp suất khí quyển
rapidly	nhanh
compressed	nén
model	mẫu
behaviour	tính chất, dáng điệu
forced	bị đẩy
have to	phải
surrounding	xung quanh
chemical	hóa học
composition	thành phần

Answer. Tòa soạn chờ bài làm của các bạn gửi về. Bài làm tốt được nêu tên trên báo và nhận quà tặng. Bạn nhớ ghi đầy đủ địa chỉ để tiện liên lạc.





Kì 21



Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

```
   G R E E N
+ O R A N G E
  -----------
  C O L O R S
```

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Sưu tầm)*



Kết quả KÌ 20 (TTT2 số 154)

Ta điền các chữ số như sau:

```
   68782
 + 68782
     650
  ------
  138214
```

Nhận xét. Kì này không có bạn nào giải đúng. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

NGUYỄN MINH VÂN

SOLVE VIA MAIL ... *(Tiếp theo trang 32)*

5(156). Is it possible to arrange 9 squares (each containing 4 small squares, figure 1) and 7 L-shape figures (each containing 4 small squares, figure 2) to cover an 8×8 chess board?

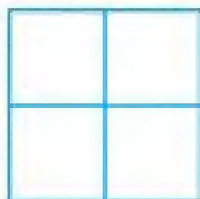


Figure 1

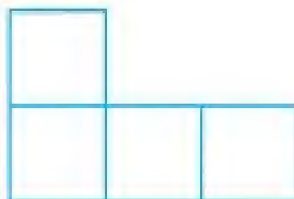


Figure 2

6(156). Given a triangle ABC ($\angle A > 90^{\circ}$) inscribed in a circle (O). Let H be the orthocenter of the triangle. Let M be a point moving along the minor arc BC. Let D be the intersection of BM and CH, and E be the intersection of CM and BH. Prove that the midpoint of DE lies on a fixed straight line.



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI TƯ

Người thách đấu: *Dương Đức Lâm*, SV K59 CLC, khoa Toán - Tin, Đại học Sư phạm Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\geq\frac{(a+b+c)^2}{2\sqrt{3(ab+bc+ca)}}.$$

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.3.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI (TTT2 số 152)

Đặt $a+2b+3c=m\,(m>0)\Rightarrow\frac{a}{m}+2.\frac{b}{m}+3.\frac{c}{m}=1$

Tiếp tục đặt: $x=\frac{a}{m};y=\frac{b}{m};z=\frac{c}{m}\Rightarrow a=mx, b=my, c=mz$.

Từ đó ta có: $x,y,z\geq 0, x^2+y^2+z^2\neq 0$ và $x+2y+3z=1$.

Suy ra $P=\dfrac{\sqrt{mx+2my+3mz}}{\sqrt{2my+3mz+2mx}+\sqrt{3mz+mx+5my}+\sqrt{mx+2my+7mz}}$

$$=\frac{\sqrt{x+2y+3z}}{\sqrt{2y+3z+2x}+\sqrt{3z+x+5y}+\sqrt{x+2y+7z}}=\frac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1+3y}+\sqrt{1+4z}}.$$

Xét $A=\sqrt{1+x}+\sqrt{1+3y}+\sqrt{1+4z}=\sqrt[4]{\frac{34}{29}}\sqrt{\sqrt{\frac{29}{34}}(1+x)}+\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{2}{3}+2y}+\sqrt{\frac{4}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}+3z}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$A^2\leq\left(\sqrt{\frac{34}{29}}+\frac{3}{2}+\frac{4}{3}\right)\left[\sqrt{\frac{29}{34}}(1+x)+\left(\frac{2}{3}+2y\right)+\left(\frac{3}{4}+3z\right)\right]$$

$$=\left(\sqrt{\frac{34}{29}}+\frac{17}{6}\right)\left[\left(\sqrt{\frac{29}{34}}-1\right)x+x+2y+3z+\frac{17}{12}+\sqrt{\frac{29}{34}}\right]\leq\left(\sqrt{\frac{34}{29}}+\frac{17}{6}\right)\left[0+1+\frac{17}{12}+\sqrt{\frac{29}{34}}\right]=t.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\dfrac{1+x}{\frac{34}{29}}=\dfrac{\frac{2}{3}+2y}{\frac{3}{2}}=\dfrac{\frac{3}{4}+3z}{\frac{4}{3}}\\ x=0\\ x+2y+3z=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=\dfrac{125}{408}\\ z=\dfrac{79}{612}.\end{cases}$

Vậy $\text{Min}P=\frac{1}{\sqrt{t}}$ chẳng hạn khi $a=0$, $b=\frac{125}{408}$, $c=\frac{79}{612}$.

Nhận xét. Đây là bài toán bất đẳng thức hay và khó, thật tiếc không có bạn nào đăng quang trong trận đấu này. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

LÊ ĐỨC THUẬN





TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRÒN EULER VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

VŨ CÔNG MINH
(GV. THCS Hồng Bàng, Hải Phòng)

● *Đường thẳng Euler* là đường thẳng đi qua ba điểm: trọng tâm G, trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác.

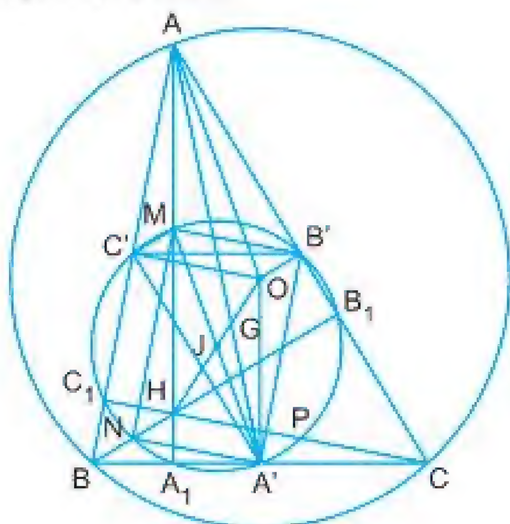
● *Đường tròn Euler* của tam giác là đường tròn đi qua chín điểm gồm: trung điểm của ba cạnh, trung điểm của ba đoạn thẳng nối trực tâm với các đỉnh, chân của ba đường cao.

Bài viết này trình bày một số bài toán liên quan đến đường tròn đặc biệt này.

Đường tròn Euler có các tính chất sau đây.

● **Tính chất 1.** Cho tam giác ABC, các đường cao AA_1, BB_1, CC_1 cắt nhau tại H. Gọi A', B', C', M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AC, AB, HA, HB, HC. Khi đó chín điểm A_1, B_1, C_1, A', B', C', M, N, P cùng nằm trên một đường tròn (gọi là *đường tròn Euler* hay *đường tròn chín điểm* của tam giác ABC).

Chứng minh. *(Hình 1)*



Hình 1

Ta có MN // AB, NA' // CH. Từ đó MN ⊥ NA' hay $\widehat{MNA'} = 90^o$. Chứng minh tương tự $\widehat{MPA'} = 90^o$; $\widehat{MB'A'} = 90^o$; $\widehat{MC'A'} = 90^o$.

Mặt khác theo tính chất đường trung tuyến thuộc cạnh huyền trong tam giác vuông ta có $MA = MB_1$, $A'B_1 = A'C$ nên tam giác MAB_1 cân tại M và tam giác $A'B_1C$ cân tại A'. Do đó

$\widehat{AB_1M} + \widehat{A'B_1C} = \widehat{MAB_1} + \widehat{B_1CA'} = 90^o$.

Suy ra: $\widehat{MB_1A'} = 90^o$.

Chứng minh tương tự $\widehat{MC_1A'} = 90^o$. Như vậy bảy điểm A_1, B_1, C_1, B', C', N, P cùng nhìn MA' dưới một góc vuông. Vậy chín điểm A_1, B_1, C_1, A', B', C', M, N, P cùng nằm trên một đường tròn đường kính MA'.

● **Nhận xét.** * Tương tự trên NB', PC' là đường kính đường tròn Euler của tam giác ABC. Như vậy các đường thẳng A'M, B'N, C'P đồng quy tại tâm đường tròn Euler của tam giác ABC.

* Chứng minh trên vẫn đúng khi ΔABC tù. Khi ΔABC vuông thì một số điểm trong 9 điểm trùng nhau. Việc chứng minh dành cho bạn đọc.

● **Tính chất 2.** Tâm đường tròn Euler của tam giác là trung điểm của đoạn thẳng nối tâm đường tròn ngoại tiếp và trực tâm của tam giác đó.

Chứng minh. *(Hình 1)* Gọi J và O lần lượt là tâm đường tròn Euler và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Dễ dàng chứng minh hai tam giác HAB và OA'B' đồng dạng (g.g). Từ đó: $\frac{OA'}{HA} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}$ hay OA' = MH. Do đó tứ giác MOA'H là hình bình hành mà J là trung điểm của MA' nên J là trung điểm của OH.

Nhận xét. * Theo tính chất 2, tâm đường tròn Euler của tam giác nằm trên đường thẳng Euler của tam giác đó.

* Bán kính đường tròn Euler của tam giác bằng một nửa bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó (do MA' = AO).

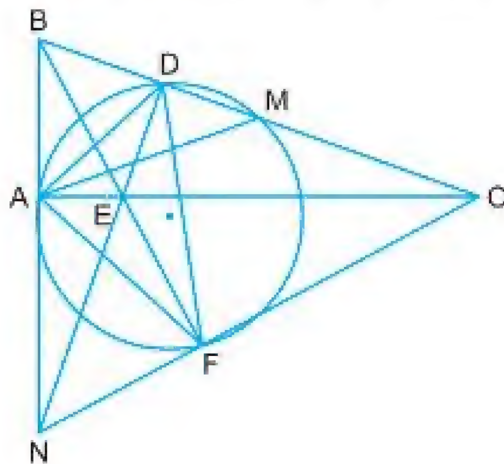
Ta sử dụng các tính chất đường tròn Euler để giải một số bài toán.

Bài toán 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D trên đoạn thẳng BM. Đường thẳng qua D vuông góc với BC cắt đoạn thẳng AC tại E. Gọi F là giao điểm của tia BE và đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM sao cho E nằm giữa B và F. Chứng minh rằng $\widehat{DAE} = \widehat{FAE}$.

Lời giải. *(Hình 2)*

Gọi N là giao điểm của DE và AB. Ta có E là trực tâm tam giác BCN nên BE ⊥ NC. Đường tròn đi qua ba điểm A, D, M chính là đường tròn Euler của

tam giác BNC mà BE cắt đường tròn trên tại F suy ra BF là đường cao của tam giác BNC.
Các tứ giác BDEA, BDFN, AEFN nội tiếp nên $\widehat{DAE} = \widehat{DBE} = \widehat{FNE} = \widehat{FAE}$. Vậy $\widehat{DAE} = \widehat{FAE}$.

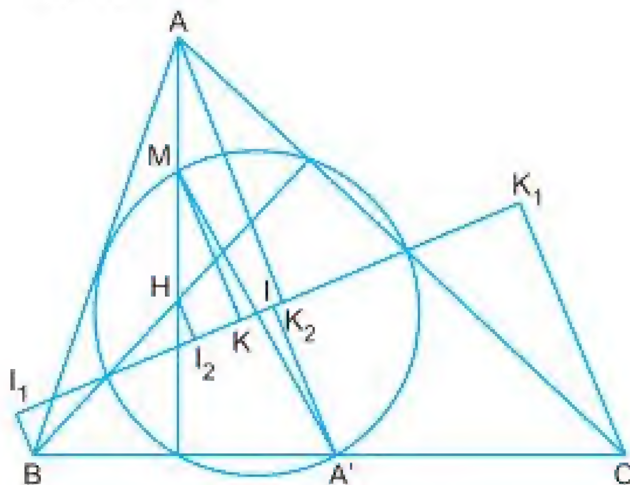


Hình 2

• **Nhận xét.** Tương tự ta có DE là phân giác của góc ADF. Vậy E là tâm đường tròn nội tiếp, DB và DC lần lượt là tia phân giác ngoài góc D của tam giác ADF. Từ đó B và C lần lượt là tâm đường tròn bàng tiếp góc F và góc A của tam giác ADF. Ta có tính chất: "Đường tròn ngoại tiếp của một tam giác đi qua trung điểm của đoạn thẳng nối tâm hai đường tròn bàng tiếp của tam giác đó".

Bài toán 2. Cho tam giác ABC có trực tâm H và một đường thẳng d nào đó qua tâm đường tròn Euler của tam giác sao cho A và H nằm về một phía so với d, B và C nằm về một phía so với d. Chứng minh tổng khoảng cách từ A và H tới d bằng tổng khoảng cách từ B và C tới d.

Lời giải. *(Hình 3)*

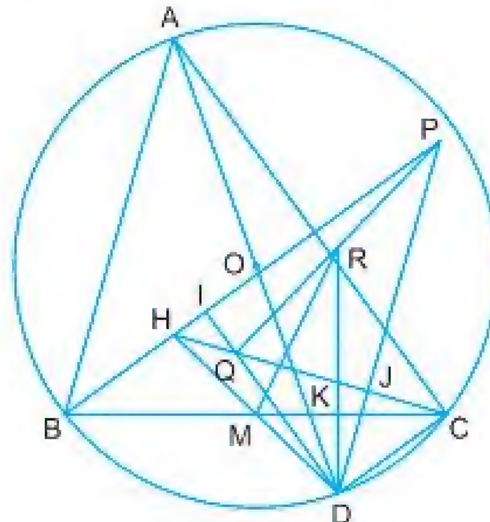


Hình 3

Gọi A', M lần lượt là trung điểm của BC, HA; gọi I, K, I_1, K_1, I_2, K_2 lần lượt là hình chiếu của A', M, B, C, H, A trên d. Theo tính chất đường trung bình của hình thang ta có $BI_1 + CK_1 = 2A'I$, $HI_2 + AK_2 = 2MK$. Để ý rằng vì d đi qua tâm đường tròn Euler của tam giác ABC cũng là trung điểm của MA' nên MK = A'I. Từ đó $BI_1 + CK_1 = HI_2 + AK_2$.

Bài toán 3. Cho tam giác ABC nhọn, có trực tâm H, nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường kính AD. Gọi M là trung điểm của BC; I, J, K theo thứ tự là hình chiếu của D trên BH, CH và BC. Chứng minh bốn điểm I , M, K, J cùng nằm trên một đường tròn.

Lời giải. *(Hình 4)*



Hình 4

Gọi P là giao điểm của DJ và BH, Q là giao điểm của DI và CH. Thấy rằng Q là trực tâm của tam giác PHD. Mặt khác do tứ giác BHCD là hình bình hành nên M là trung điểm của HD. Gọi R là trung điểm của PQ, khi đó theo tính chất đường tròn Euler của tam giác HPD, các điểm M, I, J nằm trên đường tròn đường kính RM.

Lại có $\Delta HCD \backsim \Delta PDQ$ (g.g), CM và DR là hai trung tuyến tương ứng của hai tam giác đồng dạng này nên $\Delta PRD \backsim \Delta HMC$. Từ đó $\widehat{RDP} = \widehat{MCH}$. Vì tứ giác KJCD nội tiếp nên $\widehat{KDP} = \widehat{MCH}$. Vậy $\widehat{RDP} = \widehat{KDP}$ hay R, K, D thẳng hàng. Do đó $\widehat{MKR} = 90^{\circ}$ nên K nằm trên đường tròn đường kính MR. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

Bài tập

Bài 1. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC và MN là một đường kính thay đổi của đường tròn. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu của M trên AB, AC; N_1, N_2 lần lượt là hình chiếu của N lên AB, AC. Các đường thẳng M_1M_2 và N_1N_2 cắt nhau tại I. Chứng minh I nằm trên một đường tròn cố định.

Bài 2. Cho tam giác ABC có trực tâm H. Gọi I là tâm đường tròn Euler của tam giác. Đường thẳng d bất kì sao cho A, B, C, H nằm về cùng một phía so với d. Chứng minh rằng tổng khoảng cách từ A, B, C, H tới d bằng 4 lần khoảng cách từ I tới d.



IMSO 2015
MATHEMATICS ESSAY PROBLEMS SOLUTION

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

1. If a = b = c, then there are 9 numbers.

If a = b or b = c then there are $2\times\frac{9\times 8}{2\times 1}=72$ numbers.

If a < b < c, then there are $C_3^9 = 84$ numbers.

Hence there are in total 9 + 72 + 84 = 165 numbers that satisfy the given conditions.

2. The next few numbers on the other side of 4 are $4\div 3=\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\div 4=\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\div\frac{4}{3}=\frac{1}{4}$,

$\frac{1}{4}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\div\frac{1}{4}=3, 3\div\frac{3}{4}=4.$

The reappearance of 3 followed by 4 means that the 24 numbers will repeat in 24 ÷ 6 = 4 cycles of length 6. Hence the sum of all twenty-four numbers is $4\times(3+4+\frac{4}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4})=38\frac{2}{3}$.

3. Since $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{7}=\frac{1}{42}$ and

$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ is the smallest denominator partition 1 into three different unit fractions.

Hence we can let

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{42}\times(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6})=\frac{1}{84}+\frac{1}{126}+\frac{1}{252}$

to get the smallest possible value of a + b + c = 84 + 126 + 252 = 462.

4. We numbered the plates as 1, 2, 3, ... , 99, 100, and placed the first candy in plate 1 . Since the greatest common divisor of 100 and 15 is 5, Susan places a candy on all plates whose remainder is 1 when divided by 5, that is 1, 6, 11, ... , 91 and 96, those twenty plates have candy, hence there are 100 – 20 = 80 plates remain empty.

5. Let $s=\frac{1}{1985}+\frac{1}{1986}+\frac{1}{1987}+\ldots+\frac{1}{2014}+\frac{1}{2015}$, then we can get

$$\underbrace{\frac{1}{2015}+\frac{1}{2015}+\frac{1}{2015}+\cdots+\frac{1}{2015}}_{31\text{ terms}}$$

$$<s<\underbrace{\frac{1}{1985}+\frac{1}{1985}+\frac{1}{1985}+\cdots+\frac{1}{1985}}_{31\text{ terms}}$$ that is

$\frac{31}{2015}<s<\frac{31}{1985}$,

then we have $64\frac{1}{31}=\frac{1985}{31}<\frac{1}{s}<\frac{2015}{31}=65$.

Hence the largest integer less than or equal to the expression is 64.

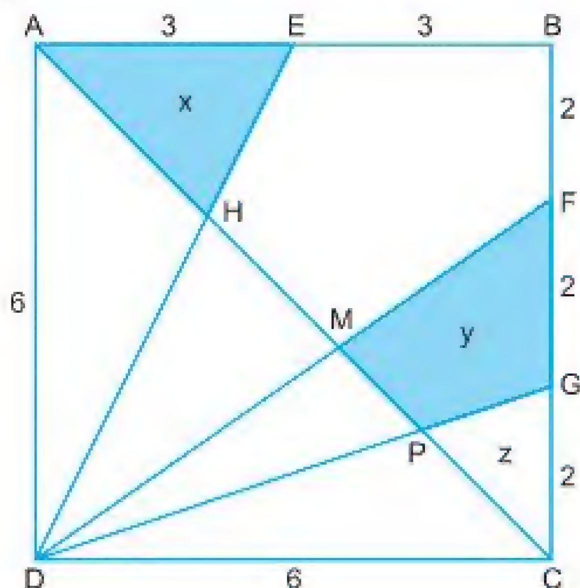
6. After first round, the number of the soldiers left on the line is: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, ... , 77, 80, there are 27 soldiers.

After second round, the number of the soldiers left on the line is: 5, 14, 23, 32, 41, 50, 59, 68, 77, there are 9 soldiers.

After third round, the number of the soldiers left on the line is: 14, 41, 68, there are 3 soldiers.

After the fourth round, the number of soldiers left on the line is 41.

7.



Let diagonal AC intersect DE, DF, DG at point H, M, P respectively. Suppose the area of PGC is z cm^2.

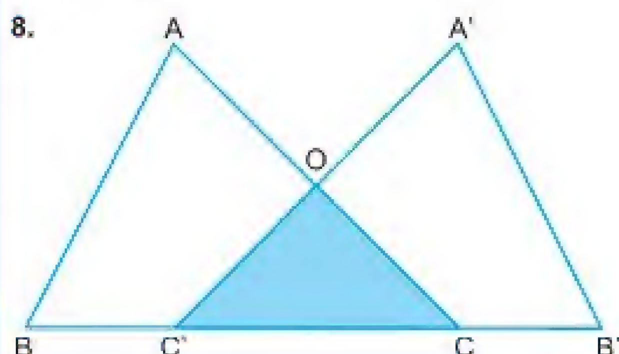
1) Since $AEH \backsim DCH$ so that the height of AEH is $\frac{1}{3}\times 6 = 2$ cm. We can get the area of x is $\frac{1}{2}\times 3\times 2 = 3$ cm^2.

2) Since $FMC \backsim DMA$ so that the height of FMC is $\frac{2}{5}\times 6 = \frac{12}{5}$cm. We can get the area of y + z is $\frac{1}{2}\times 4\times \frac{12}{5} = \frac{24}{5}$ cm^2.

3) Since $GPC \backsim DPA$ so that the height of GPC is $\frac{1}{4}\times 6 = \frac{3}{2}$ cm. We can get the area of z is $\frac{1}{2}\times 2\times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ cm^2.

Hence we can get the area of y is $\frac{24}{5} - \frac{3}{2} = \frac{33}{10}$, and the total area of the shaded region is $3 + \frac{33}{10} = \frac{63}{10}$ cm^2.

8.



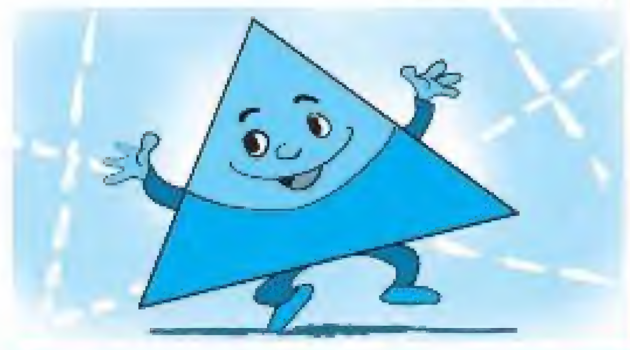
The area of ABC is $\frac{1}{2}\times 24\times 16 = 192$ cm^2, hence the area of OCC' is 64 cm^2. Since ABC and A'B'C' are congruent, $\angle ACB = \angle A'C'B' = 45^o$, hence we know that OCC' is a right isosceles triangle, the area of OCC' is $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times C'C^2 = 64$.

We can get CC' = 16 cm, hence BB' = 24 + 24 – 16 = 32 cm.

9. $\overline{abcd} - \overline{dcba} = (1000a + 100b + 10c + d)$
$-(1000d + 100c + 10b + a)$
$= 999(a - d) + 90(b - c)$.

Since the thousands digit is larger than the units digit, *a* and *d* cannot be 0, there are 8 different values of a – d. Since the hundreds digit is larger than the tens digit, there are 9 different values of b – c. Hence, $\overline{abcd} - \overline{dcba}$ has 72 different values.

(Kì sau đăng tiếp)



Kết quả (TTT2 số 154)

THẾ CỜ (Kì 77)

1.♘h6+ ♔h8 2.♘f7+ ♔g8 3.♖h8#

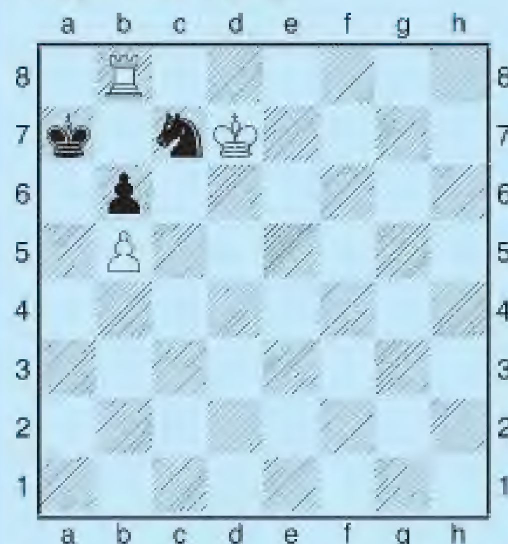


Các bạn sau được thưởng kì này: *Vũ Hải Lâm*, 3A4, TH Vệ An, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Tạ Kiến Quốc*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Kim Minh Quang*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Trí Đức*, 6A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Vũ Hà*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 79)

Trắng đi trước thắng.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*



Bài 28NS. Tìm các số nguyên dương n sao cho $n^4 + n^3 + 1$ là số chính phương.

LƯU LÝ TƯỞNG *(GV. trường THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Bài 29NS. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn abc = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(a+bc)(b+ca)(c+ab)}{ab+bc+ca} + \frac{1}{a+b+c}$.

CAO VĂN DŨNG *(GV. trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Hà Nội)*

Bài 30NS. Cho đường tròn (O; R) có dây cung cố định BC (BC < 2R). Gọi A là điểm chuyển động trên cung lớn BC. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B, tại C cắt nhau tại M. Đường thẳng đi qua M song song với AC cắt AB ở D, đường thẳng đi qua M song song với AB cắt AC ở E. Chứng minh rằng đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

NGUYỄN ĐỨC HÒA *(GV. trường Bồi dưỡng Văn hóa Thăng Long, Q. Tân Bình, TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 154)

Bài 22NS. Ta có

$20x^2 + 13y^2 + 30xy + 20x - 6y + 67 < 0$

$\Leftrightarrow 20x^2 + 13y^2 + 30xy + 20x - 6y + 68 \le 0$

$\Leftrightarrow (6x + 5y)^2 + (2x + 10)^2 + (y - 6)^2 \le 0$

Suy ra 6x + 5y = 0; 2x + 10 = 0 và y − 6 = 0.

Vậy bất phương trình có nghiệm nguyên (x, y) là (−5, 6).

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1; *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hồ Gia Bảo*, 9A6, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, **TP. Cần Thơ**.

Bài 23NS. ĐKXĐ $8 \le x \le 10$.

Ta có

$$2\sqrt{2x-2} + 5\sqrt{6x-29} + \sqrt{10-x} + (9-x)\sqrt{x-8} = x^2 - 15x + 88$$

$$\Leftrightarrow (x-9)\left(\frac{4}{\sqrt{2x-2}+4} + \frac{30}{\sqrt{6x-29}+5} - \frac{1}{\sqrt{10-x}+1} - x + 6\right) = 0$$

• Nếu $8 \le x < 9$ thì

$$\frac{4}{\sqrt{2x-2}+4} + \frac{30}{\sqrt{6x-29}+5} - \frac{1}{\sqrt{10-x}+1} - x + 6$$

$$> \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{2} - 3 = 0.$$

• Nếu $9 < x \le 10$ thì

$$\frac{4}{\sqrt{2x-2}+4} + \frac{30}{\sqrt{6x-29}+5} - \frac{1}{\sqrt{10-x}+1} - x + 6 < 0.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = 9.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng bài toán trên: *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Bùi Thị Quỳnh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 24NS. *Bạn đọc tự vẽ hình*

(Theo cách giải của bạn *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**)

Gọi I là giao điểm của DA và CB. Vẽ đường tròn (O) ngoại tiếp ΔIDC có đường kính DK.

Vì AB // CD và $AB = \frac{CD}{2}$ nên AB là đường trung bình của ΔIDC.

Ta có tứ giác HIKC là hình bình hành (vì có các cặp cạnh đối song song).

Suy ra B là trung điểm của HK.

Từ đó K, B, H, E thẳng hàng.

Do đó $\widehat{DEK} = 90^o$, từ đó E thuộc đường tròn (O).

Tương tự F thuộc đường tròn (O).

Vậy C, D, E, F cùng thuộc đường tròn (O).

Nhận xét. Các bạn sau giải đúng bài toán trên: *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.



Các bạn sau được thưởng kì này: Kim Thị Hồng Lĩnh, 9E1; *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hồ Gia Bảo*, 9A6, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, **TP. Cần Thơ**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Bùi Thị Quỳnh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN NGỌC HÂN



ĐẠI SỐ

BÌNH NAM HÀ

Đại số là một ngành lớn của toán học được nghiên cứu từ rất xa xưa trong buổi bình minh của lịch sử toán học nhân loại. Lúc đó Đại số coi đối tượng nghiên cứu của mình là các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, khai căn lũy thừa) và mối quan hệ giữa chúng được biểu thị qua các phương trình.

Cuốn *Cửu chương toán thuật* của nhà toán học Trung Quốc Trần Sanh (năm 150 trước Công nguyên) có chương VIII mang tên là Phương trận (Giải ma trận) giải những hệ 5 phương trình tuyến tính năm ẩn:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{15}x_5 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{25}x_5 = b_2$$
$$...$$
$$a_{51}x_1 + a_{52}x_2 + ... + a_{55}x_5 = b_5$$

Trước đó sách *Chu bễ toán kinh* (khoảng 350 năm trước Công nguyên) cho chúng ta thấy trình độ toán học của người bấy giờ với vài phương pháp sơ khai của đại số. Trong bộ sách *Nguyên lí của Euclid* khoảng 300 năm trước Công nguyên đã giải một số phương trình bậc nhất, bậc hai. Có thể nói Đại số bắt đầu cách đây chừng 2500 năm.

Đại số cổ điển tập trung chủ yếu nghiên cứu phương trình và bất phương trình bậc thấp (bậc nhất, bậc hai), một số phương trình bậc cao đặc biệt (như phương trình bậc bốn trùng phương tức là có thể quy về bậc hai), các hàm đơn giản, các khái niệm về số và giới hạn, các vấn đề về tích tổ hợp. Đầu thế kỉ XVI, những chữ cái đã xuất hiện thay cho các số, gọi là số đại diện. Bởi thế môn học mới có tên là Đại số (số đại diện). Thuật ngữ Algebra do nhà toán học Ba Tư Al-Khwarizmi năm 820 đưa ra, với ý nghĩa: al-jabr là hợp nhất, liên kết.

Francois Viète, nhà toán học Pháp (1540 - 1603) đã thống nhất phương pháp truyền thống trong hình học với phương pháp mới của đại số. Ông dùng các chữ cái là nguyên âm biểu thị các ẩn số, còn những đại lượng đã biết nhưng không xác định được thì biểu thị bằng các phụ âm. Ông cũng giải quyết triệt để vấn đề của căn bậc hai, một số vấn đề căn bậc ba và đưa ra định nghĩa căn bậc hai dựa trên mối quan hệ giữa các hệ số và khai căn. Ông thường được coi là ông tổ của đại số sơ cấp do đưa ra cách giải thống nhất các phương trình bậc 2, 3 và 4, mối quan hệ giữa các nghiệm mà ngày nay ta gọi là định lí Viète. Cách dùng các chữ cái cuối bảng Alphabet là x, y, z để chỉ các ẩn số là bắt đầu từ René Descartes.

Đại số hiện đại được bắt đầu vào thế kỉ 20, nghĩa là khi Đại số đã có bề dày lịch sử hơn 20 thế kỉ. Công đầu thuộc về chàng thanh niên Pháp Évariste Galois (1811 - 1832) với việc nghiên cứu nghiệm của phương trình đại số. Ông đã từng giao các công trình quan trọng của mình cho nhà toán học Cauchy, nhưng Cauchy đánh mất. Văn bản quan trọng khác ông đệ trình cho Joseph Fourier, thư kí của Viện hàm lâm khoa học Pháp, nhưng Fourier mất thời gian ngắn sau đó. Sau này Poisson còn nhận văn bản thứ 3 của Galois nhưng từ chối xét giải thưởng với lí do nộp muộn.

(Còn tiếp)





NOËL VÀ TẾT

(Tiếp theo kì trước)

BÌNH NAM HÀ

3 Giữa tháng Chạp, dòng sông hoa đào ngập ngừng chảy vào thành phố. Đó là những cây đào nở sớm theo gió Đông về cùng với cánh én. Ấy là mùa xuân đang đến. Mỗi chiếc xe đạp chở mấy cành và sau này dòng sông hoa ấy làm nên từ dòng xe máy trôi từ ngoài vào thành nội. Ở Hà Nội là từ các làng Ngọc Hà, Nhật Tân, sau này là Quảng Bá, Tây Tựu và từ cả Hưng Yên, Vĩnh Phúc về. Ở Nam Định là từ làng Vỵ Khê, Mỹ Tân và cả từ các tỉnh miền núi mạn ngược xuôi theo QL 21. Chợ hoa Hàng Lược ở Hà Nội và chợ hoa giữa 2 chợ Rồng ở Nam Định hình thành từ 23 tháng Chạp, sôi động, rực rỡ suốt một tuần. Sau này thì chợ hoa Nam Định chuyển ra chỗ Quảng trường Hòa Bình còn chợ hoa hàng Lược nhường chỗ dần cho chợ hoa Âu Cơ, Lạc Long Quân, Quảng Bá và chợ hoa mở ra khắp các cửa ô, các quận. Nhà nhà rửa lá dong, vo gạo, đãi đỗ để gói bánh chưng. Các cửa hàng bán quần áo cũng đông đúc, tấp nập đến tận khuya. Ở vùng nông thôn, các chùa được trang hoàng đẹp và những cây nêu, cây đu bằng tre được dựng lên. Nhiều gia đình ở thành phố Nam Định còn rửa nhà chiều 30 Tết. Tất cả đã sẵn sàng đón Tết. Chiều 30 Tết cũng là khi các gia đình tề tựu làm mâm cơm cúng tất niên, người lớn chuẩn bị quà mừng tuổi cho trẻ con bằng những đồng tiền mới. Chiều 30 Tết cũng là thời điểm cuối cùng mua hoa lay-ơn, thứ hoa đẹp nhưng khó để được lâu phải mua cuối cùng cho hoa chơi được lâu trong Tết. Vậy là đã có đào, quất, lay-ơn hoặc thược dược, mâm ngũ quả và mâm cơm cúng chiều 30 Tết. Những nhà sành chơi hoa còn có thêm hoa tulip, hoa thủy tiên, hoa lan trong nhà. Hoa, quả là lộc của trời đất và con người muốn đến gần với thiên nhiên hơn trong dịp Xuân về.



Giao thừa, đó là thời khắc thiêng liêng. Tiếng pháo đốt xưa và pháo hoa nay đều là những hình thức đánh dấu phút chuyển mình của thời gian, của trời đất giao hòa. Ông bà bố mẹ mừng tuổi con cháu. Con cháu mừng tuổi bố mẹ, ông bà và những lời chúc tốt đẹp về sức khỏe, niềm vui và hạnh phúc cùng sự thịnh vượng. Nhiều người cao tuổi, người chủ gia đình chọn thời điểm này để khai bút đầu xuân. Gia đình nào có hoa thủy tiên nở vào thời khắc đó thì là điềm may mắn. Chẳng gì, hoa thủy tiên nở thường thơm dịu nhẹ giữa đêm. Đó thực là sự thưởng hoa cao sang nhất trong đêm bàn giao giữa hai con giáp. Sáng mồng Một Tết, thời gian như ngưng lại. Khác với tuần giáp Tết phố xá chậtních người thì sáng đầu năm mới phố xá sạch bong quang quẻ. Những cây xanh ngơ ngác hỏi nhau người đi đâu mà vắng vậy? Nhiều người đã về quê đón Tết cùng họ mạc bố mẹ anh em. Nhiều người sau đêm xem pháo hoa và chương trình giao thừa giờ còn ngủ bù. Nhiều người ngại trở thành người xông nhà nên cũng chưa đi đâu. Chỉ có các chùa là đông người tới thắp hương đầu năm cầu may và an

lành. Ai cũng mặc đẹp. Trẻ con xúng xính quần áo mới. Món quà thích nhất của các bạn nhỏ là tiền mừng tuổi và bóng bay được ba mẹ mua cho khi ra phố. Những ai cầu kì thì còn mời người hợp năm hợp tuổi chủ nhà xông nhà, xông đất cho yên tâm. Câu chào gặp nhau sáng mồng Một là: Chúc mừng năm mới, hoặc: Năm sớm, chúc ông bà mạnh khỏe. Gần trưa, các gia đình tụ tập chúc nhau rôm rả và ăn bữa cơm gia đình đầu năm.

Mồng Hai, mồng Ba vẫn còn chính Tết. Đường phố vẫn sạch và đông dần người lại qua. Ở Nam Định, thành phố không quá lớn nên nhiều người chọn cách đi bộ chúc Tết. Cứ sau mỗi nhà, đoàn người đi lại dài thêm. Vài cửa hàng bún, phở mở hàng chọn ngày đã bán ngay từ mồng Hai Tết. Cứ thế mồng Bốn, mồng Năm đường phố gần đông bằng ngày thường. Các chuyến du xuân cũng bắt đầu. Xưa, Tết thường có mưa xuân. Nay hình như bà Chúa thời tiết đã thay đổi. Mùa xuân ấm và khô hơn. Sang ngày mồng Bảy các con đường đổ về Nam Định từ Hà Nội, Phủ Lý, Hải Phòng, Thái Bình, Thanh Hóa, Ninh Bình và từ Quất Lâm, Hải Thịnh đều chậtních người xe. Đêm mồng Bảy bốn chợ Viếng đều khai mở. Nổi tiếng hơn cả là hai chợ Viếng Phủ (Vụ Bản) và Viếng Chùa (Nam Trực). Cây cảnh, dụng cụ nhà nông, đồ cổ và thịt bò chạy dài theo quốc lộ 10, quốc lộ 38B, tỉnh lộ 390, quốc lộ 37B khắp vùng rộng cả trăm km^2. Sang ngày mồng Tám Tết thì tràn ngập thịt bò (bê) được bán dọc các con đường này. Sau ngày Tết ăn thịt gà, thịt lợn, giò, chả, nem đã ngấy thì thịt bò trở thành món thay thế thích hợp nhất. Tết được kết thúc bằng lễ cúng hóa vàng tùy từng gia đình lác đác từ mồng Ba Tết theo hoàn cảnh mỗi gia đình. Phiên chợ Viếng vừa vui xuân vừa bắt đầu mùa vụ làm ăn sau Tết. Tết thực sự chấm dứt bởi phiên Khai ấn đền Trần. Người đi Hội xin ấn để cầu sức khỏe, cầu sự may mắn, an vui cho gia đình và bản thân. Từ khi quốc lộ 10, quốc lộ 21, quốc lộ 38B và đường cao tốc Phủ Lý - Nam Định được mở rộng, làm mới thì lễ Khai ấn càng đông, mỗi năm hàng trăm ngàn người về dự. Có người muốn ghép Tết Tây và Tết Ta vào dịp đầu năm Dương lịch. Điều này khó xảy ra vì khí hậu Tết Dương lịch thường quá rét ở miền Bắc và cấy vụ Chiêm còn chưa xong. Bởi vậy vẫn có Tết Tây, Tết Ta như ngàn đời đã có.



Kì 10

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 1. Chứng tỏ rằng số 243^{342} có ít hơn 856 chữ số.

Bài 2. Cho a, b, c khác 0 thỏa mãn $2ab = c^2$, $ac = 4b^2$. Tính giá trị của biểu thức $\dfrac{5a+4b+3c}{3a+2b+c}$.

Bài 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 9|x-4| + |x-1| + x$.

Bài 4. Tìm số $\overline{abcdeg}$, biết rằng $2015^a + \overline{bcde}.9 = \overline{1968g}$.

Bài 5. Cho tam giác ABC cân tại A có $\hat{A} = 100^o$. Điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{MBC} = 30^o$, $\widehat{MCB} = 20^o$. Tính số đo $\widehat{AMC}$.

Kết quả Góc OLYMPIC Kì 9 (TTT2 số 154)

Bài 1. Gọi số chữ số của 2^n và 5^n lần lượt là a và b. Ta có $10^{a-1} < 2^n < 10^a$; $10^{b-1} < 2^n < 10^b$ và $a + b = 2015$.

Do đó $10^{a-1}.10^{b-1} < 2^n.5^n < 10^a.10^b$

$\Rightarrow 10^{a+b-2} < 10^n < 10^{a+b} \Rightarrow 10^{2013} < 10^n < 10^{2015}$

$\Rightarrow 2013 < n < 2015$. Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 2014$.

Bài 2. Ta có $(a^3 - 3ab^2)^2 + (b^3 - 3a^2b)^2 = 18^2 + 26^2$

$\Rightarrow a^6 - 6a^4b^2 + 9a^2b^4 + b^6 - 6a^2b^4 + 9a^4b^2 = 1000$

$\Rightarrow a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6 = 1000 \Rightarrow (a^2 + b^2)^3 = 10^3$

Suy ra $a^2 + b^2 = 10$.

Bài 3. Tìm các số tự nhiên n để $(n^2 - 8)^2 + 36$ là số nguyên tố.

Ta có $(n^2 - 8)^2 + 36 = n^4 - 16n^2 + 100$

$= n^4 + 20n^2 + 100 - 36n^2 = (n^2 + 10)^2 - (6n)^2$

$= (n^2 + 10 - 6n)(n^2 + 10 + 6n)$ là số nguyên tố

mà $n^2 + 10 + 6n > 1$ do đó $n^2 + 10 - 6n = 1$ và $n^2 + 10 + 6n$ là số nguyên tố.

Suy ra $(n-3)^2 = 0$, từ đó $n = 3$ (Thử lại thấy $n^2 + 10 + 6n = 37$ là số nguyên tố).

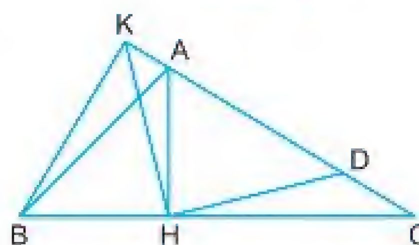
Vậy $n = 3$.

Bài 4. Ta có $2016 \vdots 3$ và 2014 không chia hết cho 3 nên $2014^{2015} + 2016^{2017}$ không chia hết cho 3. (1)

Mặt khác $x^3 + 2x = x(x-1)(x+1) + 3x \vdots 3$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra không tồn tại số nguyên x sao cho $2014^{2015} + 2016^{2017}$ chia hết cho $x^3 + 2x$.

Bài 5.



Trên tia AC lấy điểm D sao cho AD = BK.

Vì ΔHAB vuông tại H có $\widehat{ABH} = 45^o$ nên ΔHAB vuông cân tại H, từ đó AH = BH.

Xét ΔAHD và ΔBHK có

AH = BH, $\widehat{HAD} = \widehat{HBK}$ (cùng phụ với góc ACB),

AD = BK. Do đó ΔAHD = ΔBHK (c.g.c).

Suy ra HD = KH, từ đó ΔHKD cân tại H.

Do đó $\widehat{HKD} = \widehat{HDA}$.

Ta lại có $\widehat{HDA} = \widehat{HKB}$ (vì ΔAHD = ΔBHK).

Suy ra $\widehat{BKH} = \widehat{HKD}$

Vậy $\widehat{BKH} = \dfrac{\widehat{BKC}}{2} = 45^o$.



Nhận xét. Các bạn được thưởng kì này: *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 9A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hồ Gia Bảo*, 9A6, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**; *Trần Như Quỳnh*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Nguyễn Phi Lê*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

NGUYỄN HIỆP



Hỏi: Anh Phó ơi! Em có được viết bài cộng tác với chuyên mục "Toán quanh ta" không ạ? Em còn có thể cộng tác với những chuyên mục nào nữa?

TỪ TẤN DŨNG

(7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, Hà Nội)

Đáp:

Toán quanh ta Toán quanh em
Mục nào cũng được miễn em viết bài
Hay và không chép của ai
Hợp với báo và đừng dài lê thê
Đọc lên thấy mới ô kê!
Riêng mục Giải toán qua thư
Để dành cho các thầy cô gửi về.



Hỏi: Nếu em hỏi 2 câu cùng trong chuyên mục "Rubic hỏi đáp" thì có được chấp nhận không ạ?

NGUYỄN THÚY THANH

(7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Một câu chứ một nghìn câu
Anh đây không ngại ngồi lâu trả lời
Trả xong câu một được rồi
Anh ngồi trả tiếp hai rồi đến ba
Nghìn câu chắc đến tuổi già.



Hỏi: Anh Phó ơi! Khoảng bao lâu sau khi báo ra là hết hạn để chúng em gửi bài ạ?

Một bạn quên ghi tên

Đáp:

Báo ra ở thủ đô
Ngày 8 của hàng tháng
Cứ cho là chậm lắm
Cuối tháng về trường em
Tuần đầu của tháng sau
Em giải bài gửi báo
Cứ cho là chậm lắm
Cuối tháng nữa tới Tòa...
Soạn ra chấm là vừa.



ANH PHÓ



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(156). Cho 2016 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2016}$ thỏa mãn

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{2016}}=300.$$

Chứng minh rằng trong 2016 số đã cho tồn tại ít nhất hai số bằng nhau.

NGUYỄN NGỌC HÙNG *(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)*

Bài 2(156). Cho tam giác ABC với $\widehat{A}=40^o$, $\widehat{C}=30^o$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho CD = AB. Tính số đo $\widehat{ABD}$.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN *(GV. THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, Hải Phòng)*

CÁC LỚP THCS

Bài 3(156). Cho các số nguyên dương a, b thỏa mãn ab + 1 là số chính phương. Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương c sao cho ac + 1 và bc + 1 đều là số chính phương.

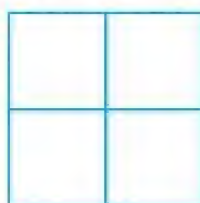
VŨ ĐÌNH HÒA *(GV. Đại học Sư phạm Hà Nội)*

Bài 4(156). Cho các số dương a, b, c thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng:

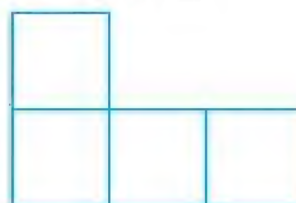
$$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+3\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}\right)\geq 2\left(a+b+c+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

KIỀU ĐÌNH MINH *(GV. THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)*

Bài 5(156). Có thể xếp 9 hình vuông gồm 4 ô vuông nhỏ (hình 1) và 7 hình thước thợ gồm 4 ô vuông nhỏ (hình 2) để phủ kín bàn cờ 8 × 8 ô vuông nhỏ hay không?



Hình 1



Hình 2

VŨ KIM THỦY

Bài 6(156). Cho tam giác ABC ($\widehat{A}>90^o$) nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác ABC. M là điểm chuyển động trên cung nhỏ BC. Gọi D là giao điểm của BM và CH, E là giao điểm của CM và BH. Chứng minh rằng trung điểm của đoạn thẳng DE nằm trên một đường thẳng cố định.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(156). Given 2016 positive integers $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2016}$ such that $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{2016}}=300.$ Prove that at least two numbers among the given numbers are equal.

2(156). Given a triangle ABC having $\angle A = 40^o$ and $\angle C = 30^o$. Let D be a point on AC such that $CD = AB$. Find the measure of $\angle ABD$.

3(156). Given the positive integers a and b such that $ab + 1$ is a perfect square. Prove that there exists a positive integer c such that $ac + 1$ and $bc + 1$ are both perfect squares.

4(156). Given the positive numbers a, b, and c such that $abc = 1$. Prove that

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+3\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}\right)\geq 2\left(a+b+c+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$



(Xem tiếp trang 20)

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

Bạn hãy vào website: **http://olm.vn/hieu-sach-online** để đọc tạp chí Toán Tuổi thơ bản điện tử nhé.



Nghe và nhìn


Ảnh: Phan Ngọc Quang

Trước mắt bạn là bầu trời tươi đẹp và hoa ngút ngàn. Bức tranh trở nên hoàn hảo hơn với các cô gái đang biểu diễn trên các phím đàn. Vậy bạn còn nghe thấy những âm thanh rộn rã của mùa xuân đang về nữa. Tòa soạn chờ bài viết của bạn về cảm nhận thị giác và tưởng tượng thính giác nữa. Bài viết hay sẽ được đăng TTT và tác giả được nhận thưởng.

MORIS VŨ

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH






Từ trái sang phải: Kim Thị Hồng Linh, Chu Thị Thanh, Chu Thị Hằng, Nguyễn Thị Linh Đan.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT156M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 02 năm 2016.



NĂM THỨ
MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

157
03/2016
Giá: 10000đ

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

15/3/2016
MƯỜI BA NĂM
TTT2
RA SỐ
ĐẦU TIÊN



Toán
TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 — Tr 2
Phương pháp tính tổng dựa vào độ lệch so với các tổng quen thuộc
Lê Thị Ngọc Thúy

Học ra sao? Giải toán thế nào? — Tr 3
Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của phân thức đại số
Hoàng Văn Long

Cửa sổ AC — Tr 7
Các nước Đông Nam Á
Bính Nam Hà

Nhìn ra thế giới — Tr 8
Qua hai bài toán nhỏ trong cuộc thi Toán Australia AMC năm 2015
Tạ Ngọc Trí

Com pa vui tính — Tr 15
Không vẽ đường tròn
Phạm Tuấn Khải

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc — Tr 16
Mất trộm vì ngủ quên
Nguyễn Ngọc Sơn

Đến với tiếng Hán — Tr 18
Bài 66. Ôn tập
Nguyễn Vũ Loan

Học Toán bằng tiếng Anh — Tr 19
Geometry (Hình học)
Vũ Đô Quan

Đề thi các nước — Tr 24
IMSO 2015 - Mathematics Essay problems solution (Tiếp theo kì trước)
Trịnh Hoài Dương



PHƯƠNG PHÁP TÍNH TỔNG DỰA VÀO ĐỘ LỆCH SO VỚI CÁC TỔNG QUEN THUỘC

ThS. LÊ THỊ NGỌC THÚY
(GV. Cao đẳng Sư phạm Nghệ An)

Có nhiều phương pháp tính nhanh các tổng dạng đặc biệt. Ví dụ điển hình nhất là nhà toán học thiên tài người Đức là F. Gaoxơ khi mới bảy tuổi đã biết tính tổng S = 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 bằng cách viết lại S = 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1. Từ đó 2S = 101 + 101 + 101 + ... + 101 (có 100 số hạng bằng 101). Suy ra S = 101.100 : 2 = 5050. Sau đây chúng tôi sẽ trình bày một phương pháp tìm công thức tính giá trị biểu thức dạng tổng hoặc hiệu các số.

Bài toán 1. Tìm công thức tính $S_n = 1 + 2a + 3a^2 + \dots + (n + 1)a^n$.

Lời giải. ● Với a = 1, có $S_n = 1 + 2 + \dots + (n + 1)$. Dựa vào cách tính tổng như trên của F. Gao xơ, nhận được $S_n = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

● Với a ≠ 1, ta nghĩ đến tổng quen thuộc $P_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^n$ với cách tính như sau:

Ta có $aP_n = a + a^2 + \dots + a^n + a^{n+1}$.

Đo *độ lệch* aP_n với P_n là

$aP_n - P_n = (a - 1)P_n = a^{n+1} - 1$.

Do đó $P_n = \dfrac{a^{n+1}-1}{a-1}$.

Như vậy để tính S_n, ta đo độ lệch của nó với aS_n, nhận được

$$S_n - aS_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^n - (n+1)a^{n+1}$$

$$= P_n - (n+1)a^{n+1} = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} - (n+1)a^{n+1}.$$

Từ đó

$$S_n = \frac{(n+1)a^{n+1}}{a-1} - \frac{a^{n+1}-1}{(a-1)^2} = \frac{(n+1)a^{n+2} - (n+2)a^{n+1} + 1}{(a-1)^2}.$$

Chú ý. Để tính tổng $P_n = 1 - a + a^2 - a^3 + \dots + (-1)^n a^n$, ta không đo độ lệch của nó với aP_n mà với $-aP_n$, nghĩa là xét biểu thức $P_n - (-aP_n) = P_n + aP_n$ và nhận được $(1 + a)P_n = 1 + (-1)^n a^{n+1}$.

Bài toán 2. Tính

a) $P = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{100}$.

b) $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 101.3^{100}$.

Lời giải. Sử dụng kết quả bài toán 1, ta có

a) $P = \dfrac{3^{101}-1}{2}$.

b) $S = \dfrac{101.3^{102} - 102.3^{101} + 1}{4} = \dfrac{201.3^{101} + 1}{4}$.

Bài toán 3. Tính tổng $S_n = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + n.n!$, trong đó $n! = 1.2.3...n$ là tích của n số nguyên dương đầu tiên.

Lời giải. Để tính được tổng đã cho ta cần sử dụng tổng $P_n = 1! + 2! + 3! + \dots + n!$. Mặc dù tổng này chưa tính được, nhưng nó giúp ta tìm được tổng cần tính. Ta đo độ lệch của S_n không phải với P_n mà với $-P_n$, nghĩa là xét biểu thức $S_n - (-P_n) = S_n + P_n$.

Nhận xét rằng $k.k! + k! = k!(k+1) = (k + 1)!$.

Ta có $S_n + P_n = 2! + 3! + \dots + n! + (n + 1)!$

$= P_n + (n + 1)! - 1$. Suy ra $S_n = (n + 1)! - 1$.

Bài toán 4. Tìm công thức tính

$$S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}.$$

Lời giải. Để tìm được công thức tính này, ta cần phải dựa vào tổng quen thuộc sau

$$P_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Ta biết rằng $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$.

Suy ra

$$P_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Bây giờ ta sẽ đo độ lệch của P_n với S_n

$$\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right).$$

(Xem tiếp trang 6)



TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

HOÀNG VĂN LONG
(GV. THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương, Hải Dương)

Với các bạn học sinh lớp 8 việc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức đại số là bài toán không đơn giản. Qua bài viết này chúng tôi muốn đưa ra một phương pháp tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của phân thức đại số có dạng $M = \dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{ex^2+gx+h}$.

Bài toán 1. Tìm giá trị lớn nhất của phân thức $A = \dfrac{3x+1}{2x^2-x+3}$.

Lời giải. Ta có

$$A = \frac{3x+1}{2x^2-x+3} = \frac{2x^2-x+3-2x^2+4x-2}{2x^2-x+3}$$

$$= \frac{(2x^2-x+3)-2(x^2-2x+1)}{2x^2-x+3}$$

$$= 1 - \frac{2(x-1)^2}{2x^2-x+3} = 1 - \frac{2(x-1)^2}{2\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}\right)+\frac{23}{8}}$$

$$= 1 - \frac{2(x-1)^2}{2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}} \le 1.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} (x-1)^2 \ge 0\ \forall x \\ \left(x-\frac{1}{4}\right)^2 \ge 0\ \forall x \end{cases} \Rightarrow \frac{2(x-1)^2}{2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}} \ge 0\ \forall x.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 1$.

Vậy MaxA = 1 khi $x = 1$.

Phân tích. Vấn đề đặt ra là làm thế nào để tìm ra cách giải như trên.

Ta để ý mẫu thức của phân thức trên

$$2x^2-x+3 = 2\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}\right)+\frac{23}{8}$$

$$= 2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8} > 0\ \forall x.$$

Do đó ta nghĩ đến cách tách

$$A = \frac{3x+1}{2x^2-x+3} = \frac{a(2x^2-x+3)+b(x-c)^2}{2x^2-x+3}$$

$$= a + \frac{b(x-c)^2}{2x^2-x+3}.$$

Ta cần tìm các hệ số a, b, c thỏa mãn

$3x + 1 = a(2x^2 - x + 3) + b(x - c)^2\ \ \forall x$

$\Leftrightarrow 3x + 1 = (2a + b)x^2 - (a + 2bc)x + (3a + bc^2)\ \forall x$

Đồng nhất hệ số hai đa thức trên ta được

$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ -(a+2bc)=3 \\ 3a+bc^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ 2a+b-2(a+2bc)=6 \\ 3(2a+b)-2(3a+bc^2)=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ b(1-4c)=6 \quad (*) \\ b(3-2c^2)=-2 \end{cases}$$

Suy ra $\dfrac{1-4c}{3-2c^2} = -3 \Rightarrow 1-4c = 6c^2-9$

$$\Leftrightarrow (c-1)(6c+10)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=1 \\ c=-\frac{5}{3}. \end{array}\right.$$

- Với $c = 1$ thay vào (*) ta được $b = -2$; $a = 1$
- Với $c = \dfrac{-5}{3}$ thay vào (*) ta được

$b = \dfrac{18}{23}$; $a = \dfrac{-9}{23}$.

Hai bộ số (a; b; c) cho ta hai cách tách tử thức để giải quyết hai bài toán tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của phân thức A.

Bài toán 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của phân thức $B = \dfrac{4x^2-4x+12}{x^2+2x+2}$.

Phân tích.

Ta có $B = \dfrac{4x^2-4x+12}{x^2+2x+2} = 4 + \dfrac{-12x+4}{x^2+2x+2}$.

Ta sẽ tìm giá trị lớn nhất của $C = \frac{-12x+4}{x^2+2x+2}$.

Vì x = 0 thì C = 2 nên giá trị lớn nhất của C là số dương. Giả sử giá trị lớn nhất của C là $\frac{1}{k}$ với k > 0.

Ta sẽ tìm k để

$$C = \frac{-12x+4}{x^2+2x+2} \le \frac{1}{k}\ \forall x \Leftrightarrow \frac{-12x+4}{x^2+2x+2} - \frac{1}{k} \le 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow k(-12x+4) - (x^2+2x+2) \le 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x(6k+1) + 2 - 4k \ge 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow [x^2 - 2x(6k+1) + (6k+1)^2] + 2 - 4k - (6k+1)^2 \ge 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow (x-6k-1)^2 - 36k^2 - 16k + 1 \ge 0\ \forall x$$

(vì $k(x^2 + 2x + 2) > 0\ \forall x$)

Ta sẽ chọn k thỏa mãn $-36k^2 - 16k + 1 = 0$.

Suy ra $k = \frac{-1}{2}$ (loại) hoặc $k = \frac{1}{18}$.

Lời giải. Ta có

$$B = \frac{4x^2-4x+12}{x^2+2x+2} = 4 + \frac{-12x+4}{x^2+2x+2}$$

$$= 4 + \frac{-2(x^2+2x+2)+2x^2-8x+8}{x^2+2x+2}$$

$$= 2 + \frac{2(x-2)^2}{(x+1)^2+1} \ge 2.$$

Vì $\begin{cases}(x-2)^2 \ge 0\ \forall x\\(x+1)^2 \ge 0\ \forall x\end{cases} \Rightarrow \frac{2(x-2)^2}{(x+1)^2+1} \ge 0\ \forall x$

Dấu "=" xảy ra khi x = 2.

Vậy MinB = 2 khi x = 2.

Bài toán 3. Cho phân thức $M = \frac{x^2+7x+28}{x-1}$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của M với x > 1;

b) Tìm giá trị lớn nhất của M với x < 1.

Hướng dẫn. Ta nghĩ đến cách tách tử thức như sau:

$$M = \frac{x^2+7x+28}{x-1} = \frac{a(x-1)+b(x-c)^2}{x-1} = a + \frac{b(x-c)^2}{x-1}.$$

Bài toán 4. Cho x > 0, tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức $S = \frac{x^3+x^2+x+3}{x}$.

Hướng dẫn. Ta tách

$$S = \frac{x^3+x^2+x+3}{x} = \frac{(x+a)(x+b)^2+cx}{x}$$

$$= c + \frac{(x+a)(x+b)^2}{x}.$$

Bài toán 5. Cho x > 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x^3-3x^2+5x+4}{x}$.

Hướng dẫn. Ta tách

$$A = \frac{x^3-3x^2+5x+4}{x} = x^2 - 3x + 5 + \frac{4}{x}$$

$$= x^2 - (3+k^2)x + 5 + k^2x + \frac{4}{x}$$

$$= x^2 - 2\frac{(3+k^2)}{2}x + \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 + 5 - \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 + \left(k^2x + \frac{4}{x}\right)$$

$$= \left(x - \frac{3+k^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{k^2x^2+4xk+4}{x}\right) + 5 - \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 - 4k$$

$$= \left(x - \frac{3+k^2}{2}\right)^2 + \frac{(kx+2)^2}{x} + 5 - \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 - 4k.$$

Ta sẽ tìm k sao cho $\frac{3+k^2}{2} = -\frac{2}{k}$.

Bài toán 6. Cho x > 2 tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức $S = \frac{x^3-9x^2+28x-24}{x-2}$.

Hướng dẫn. Đặt t = x – 2.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$A = \frac{2x+1}{x^2+2x+10}$; $B = \frac{x+2}{x^2+2x+3}$;

$C = \frac{3x^2+11x+12}{x^2+3x+4}$; $D = \frac{36x^2-4x+21}{x^2+x+1}$.

Bài 2. Cho x > 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $E = \frac{3x^2-7x+31}{x-1}$.

Bài 3. Cho x > –1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $G = \frac{18x^3-53x^2+2x+82}{x+1}$.

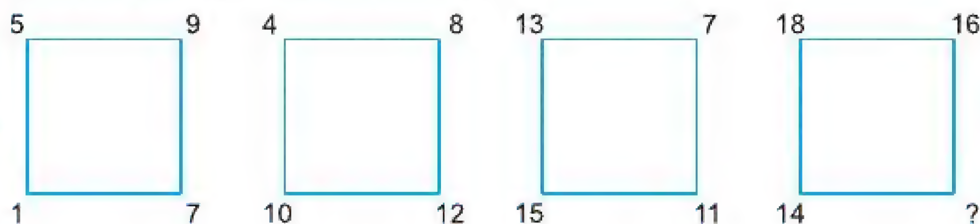




Kì này SỐ CÒN THIẾU TRONG HÌNH VUÔNG

Bài 1. Tìm số tiếp theo của dãy số 1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14; 16; 17; ...

Bài 2. Hãy thay dấu ? bằng số thích hợp.



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ NÀO MỚI ĐÚNG ĐÂY? (TTT2 số 155)

Nhận xét. Rất nhiều bạn tham gia gửi bài và tất cả các bạn đều tìm ra đúng quy luật. Riêng bài 1 các bạn cần chỉ ra cụ thể hơn nữa quy luật bằng công thức của số hạng tổng quát.

Quy luật.

Bài 1. Xét dãy số $\frac{1}{3}; \frac{1}{7}; \frac{1}{13}; \frac{1}{21}; \frac{1}{31}; \ldots$

Ta có $\frac{1}{3} = \frac{1}{1.2+1}; \frac{1}{7} = \frac{1}{2.3+1}; \frac{1}{13} = \frac{1}{3.4+1};$

$\frac{1}{21} = \frac{1}{4.5+1}; \frac{1}{31} = \frac{1}{5.6+1}; \ldots$

Số hạng thứ n của dãy có dạng $u_n = \frac{1}{n.(n+1)+1}$.

Vậy số hạng tiếp theo (số hạng thứ 6) là $\frac{1}{6.7+1} = \frac{1}{43}$.

Bài 2. Dễ thấy mỗi số nằm trong tam giác bằng lập phương của tổng ba số nằm ngoài tam giác. Theo quy luật đó, số cần điền vào dấu ? là (3 + 2 + 1)3 = **216**.



Xin trao thưởng cho các bạn có lời giải chính xác, ngắn gọn: *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Phương Mai*, 6C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Phan Minh Ánh*, 6A, *Võ Hồng Thái*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Phùng Quốc Lân*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khắc Thái Bình*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Lã Việt Cường*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Trần Nữ Tố Uyên*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH





Kì này SAI LẦM Ở ĐÂU?

Trong một cuốn sách có bài toán với lời giải sau:

Bài toán. Cho $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a-b}$ và $ac \neq 0$, $a \neq b$, $b \neq c$.

Chứng minh rằng $\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}$.

Lời giải. Ta có $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a-b}$

Suy ra $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}$.

Ta lại có $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{c}=\frac{c+a-b}{(a-b)c}$. (1)

$\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}=\frac{a-b+c}{(b-c)a}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(a - b)c = (b - c)a$.

Do đó $\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}$.

Theo bạn lời giải trên đã ổn chưa? Nếu chưa ổn thì giải thế nào mới đúng.

Kết quả GIÁ TRỊ LỚN NHẤT (TTT2 số 155)

Theo lời giải của bạn: *Chu Tuấn Kiệt*, 9A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**.

Ta viết $A(x)=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}=1+\frac{7}{\sqrt{x}-4}$ với $x \neq 16$.

Để biểu thức A(x) đạt giá trị lớn nhất thì $A(x) > 0$ và $\sqrt{x}-4$ cần lấy giá trị dương (khi $x > 16$) nhỏ nhất. Giả sử với giá trị tùy ý $x = a > 16$ thì luôn chọn được số thực $b=\frac{a}{2}+8=\frac{a+16}{2}<\frac{2a}{2}=a$, mà $b=\frac{a}{2}+8>\frac{16}{2}+8=16$, tức là $16 < b < a$, khi đó $0<\sqrt{b}-4<\sqrt{a}-4$, nên $A(b) > A(a)$, do đó không thể chọn được giá trị của số thực x để $\sqrt{x}-4$ lấy giá trị dương nhỏ nhất. Vậy khi A(x) lấy các giá trị là số thực thì không tồn tại giá trị lớn nhất của A(x).

Nhận xét. Một số bạn chỉ xét các giá trị nguyên của A(x) nên suy ra giá trị lớn nhất của A(x) là $A(25) = 8$.



Các bạn sau có lời giải đúng được thưởng kì này: *Chu Tuấn Kiệt*, 9A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**; *Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Võ Hùng Tuấn*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Lê Thanh Hùng, Bùi Thanh Trúc*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

ANH KÍNH LÚP

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TỔNG *(Tiếp theo trang 2)*

Do vậy

$$2(P_n-S_n)=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$$

$$\Rightarrow 2S_n=2P_n-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}=$$

$$=2-\frac{2}{n+1}-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}=\frac{n(n+3)}{2(n+1)(n+2)}.$$

Vậy suy ra $S_n=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$.

Bài tập

Bài 1. Tìm công thức của mỗi biểu thức

a) $P_n = 1 - a + a^2 - a^3 + \dots + (-1)^n a^n$.

b) $S_n = 1 - 2a + 3a^2 - 4a^3 + \dots + (n + 1)(-1)^n a^n$.

Bài 2. a) Tìm hai chữ số tận cùng của

$P = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{100}$.

b) Tìm chữ số tận cùng của

$S = 1 - 2.3 + 3.3^2 - 4.3^3 + \dots + 101.\ 3^{100}$.

Bài 3. Chứng minh công thức sau

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$



CÁC NƯỚC ĐÔNG NAM Á

BÍNH NAM HÀ

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người rộng lớn của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Đông Nam Á gồm 11 quốc gia. 10 nước đã tham gia hiệp hội các quốc gia Đông Nam Á (ASEAN) gồm: Brunây Đarutxalam (Brunei), Vương quốc Campuchia (Cambodia), Cộng hòa Inđônêxia (Indonesia), Cộng hòa dân chủ Nhân dân Lào (Laos), Liên bang Malaixia (Malaysia), Liên bang Myanma (Myanmar), Cộng hòa Philippin (Philippines), Vương quốc Thái Lan (Thailand), Cộng hòa xã hội chủ nghĩa Việt Nam (Vietnam), Cộng hòa Xingapo (Singapore) và một nước chưa gia nhập ASEAN: Cộng hòa dân chủ Đông Timo (Timor-Leste). Nước rộng nhất là Indonesia với diện tích 1 913 000 km^2. Nước có diện tích hẹp nhất là Singapore với gần 700 km^2. Nước đông dân nhất là Indonesia với 235 500 000 người (năm 2010). Nước ít dân nhất là Brunei 400 000 người. Núi cao nhất là Cacabo Radi ở Myanmar với 5 885 m. Sông lớn nhất ở Đông Nam Á là Mê Công chảy qua Lào, Thái Lan, Campuchia và Việt Nam. Mật độ dân số cao nhất là Singapore với hơn 7500 người/km^2, thấp nhất là Lào với 27 người/km^2.

GDP cao nhất là Indonesia với 1057 tỉ USD, thấp nhất là Lào với 9 tỉ USD. Bình quân GDP danh nghĩa theo đầu người cao nhất là Singapore với 56000 USD/người/năm và thấp nhất là Campuchia với 1081 USD/người/năm. Nếu tính theo sức mua tương đương thì con số này còn cao hơn.

Về quy mô các nền kinh tế, xếp theo thứ tự là: Indonesia, Thái Lan, Malaysia, Singapore, Philippines, Việt Nam, Myanmar, Campuchia, Brunei, Lào (tính theo thứ tự tổng số GDP theo USD tức tổng sản phẩm quốc nội). Quốc gia chỉ gồm 1 thành phố là Singapore. Quốc gia có nhiều đảo là Indonesia với gần 17 000 hòn đảo chạy dài 5000 km từ Tây sang Đông và 2 000 km từ Bắc xuống Nam. Indonesia cũng là nước nằm cả ở Bắc và Nam bán cầu. Quốc gia gồm có 2 phần rõ rệt là Malaysia với một phần phía Tây thuộc bán đảo Malacca và phần phía Đông thuộc đảo Calimantan. Quốc gia không gặp thiên tai: bão, lũ, sóng thần là Singapore, nằm gần như trùng vào xích đạo. Đa số các nước dùng múi giờ 8. Một số nước dùng múi giờ 7 trong đó có Việt Nam. Riêng Myanmar dùng giờ chuẩn 6.30. Quốc gia có khí hậu nhiệt đới gió mùa, mùa đông lạnh rõ rệt là Việt Nam.

Mười quốc gia luân phiên nhau làm Chủ tịch mỗi năm của Hiệp hội, nay gọi là Cộng đồng. Năm nay Lào là Chủ tịch ASEAN. Văn phòng Tổng thư kí ASEAN đặt tại Jakarta, Indonesia.





QUA HAI BÀI TOÁN NHỎ TRONG CUỘC THI TOÁN AUSTRALIA AMC NĂM 2015

TẠ NGỌC TRÍ

Chúng ta xét hai bài toán sau đây trong các bài thi AMC (Australian Mathematics Competition) năm 2015 cho học sinh các nhóm lớp 7-8 và 9-10. Đối với mỗi bài toán chúng ta sẽ cùng thảo luận về phương pháp dạy và học khi tìm lời giải. Qua đây chúng ta cũng có thể thấy được "dạng" toán mà các cuộc thi tìm kiếm tài năng toán học kiểu như AMC thường sử dụng.

Bài toán 1 *(Câu hỏi 29, AMC 2015 dành cho lớp 7-8)*

Zoltan has a list of whole numbers, all larger than 0 but smaller than 1000. He notices that every number in his list is either one-third of another number in the list or three times another number in the list. What is the largest number of different whole numbers that can be on Zoltan's list?

Bài dịch sang tiếng Việt:

Zoltan có một dãy các số tự nhiên, các số trong dãy đều lớn hơn 0 nhưng nhỏ hơn 1000. Cậu ấy nhận thấy rằng mỗi số trong dãy hoặc là bằng $\frac{1}{3}$ của một số khác trong dãy, hoặc là gấp ba lần một số khác trong dãy. Hỏi số nhiều nhất các số tự nhiên trong dãy của Zoltan có thể có là bao nhiêu?

Qua bài toán này học sinh được rèn luyện, phát triển kĩ năng phân tích, khám phá, suy luận. Chúng tôi xin đề xuất một cách sau đây để thực hiện mục tiêu đó: hãy nghiên cứu từ các trường hợp đơn giản!

- *Trường hợp đơn giản thứ nhất*

Trước hết, chúng ta yêu cầu học sinh nghiên cứu bài toán khi dãy của Zoltan gồm các số lớn hơn 0 *nhưng nhỏ hơn 10*.

Hãy đặt ra các câu hỏi để khám phá: Nếu muốn số 1 nằm trong dãy của Zoltan thì số nào cũng phải (có thể) nằm trong dãy đó? Tương tự như vậy đối với số 2, 3, ... , cụ thể:

Sự xuất hiện của số 1 trong dãy sẽ dẫn đến số 3 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 2 trong dãy sẽ dẫn đến số 6 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 3 trong dãy sẽ dẫn đến số 9 có thể nằm trong dãy;

Số 4 không thể nằm trong dãy vì không có số nguyên nào bằng $\frac{1}{3}$ của 4 và ba lần của 4 vượt quá 10;

Tương tự số 5, 7, 8 không thể nằm trong dãy.

Số 6, 9 có thể nằm trong dãy (nếu có số 2, 3 nằm trong dãy).

Từ đó đối với trường hợp này dãy số nhiều nhất của Zoltan là 1, 2, 3, 6, và 9. Tức là trong trường hợp này dãy của Zoltan có nhiều nhất là 5 phần tử!

- *Trường hợp đơn giản thứ hai*

Chúng ta yêu cầu học sinh nghiên cứu bài toán khi dãy của Zoltan gồm các số lớn hơn 0 *nhưng nhỏ hơn 100*.

Tương tự như trên đặt ra các câu hỏi để học sinh khám phá: Nếu muốn số 1 nằm trong dãy của Zoltan thì những số nào cũng phải (có thể) nằm trong dãy đó? Tương tự như vậy đối với số 2, ...

Sau mỗi lần trả lời các câu hỏi đó dãy của Zoltan lại được làm "giàu" lên, cụ thể:

Sự xuất hiện của số 1 trong dãy sẽ dẫn đến số 3 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 2 trong dãy sẽ dẫn đến số 6 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 3 trong dãy sẽ dẫn đến số 9 có thể nằm trong dãy;

...

Sự xuất hiện của số 33 trong dãy sẽ dẫn đến số 99 có thể nằm trong dãy;

Số 34 không thể nằm trong dãy vì không có số nguyên nào bằng $\frac{1}{3}$ của 34 và ba lần của 34 vượt quá 100;

Tương tự số 35 không thể nằm trong dãy;

Tuy nhiên số 36 có thể nằm trong dãy (nếu có số 12 nằm trong dãy);

...

Như vậy các số lớn hơn 33 (từ 34 trở đi) sẽ không thể nằm trong dãy của Zoltan nếu số đó không chia hết cho 3, còn các số chia hết cho 3 có thể nằm trong dãy đó (vì có thể lấy trong dãy số là $\frac{1}{3}$ số đó!).

Như vậy dãy của Zoltan nhiều nhất sẽ có các số 1, 2, 3, ... , 33, 36, 39, ... , 99. Như vậy dãy đó nhiều nhất có 33 + (99 – 36) : 3 + 1 = 33 + 21 + 1 = 55 số.

- *Trở lại bài toán 1*

Từ những gì đã tìm được có thể thấy Zoltan có thể có dãy với các số 1, 2, 3, 4, ..., 333, 336, 339, ... , 999. Tức là tất cả các số từ 1 đến 333 và các số chia hết cho 3 kể từ số 334.

Trường hợp đó dãy sẽ có 333 + (999 – 336) : 3 + 1 = 555 số.

Bài toán 2 *(Câu hỏi 27, AMC 2015 dành cho lớp 9-10)*

How many positive intergers n less than 2015 have the property that $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ can be simplified to a fraction with denominator less than n?

Bài dịch sang tiếng Việt:

Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 2015 có tính chất là $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ rút gọn được thành một phân số với mẫu số nhỏ hơn n?

Ta lại xuất phát từ các trường hợp đơn giản hơn để có hướng giải quyết.

- *Trường hợp đơn giản thứ nhất*

Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 10 có tính chất là $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ biểu diễn thành một phân số tối giản với mẫu số nhỏ hơn n?

Bằng cách lần lượt xét các số 1, 2, 3, ... , 9 chúng ta thấy bài toán chỉ có thể được thỏa mãn khi n = 6 (khi đó chúng ta được kết quả của phép cộng hai phân số trên là $\frac{1}{2}$).

Khi thay như vậy bài toán này được thỏa mãn nếu phân số có dạng $\left(\frac{n+3}{3n}\right)$ và giản ước được cho một thừa số chung lớn hơn 3, tức là tử số và mẫu số có thừa số chung lớn hơn 3. Đối với trường hợp đang xét điều đó xảy ra khi n = 6 và thừa số chung đó là 9.

- *Trường hợp đơn giản thứ hai*

Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 30 có tính chất là $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ biểu diễn thành một phân số tối giản với mẫu số nhỏ hơn n?

Đối với trường hợp này chúng ta chỉ cần xét thêm các trường hợp n = 10, 11, ..., 29 và thấy chỉ có được thêm khi n = 15 và n = 24. Như vậy trường hợp này chúng ta có 3 đáp số là 6, 15 và 24 và thừa số chung đó cũng là 9.

- *Trở lại bài toán 1*

Đến đây chúng ta đã có thể dự đoán rằng có thể chỉ các giá trị của n là 6, 15, 24, ... thì bài toán mới được thỏa mãn và thừa số chung của cả tử số và mẫu số của phân số có dạng nêu trên là 9.

Dãy số 6, 15, 24, ... có tính chất gì? Dễ dàng dự đoán thấy rằng dãy này gồm các số bắt đầu là 6 và mỗi số của dãy kể từ số thứ hai bằng số liền trước nó cộng thêm 9. Do đó đối với bài toán đang xét dãy số mà n có thể được sẽ là 6, 15, 24, ..., 2013 và kết quả cần tìm có thể là (2013 – 6) : 9 + 1 = 224 số.

Liệu đây có thể là đáp án của bài toán?

Mấu chốt của vấn đề là chúng ta phải tìm các số n để tử số (n + 3) và mẫu số (3n) có thừa số chung lớn hơn 3 (để giản ước được) thì bài toán mới được thỏa mãn. Do đó chúng ta phải tìm hiểu xem ước chung của n + 3 và 3n có thể có là những số nào. Từ đó chúng ta có thể giải như sau:

Giả sử d là ước chung của n + 3 và 3n. Như vậy thì d cũng là ước của 3(n + 3) và 3n. Do đó d là ước của 3(n + 3) – 3n = 9. Do đó d chỉ có thể là 1, 3 hoặc 9. Để cho mẫu số của phân số $\frac{n+3}{3n}$ nhỏ hơn n thì chúng ta phải giản ước được cả tử và mẫu cho một thừa số chung d lớn hơn 3. Vì vậy thừa số chung đó chỉ có thể là 9. Từ đó chúng ta có n + 3 = 9k, hay n = 9k – 3, k = 1, 2, ... Và vì vậy n chỉ có thể là các số 6, 15, 24, ... , 2013 như chúng ta đã dự đoán được ở trên.

Một ý xin nhấn mạnh ở đây là bài thi AMC chỉ yêu cầu tô vào kết quả là một số từ 0 đến 999 đối với các bài từ 26 đến 30. Do đó trong khi làm bài thi các bạn học sinh chỉ cần nghiên cứu các trường hợp đơn giản thứ nhất và thứ hai là có thể "dự đoán" được kết quả cần tìm (555 với Bài toán 1 và 224 với Bài toán 2). Việc giải chi tiết chỉ để làm rõ tại sao có kết quả đó mà thôi.

Có thể thấy rằng hai bài toán trên không đòi hỏi quá nhiều kiến thức về toán (Bài toán 1 có thể dành cho học sinh Việt Nam lớp 4-5 và Bài toán 2 có thể dành cho học sinh lớp 6) nhưng có thể giúp rèn luyện cho các bạn học sinh tư duy phân tích, dự đoán và suy luận toán học. Đó có lẽ là những kĩ năng quan trọng giúp cho các bạn học sinh sau này trong cuộc sống!



ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7, QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2014 - 2015

Bài 1. a) Nếu $x \in \mathbb{Z}$ thì

$|x| + x = \begin{cases} 2x \text{ khi } x \geq 0 \\ 0 \text{ khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow |x| + x$ là số chẵn

Do đó $|a - b| + |b - c| + |c - d| + |d - a|$
$= (|a - b| + a - b) + (|b - c| + b - c) + (|c - d| + c - d) + (|d - a| + d - a)$ là số chẵn với mọi $x \in \mathbb{Z}$.
Mà 2015 là số lẻ nên không có giá trị nào của a, b, c, d thỏa mãn.

b) Ta có $49A = 1 + \frac{48}{7^{2013}+1}$; $49B = 1 + \frac{48}{7^{2015}+1}$.
$\Rightarrow 49A > 49B \Rightarrow A > B$.

Bài 2. Ta có

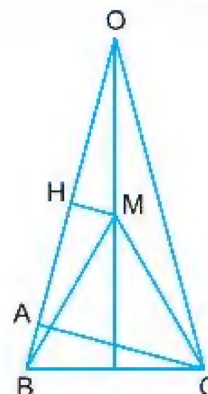
$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}$
$= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2015} + \frac{1}{2016}\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{1008}\right)$
$= \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + ... + \frac{1}{2016}$. Do đó A =1.

b) Ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{5x}{3}$.
Thay vào B ta tính được B = 8.
c) Ta có $x - y - z = 0 \Rightarrow x - z = y$; $y - x = -z$; $y + z = x$.
$\Rightarrow C = \frac{x-z}{x} \cdot \frac{y-x}{y} \cdot \frac{z+y}{z} = \frac{y}{x} \cdot \frac{-z}{y} \cdot \frac{x}{z} = -1$.

Bài 3. Đặt $\frac{a}{12} = \frac{b}{9} = \frac{c}{5} = k$
$\Rightarrow a = 12k$; $b = 9k$, $c = 5k$. Từ abc = 20 ta tìm được $k = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 4$; $b = 3$; $c = \frac{5}{3}$.
b) Gọi x; y; z lần lượt là 3 số cần tìm với x + y + z = 420. Ta có

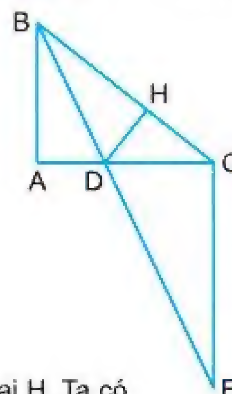
$\frac{6}{7}x = \frac{9}{11}y = \frac{2}{3}z \Rightarrow \frac{x}{\frac{7}{6}} = \frac{y}{\frac{11}{9}} = \frac{z}{\frac{3}{2}} = \frac{x+y+z}{\frac{7}{6}+\frac{11}{9}+\frac{3}{2}} = 108$
$\Rightarrow x = 126$; $y = 132$; $z = 162$.

Bài 4. Gọi H là trung điểm của BO.
Ta có OH = HB = AC.
Vẽ tam giác đều MBC (M, A cùng phía với BC).
Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^o \Rightarrow \widehat{ABC} = 75^o$;
$\widehat{HBM} + \widehat{MBC} = \widehat{ABC} = 75^o \Rightarrow \widehat{HBM} = 15^o$.
Như vậy $\Delta ABC = \Delta HMB$ (c.g.c)
Suy ra $\widehat{MHB} = \widehat{BAC} = 90^o \Rightarrow HM \perp BO$.



Do đó BMO là tam giác cân tại M.
$\Rightarrow \widehat{BMO} = 150^o \Rightarrow \widehat{OMC} = 150^o$.
Từ các điều trên ta chứng minh được $\Delta BMO = \Delta CMO$ (c.g.c) $\Rightarrow$ OB = OC. Vậy ΔBOC cân tại O.

Bài 5.



Kẻ $DH \perp BC$ tại H. Ta có
$\widehat{ABD} = \widehat{BEC}$ (so le trong) $\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{EBC}$ ($= \widehat{ABD}$).
Do đó ΔBCE cân tại C $\Rightarrow$ BC = CE.
Chứng minh được $\Delta BDA = \Delta BDH \Rightarrow AD = DH$.
Mà DH < DC, suy ra AD < DC.
Theo định lí Pytago ta có $BD^2 = AB^2 + AD^2$, $DE^2 = CE^2 + CD^2$.
Ta lại có AB < BC = CE và AD < DC $\Rightarrow$ BD < DE.
Vậy chu vi ΔABD nhỏ hơn chu vi ΔCDE.

Bài 6. Ta lấy bất kì 9 trong 10 hộp thuốc đã cho và đánh số từ 1 đến 9, một hộp còn lại không đánh số. Lấy ra ở hộp đánh số 1, 2, 3, ..., 9 lần lượt 1 gói, 2 gói, 3 gói, ..., 9 gói. Như vậy ta lấy ra 45 gói và đem cân chúng.

- Nếu khối lượng cân được là 4500 g thì hộp không đánh số là hộp làm sai.
- Nếu khối lượng là (4500 – 10a) g thì hộp đánh số a là hộp làm sai (với a bằng 1, 2, 3).

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 HUYỆN VĨNH TƯỜNG, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 150 phút**

Câu 1. *(3 điểm)*

a) Rút gọn biểu thức $M = (a+b) - \sqrt{\dfrac{(a^2+1)(b^2+1)}{c^2+1}}$ với a, b, c > 0 và ab + bc + ca = 1.

b) Cho $am^3 = bn^3 = cp^3$ và $\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{p} = 1$. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{am^2 + bn^2 + cp^2}$.

Câu 2. *(2 điểm)*

a) Giải phương trình $x^2 + 3x + 1 = (x+3)\sqrt{x^2+1}$.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$.

Câu 3. *(1 điểm)*

a) Cho các số dương x, y thỏa mãn x + y = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{1}{x^2+y^2} + \dfrac{2}{xy} + 4xy$.

b) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc \le 1$. Chứng minh rằng $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{c} + \dfrac{c}{a} \ge a + b + c$.

Câu 4. *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c. Gọi (I) là đường tròn nội tiếp tam giác. Đường vuông góc với CI tại I cắt các cạnh AC, BC theo thứ tự ở M, N. Chứng minh rằng

a) $AM.BN = IM^2 = IN^2$;

b) $\dfrac{IA^2}{bc} + \dfrac{IB^2}{ca} + \dfrac{IC^2}{ab} = 1$.

Câu 5. *(1 điểm)*

a) Mỗi điểm của mặt phẳng được tô bởi một trong ba màu Đỏ, Xanh, Vàng. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm A, B được tô bởi cùng một màu mà AB = 2016.

b) Trong một trường học có 1000 sinh viên, được đánh số từ 1 đến 1000. Một nhóm gồm 500 sinh viên được gọi là "Nhóm hay" nếu có một sinh viên trong nhóm có số chia hết cho số của một sinh viên khác trong nhóm đó và gọi là "Nhóm tồi" nếu điều đó không thỏa mãn. Ví dụ 500 sinh viên có số từ 1 đến 500 là một "Nhóm hay" bởi vì 13 là ước của 26 và cả hai sinh viên mang số 13 và 26 đều thuộc nhóm đó. Một "Sinh viên hay" là sinh viên không thuộc bất kì "Nhóm tồi" nào. Tìm sinh viên có số lớn nhất trong các "Sinh viên hay".



Giải toán qua thư



Bài 1(155). Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:
(i) $ab + b - a! = 1$;
(ii) $cb + c - b! = 1$;
(iii) $a^2 - 2b^2 + 2a - 4b = 2$.

Lời giải. Từ (iii) suy ra a là số chẵn.
Vì a là số chẵn nên từ (i) suy ra b là số lẻ. (1)
Vì b là số lẻ nên b + 1 là số chẵn, suy ra c(b +1) là số chẵn hay cb + c là số chẵn.
Do đó từ (ii) suy ra b! là số lẻ. (2)
Từ (1) và (2) suy ra b = 1.

- Với b = 1 thay vào (ii) suy ra c = 1.
- Với b = 1 thay vào (iii) suy ra a = 2.

Vậy (a; b; c) = (2; 1; 1).

Nhận xét. Bài toán này nhìn qua tưởng khó nhưng thực chất lời giải rất đơn giản. Có khá nhiều em tham gia giải bài nhưng nhiều lời giải dài dòng, phức tạp.

Xin kể tên một số bạn có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Mai Linh*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Xuân Hưng*, 6C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Nguyễn Trung Hiếu, Nguyễn Thị Ngọc Trâm, Đặng Đình Huy, Nguyễn Thị Việt Trà*, 6B; *Bùi Hồng Quân, Nguyễn Cẩm Vi, Phạm Trần Duy Khánh*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Quốc Trung, Ngô Đặng Công Vinh*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Quốc Thứ, Nguyễn Đức Tân, Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

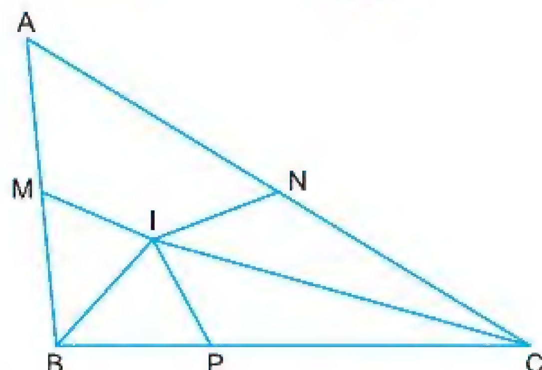
PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(155). Cho tam giác ABC có AB + AC = 2BC. Gọi I là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng $\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = 180^o$.

Lời giải. Vì M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC và AB + AC = 2BC nên 2MB + 2NC = 2BC, từ đó MB + NC = BC.
Do đó tồn tại điểm P thuộc đoạn thẳng BC sao cho BP = BM và CP = CN.
Ta có $\Delta BMI = \Delta BPI$ (c.g.c) và $\Delta CNI = \Delta CPI$ (c.g.c). Do đó

$$\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = (180^o - \widehat{BMI}) + (180^o - \widehat{CNI})$$

$$= 360^o - (\widehat{BPI} + \widehat{CPI}) = 360^o - 180^o = 180^o.$$



Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài giải về tòa soạn. Các bạn sau có lời giải tốt: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Quốc Trung, Cao Sơn Tùng*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Phạm Thùy Linh, Triệu Hồng Ngọc, Ngô Bình Minh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Trần Quang Vinh, Nguyễn Đức Mạnh*, 7A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lê Văn Mạnh*, 6B; *Nguyễn Xuân Hà*, 7A; *Nguyễn Thu Huyền, Trần Duy Minh, Nguyễn Trình Tuấn Đạt, Nguyễn Thị Linh Đan*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Đường Minh Quân, Nguyễn Trọng Trung Phong, Đường Hải Sáng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Lê Thị Hằng Nhi, Thái Thị Thu Sang, Nguyễn An Na*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(155). Giả sử n là số nguyên dương sao cho tồn tại các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $ab + a^2c + b^2c + abc^2 = 101^n$. Chứng minh rằng n là số chẵn.

Lời giải. Ta có $ab + a^2c + b^2c + abc^2 = 101^n$
$\Leftrightarrow (a + bc)(b + ca) = 101^n$

Vì 101 là số nguyên tố nên $\begin{cases} a + bc = 101^k \\ b + ca = 101^m \end{cases}$ $(k, m \in \mathbb{N})$.

Vì vai trò của a, b như nhau nên không mất tính tổng quát, có thể giả sử $a \geq b$.
Khi đó $(b + ca) - (a + bc) = (a - b)(c - 1) \geq 0$
$\Rightarrow 101^m \geq 101^k \Rightarrow m \geq k$.

Ta lại có

$$\begin{cases} a+bc+b+ca=101^k+101^m \\ b+ca-a-bc=101^m-101^k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(c+1)=101^k(101^{m-k}+1)\ (1) \\ (a-b)(c-1)=101^k(101^{m-k}-1)\ (2) \end{cases}$$

● Nếu c + 1 ⋮ 101 thì (c – 1, 101) = 1 nên từ (2) suy ra a – b ⋮ 101^k.

Mà $0 \le a - b < a + bc = 101^k \Rightarrow a = b$.

Do đó $101^n = (a + ac)^2$, suy ra n là số chẵn.

● Nếu (c + 1, 101) = 1, từ (1) suy ra a + b ⋮ 101^k.

Mà $a + b \le a + bc = 101^k \Rightarrow c = 1$.

Do đó $101^n = (a + b)^2$, suy ra n là số chẵn.

Vậy trong mọi trường hợp, ta có n là số tự nhiên chẵn. Bài toán được chứng minh.

Nhận xét. Đây là đề toán khó nên không có nhiều bạn giải đúng. Các bạn hãy suy nghĩ xem trong đầu bài, có thể thay số 101 bằng một số nguyên tố bất kì hay không nhé.

Các bạn có bài giải tốt: *Nguyễn Quốc Trung*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô quyền, **Hải Phòng**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh tường, **Vĩnh Phúc**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(155). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2+ab^2}{b^2+a+b}+\frac{b^2+bc^2}{c^2+b+c}+\frac{c^2+ca^2}{a^2+c+a}\ge 2.$$

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$\left(a-\frac{a^2+ab^2}{b^2+a+b}\right)+\left(b-\frac{b^2+bc^2}{c^2+b+c}\right)+\left(c-\frac{c^2+ca^2}{a^2+c+a}\right)\le 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab}{b^2+a+b}+\frac{bc}{c^2+b+c}+\frac{ca}{a^2+c+a}\le 1.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$b^2+a+b\ge 3\sqrt[3]{ab^3}=3b\sqrt[3]{a}.$$

Do đó

$$\frac{ab}{b^2+a+b}\le\frac{1}{3}\cdot\frac{ab}{b\sqrt[3]{a}}=\frac{\sqrt[3]{a^2}}{3}\le\frac{1}{9}(a+a+1)=\frac{2a+1}{9}.$$

Tương tự, ta có

$$\frac{bc}{c^2+b+c}\le\frac{2b+1}{9},\ \frac{ca}{a^2+c+a}\le\frac{2c+1}{9}.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được

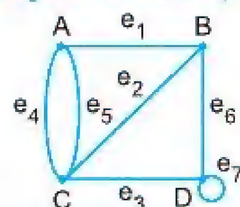
$$\frac{ab}{b^2+a+b}+\frac{bc}{c^2+b+c}+\frac{ca}{a^2+c+a}\le\frac{2(a+b+c)+3}{9}=1.$$

Suy ra đpcm. Đẳng thức xảy ra khi a = b = c = 1.

Nhận xét. Có rất nhiều bạn tham gia giải bài. Một số bạn biến đổi dài dòng mới đi đến điều phải chứng minh. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Đinh Thị Thanh Huyền*, 9E1, *Nguyễn Thị Hương Nữ*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Trần Đức Duy, Phạm Thu Bắc*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thanh Trúc*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Trần Hữu Đức Mạnh, Nguyễn Quang Nam*, 9A, *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Huỳnh*, 6B, *Bùi Thị Minh Thư*, 7A, *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Thuỳ Trang, Hoàng Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS *Nguyễn Thượng Hiền*, Ứng Hoà, **Hà Nội**; *Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 8A3, *Nguyễn Thảo Chi, Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Phí Anh Châu*, 9A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(155). Một đa đồ thị G(V, E) bao gồm một tập hợp V các đỉnh và một tập hợp E các cạnh, trong đó E có thể bao gồm các cạnh kép và khuyên. Xem ví dụ (e_4, e_5 là cạnh kép, e_7 là khuyên).



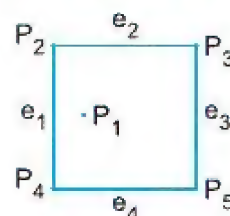
Hãy vẽ biểu đồ cho mỗi đa đồ thị G(V, E), trong đó V = {P_1, P_2, P_3, P_4, P_5} và

a) E = {{P_2, P_4}, {P_2, P_3}, {P_3, P_5}, {P_5, P_4}};

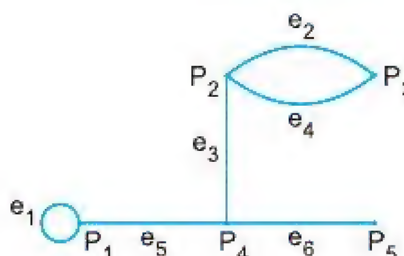
b) E = {{P_1, P_1}, {P_2, P_3}, {P_2, P_4}, {P_3, P_2}, {P_4, P_1}, {P_5, P_4}}.

Lời giải.

a)



b)

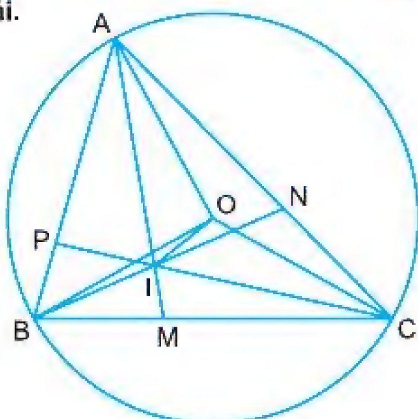


Nhận xét. Có một số bạn vẽ sai đa đồ thị, nhiều bạn mắc lỗi thừa cạnh. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8A, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang.**

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(155). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là điểm nằm trong tam giác ABC (I không nằm trên cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI thứ tự cắt BC, CA, AB tại M, N, P. Chứng minh rằng $\frac{1}{AM.BN}+\frac{1}{BN.CP}+\frac{1}{CP.AM}\le\frac{4}{3(R-OI)^2}$.

Lời giải.



Trước hết xin phát biểu không chứng minh hai bổ đề quen thuộc.

● *Bổ đề 1.* Với mọi số a, b, c ta có $(a+b+c)^2\ge 3(ab+bc+ca)$.

● *Bổ đề 2.* Nếu điểm I nằm trong tam giác ABC và AI, BI, CI theo thứ tự cắt BC, CA, AB tại M, N, P thì $\frac{IM}{AM}+\frac{IN}{AN}+\frac{IP}{AP}=1$.

Trở lại bài toán

Theo bất đẳng thức tam giác và các bổ đề 1, 2, ta có $R-OI=AO-OI\le AI$.

Tương tự $R-OI\le BI$, $R-OI\le CI$.

Từ đó $\frac{1}{AM.BN}+\frac{1}{BN.CP}+\frac{1}{CP.AM}$

$$\le\frac{1}{(R-OI)^2}\left(\frac{AI}{AM}\cdot\frac{BI}{BN}+\frac{BI}{BN}\cdot\frac{CI}{CP}+\frac{CI}{CP}\cdot\frac{AI}{AM}\right)$$

$$\le\frac{1}{3(R-OI)^2}\left(\frac{AI}{AM}+\frac{BI}{BN}+\frac{CI}{CP}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3(R-OI)^2}\left(1-\frac{IM}{AM}+1-\frac{IN}{BN}+1-\frac{IP}{CP}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3(R-OI)^2}\left(3-\frac{IM}{AM}-\frac{IN}{BN}-\frac{IP}{CP}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3(R-OI)^2}(3-1)^2=\frac{4}{3(R-OI)^2}.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Thu Bắc*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Hữu Đức Hạnh*, 9A, *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN MINH HÀ



ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY — Thi giải toán qua thư



Trần Hữu Đức Mạnh, 9A; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Trần Duy Khánh*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Quốc Trung*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Thu Bắc*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8A, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang.**



Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).



Kì này KHÔNG VẼ ĐƯỜNG TRÒN

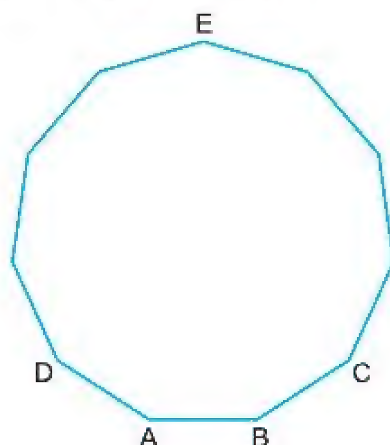
Bài toán. Cho tam giác ABC nhọn, trực tâm H, nội tiếp đường tròn (O). Không vẽ đường tròn đường kính AH, hãy dựng giao điểm K khác A của đường tròn này với đường tròn (O).

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

Kết quả CÓ CHIA HẾT KHÔNG? (TTT2 số 155)

Trong 11 số đã ghi ở đỉnh đa giác có 6 số chia cho 3 dư 1, ta thay chúng bởi số 1, còn 5 số chia cho 3 dư 2 ta thay chúng bởi số 2. Nếu tìm được một tam giác cân mà ba đỉnh đều là số 1, hoặc ba đỉnh đều là số 2 thì dễ thấy tổng ba số ghi ở các đỉnh đó là 3 hoặc 6 do đó tổng ba số ban đầu đã ghi ở các đỉnh đó chia hết cho 3 (điều cần chứng minh).
Khi ghi 6 số 1 và 5 số 2 vào 11 đỉnh của đa giác thì không thể xảy ra mỗi số 1 xen giữa các số 2, do đó tồn tại ít nhất hai đỉnh liên tiếp ghi số 1, giả sử là A, B. Xét bốn đỉnh liên tiếp D, A, B, C.
1) Nếu ba đỉnh A, B, C (hoặc ba đỉnh D, A, B) đều ghi số 1 thì tam giác ABC (hoặc DAB) cân do đa giác 11 cạnh là đa giác đều, đó là tam giác cần tìm.
2) Nếu hai đỉnh D, C đều ghi số 2 thì do đa giác có 11 đỉnh nên tồn tại tam giác ABE với đỉnh E thuộc đường trung trực của AB và cũng thuộc đường trung trực của DC.

- Giả sử đỉnh E ghi số 1 thì ABE là tam giác cân có ba đỉnh ghi số 1 nên là tam giác cần tìm.
- Giả sử đỉnh E ghi số 2 thì DCE là tam giác cân có ba đỉnh ghi số 2 nên là tam giác cần tìm. Vậy bạn Toán nói đúng.



Nhận xét. Chỉ có hai bạn giải đúng bài này được nhận phần thưởng là: *Võ Thị Bảo Anh*, *Hoàng Thị Thu Huệ*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An.**

ANH COMPA

Kết quả (TTT2 số 155)

THẾ CỜ (Kì 78)

1.♖a6+ ♔e7 2.♖a8 ♖xh7 3.♖a7+ và thắng

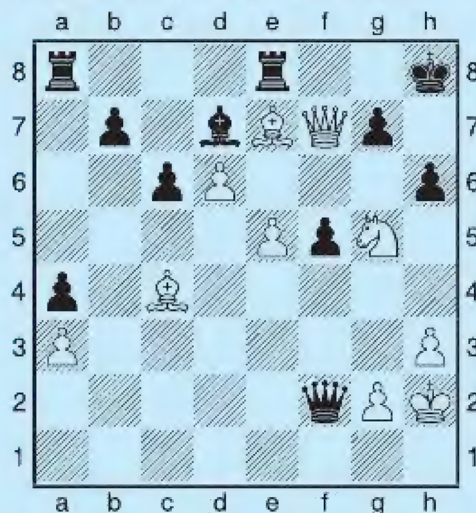


Các bạn sau được thưởng kì này: *Hoàng Phúc*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 80)

Trắng đi và chiếu hết sau 3 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*





MẤT TRỘM VÌ ngủ quên

NGUYỄN NGỌC SƠN
(9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội)

Hôm nay thám tử Sêlôccôc hơi mệt nên ông quyết định nghỉ ở nhà, không đến văn phòng. Ông cùng vợ ngồi ăn sáng và uống cà phê ngay trước hiên nhà. Hai vợ chồng đang trò chuyện vui vẻ thì chuông điện thoại reo vang. Vừa ra hiệu cho chồng đừng nghe, vợ thám tử vừa nhanh tay nhấc điện thoại lên. Bình thường bà không bao giờ nghe điện thoại của chồng, nhưng hôm nay, bà muốn ông được nghỉ ngơi dưỡng sức. Tuy nhiên, chỉ sau một vài giây, bà đành phải đưa điện thoại cho chồng:

- Ông Smith gọi, nhất định đòi gặp ông.

Thám tử Sêlôccôc nghe máy rồi bảo vợ:

- Tôi lại không được nghỉ rồi. Phải đến nhà Smith thôi. Ông ấy đang bệnh tật thế, mình không thể không giúp. Hi vọng sẽ sớm xong việc để về nghỉ.

Một lúc sau, thám tử đã có mặt tại nhà ông Smith, người bạn thân từ thuở thiếu thời, hiện đang phải chống chọi với bệnh dạ dày và bệnh khớp.

Ông Smith lo lắng kể với thám tử:

- Tối qua tôi đến ăn cơm ở nhà một người họ hàng. Về hơi muộn, lại uống chút rượu nên tôi mệt quá, lăn ra ngủ luôn. Sáng tỉnh dậy, chẳng thấy ví và đồng hồ đeo tay đâu cả. Tôi nhớ là khi về tới nhà, tôi bỏ ví ra khỏi túi áo, tháo đồng hồ rồi nằm luôn ra ghế đi-văng ở phòng khách.

- Ông ngủ cả đêm ở phòng khách luôn à?

- Ừ! Tôi ngủ một mạch, chẳng biết gì.

Sau một hồi trò chuyện với ông Smith, thám tử Sêlôccôc đã "khoanh vùng" được 3 đối tượng nghi vấn: Cô giúp việc Anne, đứa cháu Aeron và ông hàng xóm sát nhà David. Như mọi lần, thám tử lần lượt trò

chuyện với từng người. Đầu tiên là cô giúp việc.

- Tối qua lúc ông Smith về, cô có biết không?

- Không. Tôi chẳng biết ông chủ về lúc nào vì tôi ở lì trong phòng mình trên tầng hai. Tối qua ông ấy không ăn cơm nhà nên tôi nấu nướng đơn giản rồi lên phòng nghỉ ngơi từ sớm. Sáng nay, xuống đi chợ tôi mới thấy ông ấy nằm trên đi-văng.

Tiếp theo là đứa cháu đang ở nhờ nhà ông Smith.

- Cậu đã làm gì, ở đâu từ tối qua đến sáng nay?

- Tối qua nhân chú Smith đi vắng, cháu tranh thủ đi chơi với đám bạn. Cháu về khá muộn nên ngủ li bì. Sáng nay cháu dậy cũng muộn. Cháu vừa dậy thì bác đến đấy ạ.

Cuối cùng là ông David hàng xóm.

- Từ tối qua đến giờ ông có sang nhà ông Smith không?

- Không! Tôi mới mượn được quyển sách hay quá nên cứ say sưa đọc, chẳng quan tâm đến việc gì nữa.

- Vậy ư? Sách gì mà hấp dẫn thế?

- Sách về một số loài thú sống dưới nước.

- Ồ, thế thì thú vị thật! Tôi cũng biết một số loài, rành rành là thú - đẻ con và nuôi con bằng sữa - nhưng lại sống dưới nước như cá.

- Tối qua tôi vừa đọc về một trong số những loài thú đặc biệt đó đấy - thú mỏ vịt, thám tử ạ.

Sau khi hỏi chuyện cả ba người, thám tử Sêlôccôc nói riêng với ông Smith:

- Tôi tìm được người khả nghi nhất rồi. Tất nhiên, chưa đủ cơ sở để kết luận người đó có đúng là kẻ đã lấy trộm không. Tôi và ông sẽ cùng điều tra thêm nhé.

Ông Smith không thể đoán được thám tử Sêlôccôc đã nghi ai? Các thám tử Tuổi Hồng có thể giúp được không?

Kết quả ĐÔI HOA TAI BIẾN MẤT (TTT2 số 155)

Tất cả các bạn đều đoán được ngay: Thám tử Sêlôccôc nghi ngờ anh John. Lí do là anh này nói rằng tác giả của Harry Potter là nhà văn nổi tiếng người Mỹ, chuyên viết truyện trinh thám và "ông ta" tên là J.K. Rowling. Sự thực thì J.K. Rowling đúng là tác giả của Harry Potter nhưng nhà văn nổi tiếng này là nữ (chứ không phải "ông ta") và bà là người Anh (chứ không phải người Mỹ).



Phần thưởng sẽ được trao cho: *Nguyễn Trường Giang*, 7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đinh Văn Thái Sơn*, 6I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hoàng Trung Nguyên*, 7A, THCS Đông Lâm, Tiền Hải, **Thái Bình**; *Nguyễn Quốc Trung*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Thái Minh Dũng*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; Nhóm bạn *Thái Thị Thanh Phương, Thái Thị Thu Thủy, Phạm Hồng Nam*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc





Bài 66: Ôn tập

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

1. 某人+动词+宾语+不+动词？	例句：你吃月饼不吃？
	你去商店不去？
	妈妈喝茶不喝？
2. 某人+不+动词+宾语+吗？	你不吃月饼吗？
	他不看电影吗？
	姐姐不打乒乓球吗？
3. 主语+除了+动词词组1，还+动词词组2	我们除了吃月饼，还吃水果。
	端午节除了吃 子，还看龙舟。
	弟弟除了学习汉语，还学习法语。
4. 某人+动词+过+宾语+吗？	你爸爸去过故宫吗？
	你学习过书法吗？
	妈妈看过中国电影吗？
5. 某人+动词+过+宾语	他去过北京。
	我学习过书法。
	妈妈看过中国电影。
6. 某人+没（有）+动词+过+宾语	他没去过长城。
	我没看过中国电影。
	他没去过 港。
7. A比B+形容词+得多	顺化比河内热得多。
	哥哥比弟弟高得多。
	火车站比飞机场近得多。
8. 主语+形容词+得+不得了	夏天热得不得了。
	飞机场远得不得了。
	他们的表演好得不得了。



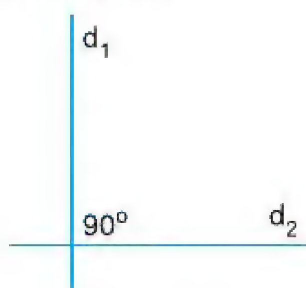
GEOMETRY
HÌNH HỌC

(Tiếp theo kì trước)

VŨ ĐÔ QUAN

3. Perpendicular lines

An angle that has a measure of 90^o is a right angle. If two lines intersect at right angles, the lines are perpendicular.



d_1 and d_2 are perpendicular, denoted by $d_1 \perp d_2$.

A right angle symbol in an angle of intersection indicates that the lines are perpendicular.

4. Parallel lines

If two lines that are in the same plane do not intersect, the two lines are parallel.

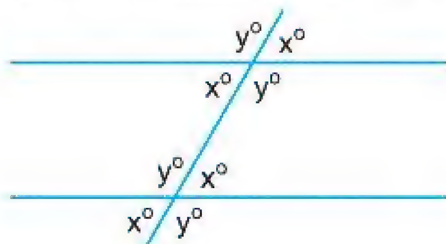
In the figure

d_1

d_2

lines d_1 and d_2 are parallel, denoted $d_1 // d_2$.

If two parallel lines are intersected by a third line, as shown below, then the angle measure are related as indicated, where $x^o + y^o = 180^o$.



5. Maths Terms

perpendicular lines	hai đường thẳng vuông góc
angle	góc
measure	số đo
right angle	góc vuông
intersect	cắt nhau
denoted by	được kí hiệu là
symbol	kí hiệu, biểu tượng
parallel	song song
same plane	cùng một mặt phẳng, đồng phẳng
figure	hình, chữ số
third line	đường thứ ba

6. Bạn hãy dựa vào từ khóa cho trong phần 5 để dịch phần 3, 4 gửi về tòa soạn dự thi. Bài dịch tốt và gửi sớm (tính theo dấu bưu điện) sẽ có thưởng.





CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

Ngoài các câu lạc bộ đã được nêu tên, các trường sau đã đăng kí Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ với Tạp chí: *TH Tây Yên 2*, *TH Tây Yên A1*, xã Tây Yên; *TH Đông Yên 2*, *TH Đông Yên 1*, xã Đông Yên; *TH Đông Thái 2*, xã Đông Thái; *TH Nam Yên 2*, xã Nam Yên; *TH Thị trấn Thứ Ba 1*, *TH Thị trấn Thứ Ba 2*, Thị trấn Thứ Ba; *TH Đông Thái 3*, xã Đông Thái; *TH Nam Thái 1*, *TH Nam Thái 2*, xã Nam Thái; *TH Hưng Yên 1*, xã Hưng Yên, huyện An Biên; *TH Đông Hồ*, phường Đông Hồ, TX. Hà Tiên, **Kiên Giang**; *THCS Nguyễn Khuyến*, phường Khuê Trung, quận Cẩm Lệ, **TP. Đà Nẵng**; *THCS Nguyễn Hiền*, xã Nam Hồng; *TH Nam Đào*, huyện Nam Trực, Nam Định; *TH Tam Quang*, xã Tam Quang; *TH Minh Lãng*, xã Minh Lãng, huyện Vũ Thư; *TH Lê Hồng Phong*, TP. Thái Bình, **Thái Bình**; *TH Thị Trấn Vĩnh Tường*, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *TH Đoàn Thị Điểm*, quận Nam Từ Liêm; *TH Ban Mai*, quận Hà Đông, **Hà Nội**; *trường TH-THCS-THPT Đoàn Thị Điểm*, TP. Hạ Long, **Quảng Ninh**; *TH Đoàn Thị Điểm Ecopark*, huyện Văn Giang, **Hưng Yên.**



*Từ số báo này các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ các trường hãy tham gia giải bài trong chuyên mục **CLB Toán Tuổi thơ** (Tạp chí khuyến khích lời giải trình bày bằng tiếng Anh). Các bạn không là thành viên các CLB TTT vẫn tham gia giải bình thường như chuyên mục Góc Olympic trước đây. Nhiều phần thưởng đang đón chờ các bạn đấy!*

CLB1. At which integer value of x, the expression $M = \frac{2015 - x}{1963 - x}$ attains its maximum value? Find that maximum value.

CLB2. Let a and b be positive integers such that $a^2 + b^2$ is divisible by the product ab. Find the value of the expression $P = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.



CLB3. Given the real numbers a, b, and c such that $abc(a + b + c) = 1$. Find the value of the expression $Q = \frac{c^2(a+b)^2(1+a^2b^2)}{(1+b^2c^2)(1+c^2a^2)}$.

CLB4. Find all whole numbers n, given that the sum of all digits of n equals $n^2 - 2015n + 8$.

CLB5. Given an equilateral triangle ABC having an area of S. Let D and E be the points on BC such that $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = 20^o$. Let M be the midpoint of AD, and N be a point on AB such that AN = AM. Find the sum of areas of the triangles ABD and ADN in terms of S.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI LĂM

Người thách đấu: *Nguyễn Minh Hà*, GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho hai điểm A, B thuộc đường tròn (O). Hai đường tròn (I), (K) tiếp xúc ngoài với nhau tại C, cùng tiếp xúc với AB và cùng tiếp xúc trong với đường tròn (O) (I, K cùng nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Tìm quỹ tích điểm C khi hai đường tròn (I), (K) thay đổi.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.4.2016 theo dấu bưu điện.



Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI BA (TTT2 số 155)

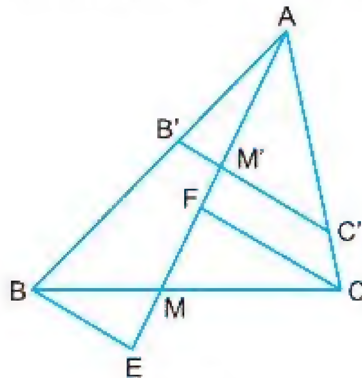
Bài toán này không khó nhưng chỉ có một bạn tham gia giải với lời giải quá dài. Do đó không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này. Sau đây là lời giải chuẩn của bài toán.

Ta cần có một bổ đề.

● *Bổ đề.* Cho tam giác ABC và điểm M thuộc đoạn BC. Một đường thẳng bất kì theo thứ tự cắt các đoạn AB, AC, AM tại B', C', M' (khác A). Khi đó $\frac{AM}{AM'}=\frac{MC}{BC}\cdot\frac{AB}{AB'}+\frac{MB}{CB}\cdot\frac{AC}{AC'}$.

Chứng minh. Dựng các điểm E, F thuộc AM sao cho BE // CF // B'C' *(hình 1)*.

Không mất tính tổng quát, giả sử AE ≥ AF.



Hình 1

Vì BE // CF // B'C' nên

$$\frac{AB}{AB'}=\frac{AE}{AM'};\ \frac{AC}{AC'}=\frac{AF}{AM'};\ \frac{ME}{MB}=\frac{MF}{MC}.$$

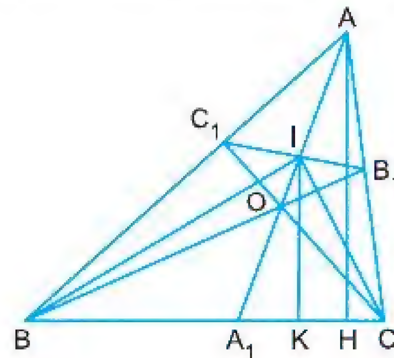
Do đó

$$\frac{MC}{BC}\cdot\frac{AB}{AB'}+\frac{MB}{CB}\cdot\frac{AC}{AC'}=\frac{MC}{BC}\cdot\frac{AE}{AM'}+\frac{MB}{CB}\cdot\frac{AF}{AM'}$$

$$=\frac{MC(AM+ME)+MB(AM-MF)}{BC.AM'}=\frac{(MC+MB)AM}{BC.AM'}=\frac{AM}{AM'}.$$

Trở lại giải bài toán thách đấu.

Đặt BC = a; CA = b; AB = c. Gọi A_1 là giao điểm của AO và BC *(hình 2)*. Vẽ AH ⊥ BC và IK ⊥ BC.



Hình 2

Theo bổ đề trên và tính chất đường phân giác, ta có

$$\frac{AA_1}{AI}=\frac{A_1B}{CB}\cdot\frac{AC}{AB_1}+\frac{A_1C}{BC}\cdot\frac{AB}{AC_1}$$

$$=\frac{c}{b+c}\cdot\frac{a+c}{c}+\frac{b}{b+c}\cdot\frac{a+b}{b}=\frac{2a+b+c}{b+c}.\ (1)$$

Vì IK // AH; $S_{IBC}=S_{ICA}+S_{IAB}$ nên

$$\frac{AI}{AA_1}=\frac{IK}{AH}=\frac{IK.BC}{AH.BC}=\frac{\frac{1}{2}S_{IBC}}{\frac{1}{2}S_{ABC}}=\frac{(S_{IBC}+S_{ICA}+S_{IAB})}{2S_{ABC}}=\frac{1}{2}.$$

Do đó $\frac{AA_1}{AI}=2.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{2a+b+c}{b+c}=2.$

Vậy $a=\frac{1}{3}(a+b+c).$

NGUYỄN MINH HÀ

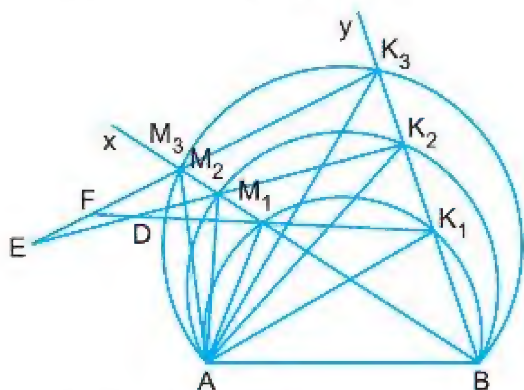


ĐỊNH LÍ THALÈS CHO ĐƯỜNG TRÒN

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Trong chuyên mục *Nhìn ra thế giới*, Toán Tuổi thơ số 96 tháng 02 năm 2011 có giới thiệu một bài toán của "Cuộc thi đồng đội toán Baltic Way" như sau:

Bài toán. Cho 3 cung tròn (C_1), (C_2), (C_3) có 2 điểm chung A và B. Cả 3 cung này ở cùng một phía đối với AB, trong đó (C_2) nằm giữa (C_1) và (C_3). Tia Bx cắt (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt tại M_1, M_2, M_3. Tia By cắt (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt tại K_1, K_2, K_3. Chứng minh rằng $\frac{M_1M_2}{M_2M_3} = \frac{K_1K_2}{K_2K_3}$.



(Lời giải đăng trên TTT số 98. Hướng dẫn: Xét các tam giác đồng dạng AM_iM_j và AK_iK_j, $i, j \in \{1; 2; 3\}$)

Kết quả của bài toán trên ta gọi là định lí Thalès trong đường tròn. Bài viết này sẽ mở rộng, bổ sung thêm một số tính chất khác của định lí Thalès trong đường tròn.

1. Vẽ tiếp các cung tròn (C_4), (C_5), ..., (C_n) có 2 điểm chung A và B và gọi các giao điểm của các tia Bx và By với các cung tròn trên tương ứng là M_4, M_5, ..., M_n và K_4, K_5, ..., K_n. Ta sẽ chứng minh $\widehat{M_iAM_j}$ không đổi với $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$ và $i \neq j$ khi tia Bx thay đổi. (1)

Gọi (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt là cung chứa góc α, β, γ có 2 điểm chung A và B.

Ta có $\widehat{M_1AM_2} = \widehat{AM_1B} - \widehat{AM_2B} = \alpha - \beta$ không đổi.

Tương tự $\widehat{M_2AM_3} = \beta - \gamma$ không đổi, $\widehat{M_1AM_3} = \alpha - \gamma$ không đổi, ...

2. Vì $\widehat{AK_1M_1} = \widehat{ABM_2} = \widehat{AK_2M_2}$ và $\widehat{M_1AK_1} = \widehat{xBy} = \widehat{M_2AK_2}$ nên $\Delta AM_1K_1 \backsim \Delta AM_2K_2$.

Tương tự ta có $\Delta AM_iK_i \backsim \Delta AM_jK_j$ với $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$ và $i \neq j$.

3. Xét tia Bx nằm giữa hai tia By và BA.

Ta có $\widehat{AM_1K_1} = \widehat{AM_2K_2}$ (vì $\Delta AM_1K_1 \backsim \Delta AM_2K_2$), mà $\widehat{AM_1B} > \widehat{AM_2B}$ nên $\widehat{BM_1K_1} < \widehat{BM_2K_2}$.

Tương tự ta có

$\widehat{BM_1K_1} < \widehat{BM_2K_2} < \widehat{BM_3K_3} < ... < \widehat{BM_nK_n}$

Suy ra M_1K_1, M_2K_2, M_3K_3, ..., M_nK_n đôi một cắt nhau.

Gọi D, E, F thứ tự là giao điểm của M_1K_1 với M_2K_2, M_2K_2 với M_3K_3, M_1K_1 với M_3K_3.

Từ $\Delta AM_1K_1 \backsim \Delta AM_2K_2 \backsim \Delta AM_3K_3$

$\Rightarrow \widehat{AK_1D} = \widehat{AK_2E} = \widehat{AK_3F}$; $\widehat{AM_1D} = \widehat{AM_2E} = \widehat{AM_3F}$.

Suy ra các tứ giác sau nội tiếp AK_1K_2D, AK_2K_3E, AK_1K_3F, AM_1M_2D, AM_2M_3E, AM_1M_3F.

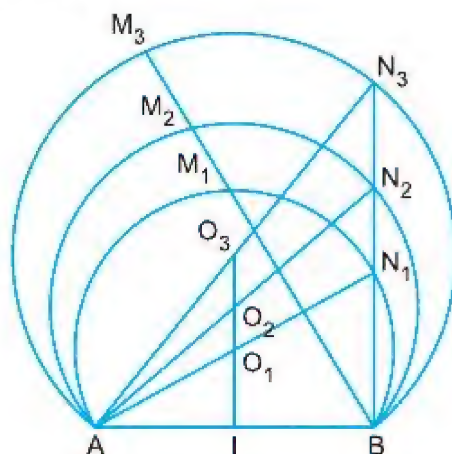
Do đó

$\widehat{M_1DM_2} = \widehat{M_1AM_2} = \alpha - \beta$, $\widehat{M_2EM_3} = \widehat{M_2AM_3} = \beta - \gamma$,

$\widehat{M_1FM_3} = \widehat{M_1AM_3} = \alpha - \gamma$.

Tức là các đường thẳng M_1K_1, M_2K_2, M_3K_3 đôi một cắt nhau tạo thành góc không đổi khi các tia Bx, By thay đổi.

4.



Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của các cung (C_1), (C_2), (C_3) và vẽ các đường kính AO_1N_1, AO_2N_2, AO_3N_3. Gọi I là trung điểm của AB, ta có IO_1, O_1O_2, O_2O_3 là các đường trung bình của các tam giác ABN_1, AN_1N_2, AN_2N_3.
Mà I, O_1, O_2, O_3 thẳng hàng nên B, N_1, N_2, N_3 thẳng hàng. Vì O_1O_3 // N_1N_3 nên $N_2N_1 = kN_2N_3$ $\Leftrightarrow O_2O_1 = kO_2O_3$. (2)

Từ (1) suy ra $\Delta AM_1M_2 \backsim \Delta AN_1N_2 \Rightarrow \dfrac{M_1M_2}{N_1N_2} = \dfrac{AM_2}{AN_2}$

và $\Delta AM_2M_3 \backsim \Delta AN_2N_3 \Rightarrow \dfrac{M_2M_3}{N_2N_3} = \dfrac{AM_2}{AN_2}$

Do đó $\dfrac{M_1M_2}{N_1N_2} = \dfrac{M_2M_3}{N_2N_3} \Leftrightarrow \dfrac{M_1M_2}{M_2M_3} = \dfrac{N_1N_2}{N_2N_3}$.

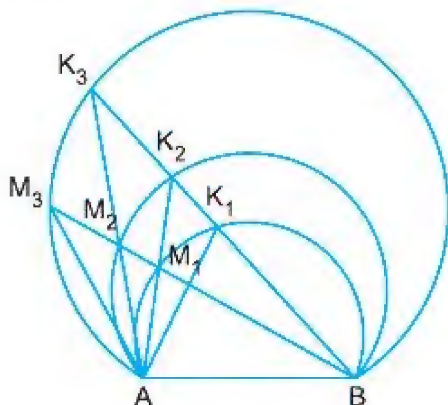
Kết hợp với (2) suy ra $\dfrac{M_iM_j}{M_iM_t} = \dfrac{N_iN_j}{N_iN_t} = \dfrac{O_iO_j}{O_iO_t}$

(không đổi) với i, j, t $\in$ {1, 2, ..., n}.
Nói riêng M_2 là trung điểm của M_1M_3 khi và chỉ khi O_2 là trung điểm của O_1O_3.

5. Từ các kết quả trên suy ra $\dfrac{M_iM_j}{M_iM_t} = \dfrac{N_iN_j}{N_iN_t} = \dfrac{K_iK_j}{K_iK_t}$

hay tỉ số $\dfrac{M_iM_j}{K_iK_j} = \dfrac{M_iM_t}{K_iK_t}$ không đổi với các chỉ số khác nhau i, j, t $\in$ {1; 2; 3; ...; n}).

6.



Ta có A, M_1, K_2 thẳng hàng

$\Leftrightarrow \widehat{AM_1B} = \widehat{AK_2B} + \widehat{xBy} \Leftrightarrow \widehat{xBy} = \alpha - \beta$.

Tương tự A, M_2, K_3 thẳng hàng $\Leftrightarrow \widehat{xBy} = \beta - \gamma$.
Vậy A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng $\Leftrightarrow \widehat{xBy} = \alpha - \beta = \beta - \gamma$.

7. Đảo lại nếu có $\alpha - \beta = \beta - \gamma$ thì A, M_1, K_2 thẳng hàng $\Leftrightarrow$ A, M_2, K_3 thẳng hàng.

Thật vậy A, M_1, K_2 thẳng hàng
$\Leftrightarrow \widehat{xBy} = \alpha - \beta \Leftrightarrow \widehat{xBy} = \beta - \gamma$
$\Leftrightarrow$ A, M_2, K_3 thẳng hàng.

8. Giả sử $\alpha - \beta = \beta - \gamma$. Trên ($C_2$) và ($C_3$) lần lượt lấy K_2 và M_3 sao cho $AM_3 = AK_2 = AB$. Tia BM_3 cắt (C_1), (C_2) lần lượt tại M_1, M_2. Tia BK_2 cắt (C_3) tại K_3. Thế thì A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng.

Chứng minh. Từ $AM_3 = AK_2 = AB$, suy ra

$\widehat{ABK_2} = \widehat{AK_2B}$; $\widehat{ABM_3} = \widehat{AM_3B} = \widehat{AK_3B}$

$\Rightarrow \widehat{AK_2B} = \widehat{ABK_2} = \widehat{ABM_3} + \widehat{M_3BK_3} = \widehat{AK_3B} + \widehat{M_3BK_3}$

$\Rightarrow \widehat{M_3BK_3} = \beta - \gamma = \alpha - \beta$.

Vậy A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng.

9. Nếu A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng thì $\widehat{M_1AK_1} = \widehat{M_1AM_2} = \widehat{M_2AM_3} = \widehat{xBy}$.

Bài toán trên còn có những tính chất thú vị và ứng dụng nào khác? Các bạn hãy tiếp tục khai thác nhé.

Bài tập áp dụng

Bài 1. Vẽ ba cung tròn (C_1), (C_2), (C_3) thứ tự là các cung chứa góc 90^o ,70^o, 50^o cùng dựng trên đoạn thẳng AB và nằm cùng một phía đối với AB. Lấy D $\in$ (C_2) sao cho AD = AB. Gọi E là giao điểm của AD và đường tròn (C_1), F là giao điểm của BE và đường tròn (C_3). Tính $\widehat{BFD}$.

Bài 2. Vẽ ba cung tròn (C_1), (C_2), (C_3) thứ tự có tâm là O_1, O_2, O_3 sao cho $O_1O_2 = O_2O_3$ cùng dựng trên đoạn thẳng AB và nằm cùng một phía đối với AB, lấy M $\in$ (C_2). Tia AM cắt (C_1), (C_3) thứ tự tại C và D. Tia BM cắt (C_1), (C_3) thứ tự tại E và F. Chứng minh rằng CF // DE.





IMSO 2015
MATHEMATICS ESSAY PROBLEMS SOLUTION

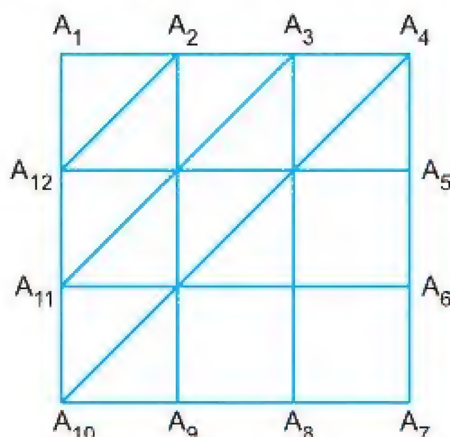
(Tiếp theo kì trước)

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

10. Suppose those three fractions are $\frac{3}{5}, \frac{2}{9}, \frac{4}{15}$ their sum is $\frac{27}{45}+\frac{10}{45}+\frac{12}{45}=\frac{49}{45}$.

Since the real sum of these three fractions is $\frac{28}{45}$, which is $\frac{28}{45} \div \frac{49}{45} = \frac{4}{7}$ times of our supposed three fractions. Hence these three fractions are $\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{35}, \frac{2}{9}\times\frac{4}{7}=\frac{8}{63}, \frac{4}{15}\times\frac{4}{7}=\frac{16}{105}$. So the sum of their denominator is 35 + 63 + 105 = 203.

11.



A_4A_{10} and A_2, A_3, A_5, A_6, A_8, A_9, A_{11} or A_{12} can form a triangle that has one interior angle equal to 45^o.

A_4A_{10} and A_1 or A_7 can form a triangle that has two interior angle equal to 45^o.

A_3A_{11} and A_2, A_6, A_8, A_{12} can form a triangle that has one interior angle equal to 45^o.

A_3A_{11} and A_1 can form a triangle that has two interior angle equal to 45^o.

A_5A_9 and A_2, A_6, A_8, A_{12} can form a triangle that has one interior angle equal to 45^o.

$A_5A_9 + A_7$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45^o.

$A_2A_{12} + A_5$, A_9 can form a triangle that has one interior angle equal to 45^o.

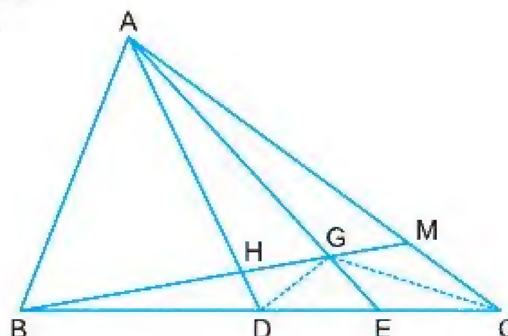
$A_2A_{12} + A_1$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45^o.

$A_6A_8 + A_3$, A_{11} can form a triangle that has one interior angle equal to 45^o.

$A_6A_8 + A_7$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45^o.

There are 8 + 2 + 4 + 1 + 4 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 26 triangles that can be found from this direction. We also can find 26 triangles from another diagonal direction, therefore there are 26 + 26 = 52 triangles, and there are the last 8 triangles $A_2A_5A_8$, $A_3A_6A_8$, $A_5A_8A_{11}$, $A_6A_9A_{12}$, $A_8A_{11}A_2$, $A_9A_{12}A_3$, $A_{11}A_2A_5$, $A_{12}A_3A_6$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45^o. There are 52 + 8 = 60 triangles in total that have at least one interior angle equal to 45^o.

12.



Let $S_{GMC} = x$, then $S_{AGM} = 3x$, $S_{GMC} = 4x$.

Since $\frac{S_{ABG}}{S_{AGC}} = \frac{BE}{EC} = \frac{2+1}{1} = 3$, $S_{ABG} = 12x$.

$\frac{S_{ABG}}{S_{BGC}} = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow S_{BGC} = 4x \Rightarrow S_{GEC} = x$.

$S_{GEC} : S_{GDE} : S_{GDB} = 1 : 1 : 2$, $S_{BDG} = 2x$.

Hence

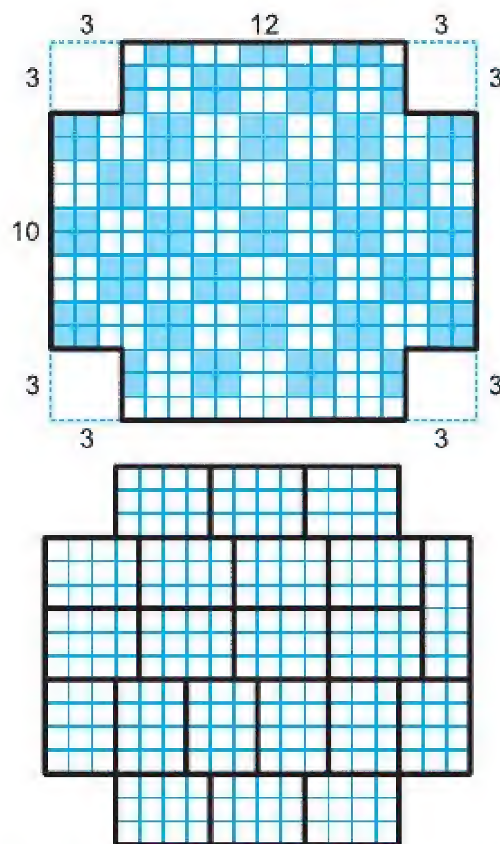
$\frac{S_{ABG}}{S_{BDG}} = \frac{AH}{HD} = \frac{12x}{2x} = 6$, $\frac{S_{ADG}}{S_{AGC}} = 1 \Rightarrow S_{ADG} = 4x$.

We have $S_{AHG} = 4x \times \frac{6}{1+6} = \frac{24}{7}x$, so

$S_{ABH} = S_{AGB} - S_{AHG} = 12x - \frac{24}{7}x = \frac{60}{7}x$.

Thus BH : HG : GM = 60x : 24x : 21x = 20 : 8 : 7.

13. Color the squares of the unit squares red and white as shown in the figure. Each 3 cm by 4 cm rectangle will cover 6 squares of each color. However, there are 128 red squares and 124 white squares. Note that $\frac{124}{6} = 20.67$. Hence, at most 20 rectangles can be cut off from the remaining part of the paper. The figure at the bottom below is an example of 20 rectangles that have been cut off.



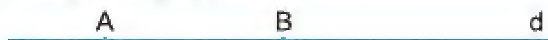


Kết quả ĐƯỜNG THẲNG (TTT2 số 155)

1. Đường thẳng

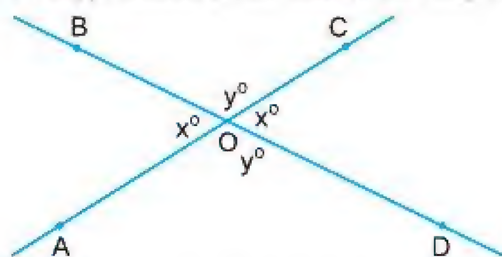
Trong hình học, từ đường dùng để chỉ một đường thẳng kéo dài không kết thúc ở cả hai hướng. Đường thẳng có thể được gọi là đường thẳng AB hay đường thẳng d.

Phần của đường thẳng từ điểm A đến điểm B được gọi là đoạn thẳng. A và B là hai đầu mút của đoạn thẳng. Kí hiệu $\overline{AB}$ được dùng để biểu thị đoạn thẳng AB và AB được sử dụng để biểu thị độ dài của đoạn thẳng này.



2. Các đường thẳng cắt nhau

Nếu hai đường thẳng cắt nhau, các góc đối diện với nhau gọi là các góc đối đỉnh và có cùng số đo.



$\widehat{AOB}$ và $\widehat{COD}$ là hai góc đối đỉnh, $\widehat{BOC}$ và $\widehat{AOD}$ là hai góc đối đỉnh. Ngoài ra, $x^o + y^o = 180^o$.



Nhận xét. Có rất nhiều bạn đã gửi bài đến tòa soạn, hầu như các bạn đều dịch đúng. Xin được trao phần thưởng cho các bạn có bài dịch sát với nội dung hơn và trình bày đẹp hơn là: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Thân Hoài Thương*, 7/7, THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, **Quảng Nam**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, 6A3, TH Thực hành Sài Gòn phường 4 quận 5, **TP. Hồ Chí Minh.**

Các bạn sau được khen: Hoàng Bảo, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Nghĩa Đô, Cầu Giấy; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Kiều Bảo My*, 9A2; *Ngô Thị Thuyết*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Trình Tuấn Đạt*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Đào Thị Xuân Lộc*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Cao Thị Khánh Linh*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8E, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang**.

MAI VŨ



Bài 1NS. Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn
$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$.

TRƯƠNG QUANG AN
(GV. trường THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 2NS. Tìm tổng bình phương các nghiệm của phương trình
$(x^2 + 2x)^2 - 2013(x^2 + 2x) + 2015 = 0$.

NGUYỄN ĐỄ *(Hải Phòng)*

Bài 3NS. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ các tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Đường thẳng qua H song song với AC cắt cung nhỏ BC tại D. AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai E. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ODH. Chứng minh rằng $BH \le R$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 155)

Bài 25NS. Ta thấy $1^4, 2^4, 3^4, 4^4$ chia cho 5 đều có số dư là 1. Do đó $S = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n \equiv 1^r + 2^r + 3^r + 4^r$ (mod 5), với r là số dư khi chia n cho 4.
Suy ra S chia hết cho 5 khi và chỉ khi n không chia hết cho 4. Có (2012 – 4) : 4 + 1 = 503 số nguyên dương nhỏ hơn 2016 và chia hết cho 4.
Do đó số các số cần tìm là 2015 – 503 = 1512 (số).
Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng bài toán trên: *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Thị Hương*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thảo Chi, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3; *Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phan Trần Khánh Linh*, 8A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Bài 26NS. ĐKXĐ $x \ge -2$. Ta có

$$(x+4)(\sqrt{x+2}+2) = (x+1)(x^2-2x+3)$$

$$\Leftrightarrow [(\sqrt{x+2})^2+2](\sqrt{x+2}+2) = [(x-1)+2][(x-1)^2+2]. \ (1)$$

Đặt $a = \sqrt{x+2} \ge 0; b = x-1$.

Thay vào (1) ta được $a^3 + 2a^2 + 2a = b^3 + 2b^2 + 2b$
$\Leftrightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2 + 2(a+b) + 2) = 0$
$\Leftrightarrow a = b$ (vì $a^2 + ab + b^2 + 2(a+b) + 2 > 0$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1 \Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Thị Hương Nữ, Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Thị Hương*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Bài 27NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*
Gọi I là giao điểm của AN và BM. Tia HI cắt AB và BK lần lượt tại P và Q.
Ta có các tứ giác AMHO và BNHO nội tiếp, $\widehat{AHB} = 90^o$.
Suy ra $\widehat{HOM} = \widehat{HNO} = \widehat{HBO} \Rightarrow \widehat{MOA} = \widehat{OHB} = \widehat{HBO}$.
Do đó OM và ON thứ tự là tia phân giác của $\widehat{HOA}, \widehat{HOB}$. Suy ra MH = MA, NH = NB.
Vì AM // NB nên

$$\frac{MI}{IB} = \frac{MA}{NB} = \frac{MH}{HN} \Rightarrow HI \parallel NB \Rightarrow HQ \perp AB. \ (1)$$

Ta lại có $\widehat{AKB} = \widehat{NHB} = \widehat{NBH} \Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{ABH}$. (2)
Từ (1), (2) suy ra AB là đường trung trực của HQ nên HP = HQ. (3)

Mặt khác $\dfrac{IH}{MA} = \dfrac{NH}{NM} = \dfrac{BI}{BM} = \dfrac{IP}{MA} \Rightarrow IH = IP$. (4)

Từ (3), (4) suy ra HP = PQ = 2IP.

Do đó $\dfrac{MA}{AK} = \dfrac{IP}{PQ} = \dfrac{1}{2}$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải tốt: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Thị Hương*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.



Các bạn được thưởng kì này: *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.
Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN NGỌC HÂN



SÁCH HAY CẦN ĐỌC

1. Cuốn sách: Bài giảng số học

Các tác giả: *Đặng Hùng Thắng, Nguyễn Văn Ngọc, Vũ Kim Thủy*

Không có gì cổ và đơn giản hơn số học. Nhưng nhiều bài toán mà các nhà toán học lớn thách đấu đến nay chưa giải được lại thuộc về số học.

Để phục vụ tốt cho một phạm vi đông đảo các bạn đọc thì các chương 1 và 2 được trình bày các kiến thức cơ bản nhẹ nhàng, dễ hiểu rất thích hợp với các em học sinh cấp THCS, giúp các em được trang bị các kiến thức cơ bản quan trọng để phục vụ cho các kì thi học sinh giỏi cũng như thi vào các trường THPT chuyên. Các thầy cô giáo cũng có thể dùng như các giáo trình phục vụ giảng dạy các đội tuyển học sinh giỏi. Các chương 3, 4 và 5 thích hợp để làm giáo trình giảng dạy cho các lớp chuyên khối THPT và các em học sinh lớp 9 muốn tìm hiểu sâu thêm bộ môn số học. Có lẽ khó nhất là chương 5, đi sâu vào phương trình Điôphăng, có thể dùng cho các em học sinh luyện thi Olympic toán quốc gia lớp 12, thi Olympic toán quốc tế và dùng làm tài liệu bồi dưỡng cho giáo viên. Chúng tôi tin rằng tất cả mọi người yêu thích bộ môn số học cũng có thể tìm hiểu một phần hoặc toàn bộ các nội dung của cuốn sách này và những ai chưa yêu bộ môn số học hay sợ bộ môn này thì sau khi đọc xong cuốn sách bạn sẽ suy nghĩ khác. Năm 1998 sách đã được Bộ Giáo dục & Đào tạo quy định là tài liệu chính thức dành cho các lớp THPT chuyên toán. Sách đã tái bản lần thứ 5.

2. Tòa nhà hình học phẳng và căn nhà hướng

Tác giả: *Nguyễn Minh Hà*

Hình học Euclid phẳng (hình học phẳng) là một trong những ngành khoa học cổ xưa của nhân loại. Từ thế kỉ thứ VII đến thế kỉ thứ III trước Công nguyên các kiến thức hình học phẳng dần dần được hệ thống.

Vào thế kỉ thứ III trước Công nguyên (TCN), các kiến thức hình học phẳng được tổng kết xuất sắc trong tác phẩm *Nguyên lí* của Euclid (330 - 275 TCN).

Theo Euclid, để định nghĩa một khái niệm hình học phẳng ta buộc phải dựa vào những khái niệm đã được định nghĩa trước đó. Như vậy phải có những khái niệm đầu tiên không định nghĩa mà mô tả, đó là những khái niệm cơ bản. Để chứng minh một định lí hình học phẳng ta buộc phải dựa vào những định lí đã được chứng minh trước đó và như vậy phải có những định lí đầu tiên không chứng minh mà công nhận, đó là những tiên đề. Hệ thống các khái niệm cơ bản và các tiên đề của Euclid được gọi là hệ tiên đề Euclid. Với hệ tiên đề Euclid, tòa nhà hình học phẳng đã được xây dựng. Suốt thời gian dài, nếu không kể tới việc tìm cách chứng minh tiên đề 5[(1)], về căn bản người ta tin rằng tòa nhà hình học phẳng đã hoàn chỉnh. Mãi đến thế kỉ XIX, khoảng 2200 năm sau thời của Euclid, cùng với việc giải quyết dứt điểm về sự khẳng định tiên đề 5[(2)], vấn đề cơ sở lôgic của hình học phẳng lại được nghiên cứu rộng rãi và sôi nổi. Kết quả là một hệ tiên đề mới, được nhà toán học vĩ đại Hilbert (1862 - 1943) trình bày trong tác phẩm *Cơ sở hình học*. Với hệ tiên đề Hilbert, tòa nhà hình học phẳng đã được nâng cấp căn bản và toàn diện.

Có lẽ vì Euclid và Hilbert đều quá lỗi lạc nên cho đến bây giờ người ta vẫn cho rằng tòa nhà hình học phẳng đã hoàn chỉnh. Không biết từ bao giờ, trước hay sau thời của Hilbert, khái niệm góc lượng giác và kèm theo nó cái đồng hồ xuất hiện trong hình học phẳng. Với sự xuất hiện của cái đồng hồ, tòa nhà hình học phẳng vẫn chưa hoàn chỉnh. Không thể định nghĩa cái đồng hồ bằng các khái niệm cơ bản của hệ tiên đề Hilbert.

Coi hình học phẳng là đam mê lớn nhất của cuộc đời, TS. Nguyễn Minh Hà đã trăn trở với vấn đề trên trong nhiều năm. Bắt đầu từ năm 2000, ông quyết tâm tìm cách bỏ cái đồng hồ ra khỏi hình học phẳng (cách nói của GS. TSKH. Nguyễn Văn Khuê) và kết quả là bộ sách hai tập ***Hướng trong hình học phẳng*** và ***Hình học phẳng định hướng*** vừa ra đời. Với bộ sách này, tòa nhà hình học phẳng có thêm một căn nhà nhỏ, căn nhà có hướng. Nói cách khác, lí thuyết về hướng đã được xây dựng chặt chẽ trong hình học phẳng.

Chú thích:

(1) Tiên đề 5 của Euclid được phát biểu như sau: "Qua điểm A không nằm trên đường thẳng b có và chỉ có duy nhất một đường thẳng song song với đường thẳng b".

(2) Phải chăng tiên đề 5 là một định lí. Câu hỏi trên đã làm đau đầu biết bao thế hệ các nhà toán học và cuối cùng đã được giải quyết gần như cùng một lúc bởi ba nhà toán học: Lobachevski (1792 - 1856), Gauss (1777 - 1855), Bolyai (1802 - 1860), đặc biệt xuất sắc là Lobachevski.

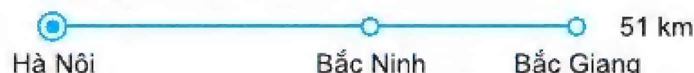
BBT



NHỮNG CÔNG TRÌNH MỚI

VŨ ĐÔ QUAN

• Ngày 3.1.2016 tuyến Quốc lộ 1 đoạn Bắc Ninh - Bắc Giang dài 20 km được nâng cấp lên tiêu chuẩn đường cao tốc. Từ nay xe từ Bắc Giang về Hà Nội chạy chưa hết một giờ đồng hồ.

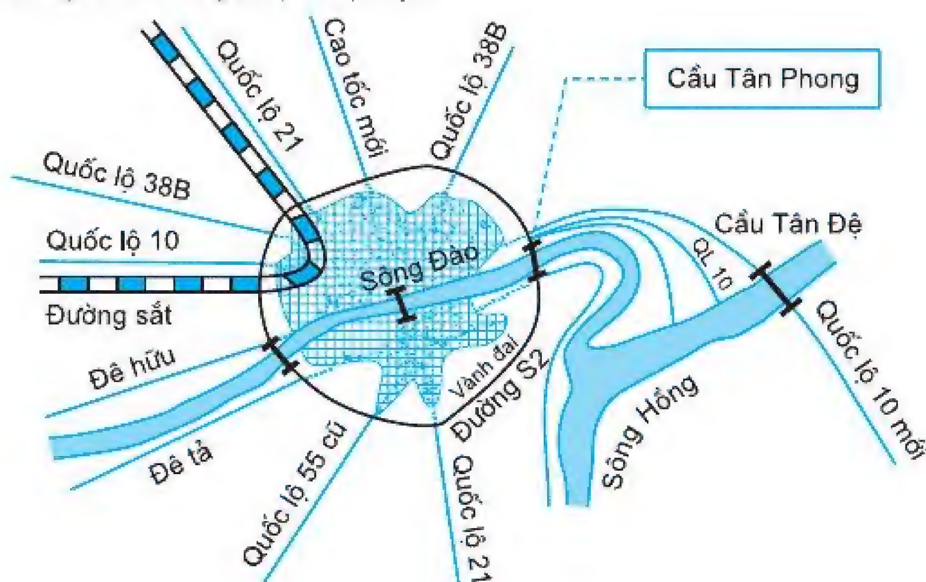


• Ngày 8.1.2016 hầm chui nút giao giữa đường vành đai 3 và đường xuyên tâm (Nguyễn Trãi, Hà Nội) với tên gọi nút giao Thanh Xuân đã khánh thành. Nút giao thông này có 4 tầng: hầm chui, đường mặt đất, đường trên cao và đường sắt trên cao, là nút giao hiện đại nhất nước ta hiện nay. Với việc hoàn thành nút giao này xe từ cửa ngõ Hà Đông (siêu thị Co.opmart) đến Ngã tư Sở Hà Nội chạy thẳng không có đèn xanh, đèn đỏ, với 4 km chỉ hết chưa đến 10 phút vào giờ cao điểm.

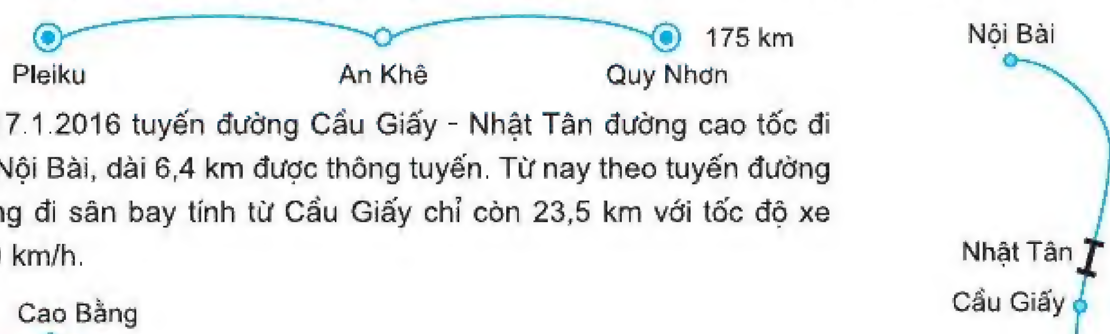


Cùng ngày hầm chui nút giao giữa đường vành đai 3 và đường xuyên tâm (Thăng Long) với tên gọi nút giao Trung Hòa cũng hoàn thành.

• Ngày 9.1.2016 khánh thành cầu Tân Phong bắc qua sông Đào, TP. Nam Định trên quốc lộ 21B là đường vành đai S2. Đây là cây cầu thứ 3 qua sông Đào (sau cầu Đò Quan và cầu Nam Định). Nam Định trở thành thành phố đầu tiên của Việt Nam có đường vành đai hình tròn từ 30.4.2016 cùng 13 đường xuyên tâm (trong đó có 9 đường lớn và 4 đường đê) có hệ thống giao thông đường bộ, đường sắt, đường thủy thuận lợi.



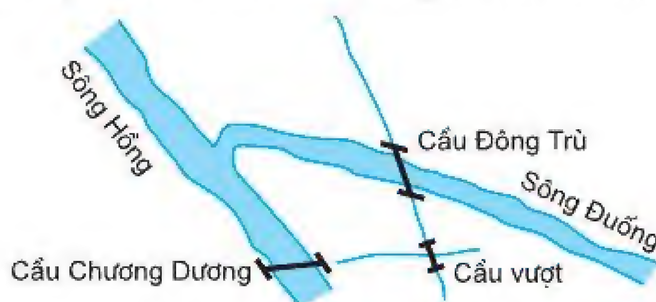
• Ngày 15.1.2016 Quốc lộ 19 (Pleiku, Gia Lai - Quy Nhơn, Bình Định) hoàn thành việc nâng cấp. Đây là con đường quan trọng kết nối Tây Nguyên với ven biển Trung Trung Bộ.



• Ngày 17.1.2016 tuyến đường Cầu Giấy - Nhật Tân đường cao tốc đi sân bay Nội Bài, dài 6,4 km được thông tuyến. Từ nay theo tuyến đường này đường đi sân bay tính từ Cầu Giấy chỉ còn 23,5 km với tốc độ xe chạy 100 km/h.



• Cùng ngày cầu Hòa Trung (Năm Căn - Đất Mũi) cây cầu cuối cùng trên toàn tuyến 2000 km từ Cao Bằng tới mũi Cà Mau thông xe.



• Ngày 18.1.2016 cầu vượt nút Long Biên trên tuyến QL5 cũ nối với QL18 mới và QL2 (thông qua cầu Đông Trù) khánh thành. Đây là cầu vượt bằng sắt lớn nhất Việt Nam.

Câu hỏi kì này: Bạn hãy kể tên các cây cầu bắc qua sông Hồng tại Hà Nội theo thứ tự từ Bắc xuống Nam.

Kết quả **Nhà hát Lớn Hà Nội** (TTT2 số 155)

Nhà hát Lớn Hà Nội là một trong những trung tâm văn hóa của Hà Nội, nơi thường xuyên diễn ra các sự kiện văn hóa nghệ thuật. Nhà hát được khởi công năm 1901, hoàn thành năm 1911 và hiện nay, nó đã tròn 105 tuổi. Nơi đây được trang trí khá cầu kì, với thanh đỡ uốn lượn, các cửa sổ được uốn vòm. Trên mái nhà là các cột Ionic La Mã với mái chóp cong lợp ngói đá. Tất cả đều mang dáng dấp của kiến trúc Châu Âu. Trước vẻ đẹp đầy cuốn hút đó, ta có cảm giác như đang lạc giữa trời Tây vậy. Qua góc máy của tác giả, nhà hát hiện lên dưới màu xanh của lá, của mây trời, màu vàng của hoa và thêm điểm xuyết màu đỏ của lá cờ. Với sự hài hòa về màu sắc, bố cục của cảnh vật ấy càng làm cho cảnh vật trong lòng Hà Nội trở nên thơ mộng, thanh bình một cách lạ kì.



Nhận xét. Chỉ có bạn *Nguyễn Tuệ An*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An** có lời bình hay nhất được trao thưởng kì này.

MAI VŨ



ĐẠI SỐ

(Tiếp theo kì trước)

BÍNH NAM HÀ

Ngày 29.5.1832 trước khi lao vào cuộc đấu súng định mệnh, ông để lại bức thư cho Auguste Chevalier nói về mối quan hệ giữa lí thuyết nhóm với lời giải của các đa thức bằng căn thức. Mãi đến năm 1843 Joseph Liouville mới xem bản thảo của ông và kết luận Galois đã giải được bài toán do Niels Henrik Abel đưa ra. Công trình sau đó được công bố toàn văn trong Tạp chí toán lí thuyết và ứng dụng năm 1846. Nhưng phải 20 năm sau nữa mới có những người hiểu được những ý tưởng của ông. Giáo trình Đại số cao cấp của Serret và sau này cuốn Nghiên cứu các phép thế của Jordan đã giải thích cặn kẽ các khái niệm và vấn đề Galois đặt ra. Các khái niệm nhóm, vành, trường chưa ai đặt ra nên Galois phải trình bày khá dài và diễn giải. Ông chứng minh được điều kiện cần và đủ để một phương trình đại số giải được bằng căn thức. Ông đưa ra các khái niệm Nhóm con phân biệt, Phép đẳng cấu nhóm, Nhóm thương. Ông đã là người giải quyết được vấn đề tìm nghiệm của các phương trình đa thức bậc 5 trở lên bằng việc xây dựng lí thuyết Nhóm (group (nhóm) cũng là từ do ông dùng đầu tiên). Ngày nay lí thuyết này gọi là lí thuyết nhóm Galois.

Nói đến đại số, không thể không kể đến Nhenxơ Henrich Aben (Niels Henrik Abel), nhà toán học Na Uy (1802 - 1829). Vào năm 22 tuổi ông đã cho in tập sách trong đó có định lí nổi tiếng nói rằng phương trình bậc lớn hơn bốn dạng tổng quát không thể có nghiệm dưới dạng căn thức. Ông còn tách ra được một lớp các phương trình bậc lớn hơn bốn có thể giải được dưới dạng căn thức, sau này gọi là lớp phương trình Aben. Giống như số phận các công trình của Galois, công trình của Aben khi gửi đến viện hàn lâm khoa học Pari đã chẳng được ai xem xét và xếp vào hồ sơ lưu trữ. Aben đã sống cuộc sống đói rét nghèo và mắc bệnh lao khi bước sang tuổi 27. Sự thiên tài và trong sáng của tâm hồn cống hiến cho khoa học của ông đã được người đời sau ghi nhớ. Thủ đô Na Uy đã tạc tượng ông tại một quảng trường lớn. Ngày nay đã có giải thưởng toán học mang tên Aben. Galois và Aben đều chưa vượt qua được nửa đời người thông thường nhưng sự nghiệp và các công trình khoa học để lại sừng sững như những tháp cao trong lâu đài Đại số của vương quốc Toán học.

Đại số hiện đại được bắt đầu từ thế kỉ 20 với sự khởi đầu về nghiên cứu tìm nghiệm của phương trình bậc cao mà Galois khởi đầu. Từ đó ra đời những chuyên ngành của Đại số như Lí thuyết nhóm, Lí thuyết vành, Lí thuyết trường. Đại số giao hoán là một chuyên ngành hẹp mà đối tượng nghiên cứu của nó là các vành trong đó phép nhân thỏa mãn luật giao hoán, đặc biệt là vành các đa thức nhiều biến.

Tuy nhiên giới hạn của Đại số không thật rõ ràng. Đại số trừu tượng là một ngành của toán học với đối tượng nghiên cứu là các nhóm, các vành, các trường, các dàn ... Đó là một khoa học nghiên cứu các phép toán trên các phần tử của một tập hợp tùy ý, suy rộng các phép cộng và phép nhân các số thông thường. Ngày nay để hiểu được đại số hiện đại cần phải có rất nhiều kiến thức về số học và hình học hiện đại.



Tài liệu tham khảo:

[1] Nguyễn Trường, Kể chuyện các nhà toán học, NXB Văn hóa Thông tin, 2011.

[2] Đặng Huấn, Kể chuyện về những nhà toán học, NXB Văn học, 1997.

[3] Vũ Kim Thủy, Lí thuyết biểu diễn thứ cấp của các môđun trên vành giao hoán, Viện Toán học, 1998.

[4] Nguyễn Đức Thuần, Sơ lược Lịch sử toán học, Trần Tất Thắng dịch, NXB Khoa học và Kĩ thuật, 1993.



Hỏi: Anh Phó thân mến! Em rất muốn được cộng tác với TTT2 trong một số chuyên mục nhưng em chưa biết phải viết như thế nào. Em có cần phải viết mỗi bài và lời giải chi tiết trên từng tờ giấy không ạ?

Một bạn ở Ứng Hòa, Hà Nội

Đáp:

Mỗi bài trên một tờ
Ghi họ tên đầy đủ
Cả lớp trường vào nữa
Quận huyện hay tỉnh nào
Rồi tất cả bỏ vào
Một phong bì tất tật
Nếu giải bài kì trước
Cần dán Phiếu dự thi
Hãy mạnh dạn lên đi
Gửi ngay về tòa soạn.



Hỏi: Anh Phó ơi! Một số bạn chỉ được nêu tên trong một bài của mục *Thi giải toán qua thư* mà đã được thưởng. Còn em thì đã được khen như vậy vài lần nhưng lại không được thưởng. Thế là sao ạ?

Một bạn giấu tên

Đáp:

Có phần khen, phần thưởng
Em cần đọc kĩ vào
Xem tên được mức nào
Nếu chỉ khen cũng tốt
Được thưởng thì phải khao.



Hỏi: Em xin hỏi trình tự để gửi bài tham dự các chuyên mục của TTT là như thế nào ạ?

NGUYỄN THỊ TÚ ANH
(6D, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, Nghệ An)

Đáp:

Phải đề rõ cả họ tên
Lớp trường huyện tỉnh ở trên mỗi bài
Dán phiếu dự thi bên ngoài
Phong bì để biết là bài dự thi.



ANH PHÓ



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(157). Nhà toán học De Morgan (1806-1871) khi được hỏi tuổi đã trả lời: Tôi x tuổi vào năm x^2. Hỏi năm x^2 đó ông bao nhiêu tuổi?

VŨ KIM THỦY

Bài 2(157). Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 100^o$ và AB = AC. Trên tia AB lấy điểm D sao cho AD = BC. Tính $\widehat{ADC}$.

NGUYỄN BÁ ĐANG *(Hà Nội)*

CÁC LỚP THCS

Bài 3(157). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 7(x+y) = 3(x^2 + xy + y^2) + 5 \\ \sqrt{\dfrac{3}{x+1}} + \sqrt{\dfrac{3}{y+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \end{cases}$$

HOÀNG ĐỨC NGUYÊN
(GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)

Bài 4(157). Cho các số thực a, b, c và d thỏa mãn: $a \ge b \ge c \ge d$; $a + b + c + d = 9$; $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$. Chứng minh rằng $ab - cd \ge 2$.

LÊ XUÂN ĐẠI *(GV. THPT chuyên Vĩnh Phúc)*

Bài 5(157). Cho một bảng ô vuông kích thước 7 × 7 (gồm 49 ô vuông đơn vị). Đặt 22 đấu thủ vào bảng sao cho mỗi ô vuông đơn vị có không quá một đấu thủ. Hai đấu thủ được gọi là tấn công lẫn nhau nếu họ cùng trên một hàng hoặc cùng trên một cột. Chứng minh rằng với mỗi cách đặt bất kì luôn tồn tại ít nhất 4 đấu thủ không tấn công lẫn nhau.

HÀ VĂN NHÂN *(GV. THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)*

Bài 6(157). Cho tam giác ABC nhọn, không cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Gọi M, N là hai điểm cố định thuộc cung nhỏ BC sao cho MN // BC và tia AM nằm giữa hai tia AB và AN. Gọi P là điểm nào đó trên đoạn thẳng AM. Đường thẳng đi qua P song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại E, F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác NEF cắt đường tròn (O) tại Q khác N. Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định khi điểm P di chuyển trên đoạn thẳng AM (P khác M).

TRẦN QUANG HÙNG
(GV. trường THPT chuyên Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(157). When asked about his age, the mathematician De Morgan (1806-1871) answered: I'm x years old in the year x^2. How old was he in the year x^2?

2(157). Given the triangle ABC with $\angle BAC = 100^o$ and $AB = AC$. Let D be a point on the ray AB such that $AD = BC$. Find the measure of $\angle ADC$.

3(157). Solve the following simultaneous equations
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 7(x+y) = 3(x^2 + xy + y^2) + 5 \\ \sqrt{\dfrac{3}{x+1}} + \sqrt{\dfrac{3}{y+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \end{cases}$$

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

4(157). Given the real numbers a, b, c, and d such that $a \ge b \ge c \ge d$, $a + b + c + d = 9$, and $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$. Prove that $ab - cd \ge 2$.

5(157). Given a 7 × 7 square board which contains 49 small squares. Place 22 players on the board such that each small square has at most one player. Two players are said to contend each other if they are either on the same column or on the same rank. Prove that for any arbitrary arrangement of the players, there exist at least 4 players who do not contend one another.

6(157). Given an acute triangle ABC which is non-isosceles at A and inscribes a circle (O). Let M and N be two fixed points on the minor arc BC such that MN // BC and that the ray AM lies between the rays AB and AN. Let P be a point on the line segment AM. The line passing through P and parallel to BC intersects AC and AB at E and F, respectively. The circumcircle of the triangle NEF intersects the circle (O) at another point Q apart from the point N. Prove that the line PQ always passes through a fixed point when P moves along the line segment AM (and P does not coincide with M).

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Ngày 30.01.2016, ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ và các cán bộ Tạp chí đã đến trao 11 suất quà cho các gia đình chính sách và các hộ nghèo ở phường Mộ Lao, quận Hà Đông, TP. Hà Nội. Tới dự buổi Lễ trao quà có ông Nguyễn Văn Long, Bí thư Đảng ủy; ông Bạch Hồng Hiếu, Phó Chủ tịch UBND Phường; ông Bạch Hùng Tiến, Chủ tịch Mặt trận tổ quốc Việt Nam Phường Mộ Lao, cùng lãnh đạo các ban ngành, đoàn thể của phường và các gia đình chính sách, các hộ nghèo.



ThS. Vũ Kim Thủy và ông Nguyễn Văn Long trao quà cho các gia đình



Gian hàng của Công ty Cổ phần Văn hóa Giáo dục Long Minh

● Từ ngày 10.2 đến ngày 15.2.2016, Phố sách Xuân lần đầu tiên đã được tổ chức tại phố Lê Thạch, Hà Nội với hơn 20 gian hàng được trưng bày công phu, bắt mắt. Có nhiều loại sách được mang đến Hội chợ như: sách thiếu nhi, sách Văn học, sách Toán, sách Kinh tế, sách Khoa học Kĩ thuật, ... Tạp chí Toán Tuổi thơ đã tham gia giới thiệu 10 đầu sách.

● Ngày 4.3.2016, Tạp chí Toán Tuổi thơ đã gặp lãnh đạo Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình: ông Đặng Quang Ngàn, Phó Giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo; ông Bùi Đức Ngọc, Trưởng phòng Giáo dục Tiểu học; ông Trương Trung Yên, chuyên viên Phòng Giáo dục Trung học. Trong buổi làm việc Tạp chí đã giới thiệu về cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 sẽ diễn ra vào tháng 6.2016 và cuộc thi AMC phối hợp với AMT của Australia tổ chức vào tháng 7.2016. Ông Đặng Quang Ngàn đã có các ý kiến ủng hộ các hoạt động của Tạp chí và các cuộc thi Tạp chí đang tổ chức. Cùng ngày Tạp chí đã gặp ông Nguyễn Minh Tân, Giám đốc và ông Phạm Huy Đông, Phó Giám đốc Công ty CP sách và TBTH Hòa Bình để giới thiệu các ấn phẩm Toán Tuổi thơ đang phát hành.

PV.



Phó Giám đốc Sở GD - ĐT Hòa Bình Đặng Quang Ngàn và ThS. Vũ Kim Thủy



XƯA và NAY

Nơi Hoàng Thành xếp lớp các tầng văn hóa các triều Lý, Trần, Lê. Hoàng Thành hôm nay nằm giữa trái tim Thủ đô Hà Nội. Vẻ đẹp cổ kính ấy bừng sức sống mới với hoa sen ngày mới, với đàn trẻ chủ nhân của tương lai. Kinh đô xưa, thủ đô nay đẹp hào sảng, vừa cổ kính vừa trẻ trung. Bạn hãy viết bài bình về bức ảnh đẹp này. Chờ bài viết của bạn.

VŨ SƠN NAM



Ảnh: Phan Ngọc Quang

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH





Từ trái sang phải: Đặng Thị Hoài Anh, Phan Huyền Ngọc, Nguyễn Thị Thùy Trang.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT157M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 03 năm 2016.

NĂM THỨ
MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740



Toán tuổi thơ 2

158
04/2016

Giá: 10000đ

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

2016

50 NĂM CÁC LỚP TOÁN ĐẶC BIỆT ĐHSP VINH

20 NĂM HỌC BỔNG ASEAN



50 NĂM THÀNH LẬP HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM

Toán Tuổi thơ — Trung học cơ sở

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: **TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH**

Chế bản: **ĐỖ TRUNG KIÊN**

Mĩ thuật: **TÚ ÂN**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 — Tr 2
Một số dạng toán về đa thức một biến
Võ Xuân Minh

Bạn đọc phát hiện — Tr 4
Một bài toán cực trị có nhiều cách giải
Nguyễn Duy Thái

Đo trí thông minh — Tr 5
Số tiếp theo
Nguyễn Đức Tấn

Bạn muốn du học — Tr 6
Dự thi học bổng Singapore
Thủy Vũ

Nhìn ra thế giới — Tr 8
Đề chọn đội tuyển dự thi Olympic Toán Quốc tế của Hồng Kông năm 2010 (Vòng 1)
Mai Vũ

Com pa vui tính — Tr 15
Không giải phương trình
Phạm Tuấn Khải

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc — Tr 16
Món quà biến mất
Lê Ánh Tuyết

Đến với tiếng Hán — Tr 18
Bài 67. Tôi từ thành phố Hồ Chí Minh tới
Nguyễn Vũ Loan

Dành cho các nhà toán học nhỏ — Tr 22
Bài toán dựng đường tròn
Nguyễn Bá Đang

Đề thi các nước — Tr 24
AMC 2015 - Upper Primary Division
Australian school years 5 and 6
Đỗ Trung Hiệu



MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Các dạng toán về đa thức một biến khá phong phú. Sau đây là một số dạng toán về đa thức một biến thường gặp phù hợp với nội dung kiến thức lớp 7.

1. Tính giá trị của đa thức

Ví dụ 1. a) Cho đa thức $g(x) = 2x^2 + 3x - 9$. Tính $g(-3)$.

b) Cho $f(x) = x^2 + bx + c$. Biết $f(2) = 7$. Tính $f(-1) + f(5)$.

Lời giải. a) $g(-3) = 2.(-3)^2 + 3.(-3) - 9 = 0$.

b) Ta có $f(2) = 2^2 + 2b + c = 7 \Leftrightarrow 2b + c = 3$.

$f(-1) + f(5) = (1 - b + c) + (25 + 5b + c)$

$= 26 + 2(2b + c) = 26 + 2.3 = 32$.

2. Cộng, trừ, nhân đa thức

Ví dụ 2. Cho $A = 2x^2 - 4x + 3$ và $B = x^2 + 4x$. Thực hiện phép tính $A - 2B$ và $A.B$.

Lời giải. $A - 2B = 2x^2 - 4x + 3 - 2(x^2 + 4x) = -12x + 3$.

$A.B = (2x^2 - 4x + 3)(x^2 + 4x) = 2x^2(x^2 + 4x)$

$- 4x(x^2 + 4x) + 3(x^2 + 4x) = 2x^4 + 4x^3 - 13x^2 + 12x$.

3. Chứng minh một số là nghiệm của đa thức

Ví dụ 3. a) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, chứng minh rằng nếu $b = a + c$ thì $f(x)$ có một nghiệm là -1.

b) Chứng minh rằng nếu x_o là nghiệm của $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$) thì $\frac{1}{x_o}$ là nghiệm của $g(x) = bx + a$.

c) Cho $f(x) = x^3 + ax^2 - abx + ab^2 + b^3$. Chứng minh rằng $-a - b$ là một nghiệm của $f(x)$.

Lời giải. a) $f(-1) = a(-1)^2 + b(-1) + c = a - b + c = 0$ (vì $b = a + c$). Vậy $x = -1$ là nghiệm của $f(x)$.

b) Ta có $f(x_o) = ax_o + b = 0 \Rightarrow x_o = -\frac{b}{a}$.

$$g\left(\frac{1}{x_o}\right) = b\cdot\frac{1}{x_o} + a = b\cdot\left(-\frac{a}{b}\right) + a = -a + a = 0.$$

Vậy $\frac{1}{x_o}$ là nghiệm của $g(x)$.

c) Ta có $f(x) = x^2(x + a) - abx + b^2(a + b)$.

$\Rightarrow f(-a - b) = (-a - b)^2(-b) - ab(-a - b) + b^2(a + b)$

$= -b(a + b)^2 + ab(a + b) + b^2(a + b)$

$= (a + b)[-b(a + b) + ab + b^2] = (a + b).0 = 0$.

Vậy $-a - b$ là một nghiệm của $f(x)$.

4. Tìm nghiệm của đa thức

Ví dụ 4. a) Tìm nghiệm của đa thức $x^2 - 5x + 6$.

b) Tìm một nghiệm của đa thức $A(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ biết $a - 2b + 4c = \frac{1}{2}$.

Lời giải. a) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 2) - 3(x - 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0$ hoặc $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 3$.

Vậy đa thức $x^2 - 5x + 6$ có các nghiệm là $x = 2$, $x = 3$.

b) Ta có

$$a - 2b + 4c = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a - 2b + 4c - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 a + \left(-\frac{1}{2}\right)b + c = 0 \Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}\right) = 0.$$

Vậy $-\frac{1}{2}$ là một nghiệm của $A(x)$.

5. Chứng minh đa thức không có nghiệm

Ví dụ 5. Chứng minh rằng đa thức $B(x) = -x^2 + 6x - 10$ không có nghiệm.

Lời giải. $B(x) = -(x^2 - 6x + 9) - 1 = -(x^2 - 3x - 3x + 9) - 1 = -[x(x - 3) - 3(x - 3)] - 1 = -(x - 3)^2 - 1 < 0$ với mọi x. Vậy $B(x)$ không có nghiệm.

6. Xác định đa thức

Ví dụ 6.1. Xác định đa thức bậc hai $f(x)$ thỏa mãn $f(-1) = 10$, $f(0) = 5$, $f(2) = 1$.

Lời giải. Vì đa thức cần tìm là bậc 2 nên ta đặt $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Theo bài ra ta có $f(0) = c = 5$.

$f(-1) = a - b + c = 10$; $f(2) = 4a + 2b + c = 1$.

Suy ra được $a = 1$, $b = -4$, $c = 5$.

Vậy $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

Ví dụ 6.2. Tìm đa thức $g(x)$ với $x \in \mathbb{N}$ biết $g(1) = 1$ và $g(x) = 2g(x - 1) - 1$.

Lời giải. Ta có g(1) = 2g(0) – 1 ⇒ g(0) = 1.
Giả sử g(n) = 1 thì g(n + 1) = 2g(n) – 1 = 2.1 – 1 = 1.
Vậy theo nguyên lí quy nạp toán học g(x) = 1 với mọi $x \in N$.

Ví dụ 6.3. Xác định đa thức h(x) biết rằng với mọi x thì h(x+1) = 3x – 2.

Lời giải. Đặt y = x + 1 ⇒ x = y – 1.
Từ giả thiết suy ra h(y) = 3(y – 1) – 2 = 3y – 5.
Vậy h(x) = 3x – 5.

7. Chứng minh tính chất của đa thức thỏa mãn điều kiện cho trước

Ví dụ 7.1. Chứng minh rằng nếu f(x) = ax + b có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thì a = b = 0.

Lời giải. Vì x_1, x_2 là nghiệm nên $ax_1 + b = 0$ và $ax_2 + b = 0$.
Suy ra $(ax_1 + b) - (ax_2 + b) = 0 \Rightarrow a(x_1 - x_2) = 0$
$\Rightarrow a = 0$ (vì $x_1 \neq x_2$). Kết hợp với $ax_1 + b = 0 \Rightarrow b = 0$.

Ví dụ 7.2. Chứng minh rằng nếu đa thức p(x) = ax + b (a ≠ 0) có nghiệm x_1 thì $p(x) = a(x - x_1)$.

Lời giải. Vì x_1 là nghiệm của p(x) nên
$p(x_1) = ax_1 + b = 0$.
$$\Rightarrow x_1 = -\frac{b}{a} \Rightarrow p(x) = a\left(x + \frac{b}{a}\right) = a(x - x_1).$$

8. Tìm tham số thỏa mãn điều kiện cho trước

Ví dụ 8. Cho $h(x) = x^2 - mx + 3$.
a) Tìm m để h(x) có nghiệm là –1.
b) Với m vừa tìm được, tìm nghiệm thứ hai khác –1 của h(x).

Lời giải. a) Vì h(x) có nghiệm là –1 nên ta có h(–1) = 0 ⇔ 1 + m + 3 = 0 ⇔ m = – 4.
b) Gọi a là nghiệm của h(x) (a ≠ –1) thì h(a) = 0
$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 3 = 0 \Leftrightarrow (a^2 + 3a) + (a + 3) = 0$
$\Leftrightarrow a(a + 3) + (a + 3) = 0 \Leftrightarrow (a + 1)(a + 3) = 0$
$\Rightarrow a + 3 = 0$ (vì $a \neq -1$) $\Leftrightarrow a = -3$.

9. Chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức

Ví dụ 9.1. Chứng minh rằng
$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$.

Lời giải. Rút gọn vế phải của đẳng thức ta có
$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + 4x - 8$
$= x^3 - 8$.

Ví dụ 9.2. Chứng minh rằng $2x^2 - 8x + 9 > 0$ với mọi x.

Lời giải. $2x^2 - 8x + 9 = 2(x^2 - 4x + 4) + 1$
$= 2(x^2 - 2x - 2x + 4) + 1 = 2[x(x - 2) - 2(x - 2)] + 1$
$= 2(x - 2)^2 + 1 \geq 1 > 0$ với mọi x.

10. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của đa thức

Ví dụ 10.1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + 3x + 1$.

Lời giải. Biến đổi A ta được
$$A = x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} - \frac{5}{4} = x\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}\left(x + \frac{3}{2}\right) - \frac{5}{4}$$
$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}.$$
Đẳng thức xảy ra khi $x + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$.
Vậy Min$A = -\frac{5}{4}$ khi $x = -\frac{3}{2}$.

Ví dụ 10.2. Tìm giá trị lớn nhất của $B = -x^2 + 8x + 2$.

Lời giải. Biến đổi B ta được
$B = -(x^2 - 4x - 4x + 16) + 18$
$= -[x(x - 4) - 4(x - 4)] + 18$
$= -(x - 4)^2 + 18 \leq 18$.
Đẳng thức xảy ra khi x – 4 = 0 ⇔ x = 4.
Vậy MaxB =18 khi x = 4.

11. Tính tổng các số tự nhiên

Ví dụ 11. Cho đa thức $f(x) = x^2 + k$.
a) Tìm đa thức f(x) – f(x – 1);
b) Áp dụng câu a hãy tính tổng
S = 1 + 3 + 5 + ... + (2n – 1).

Lời giải. a) $f(x) - f(x - 1) = (x^2 + k) - [(x - 1)^2 + k]$
$= x^2 - (x - 1)(x - 1) = x^2 - x^2 + x + x - 1 = 2x - 1$. (*)
b) Thay x lần lượt bằng 1, 2, 3,..,n vào (*) ta được
f(1) – f(0) = 1;
f(2) – f(1) = 3;
f(3) – f(2) = 5;
...
f(n) – f(n – 1) = 2n –1.
Cộng theo vế của các đẳng thức trên ta được
f(n) – f(0) = 1 + 3 + 5 + ... + 2n – 1 = S
Suy ra $S = (n^2 + k) - (0 + k) = n^2$.



MỘT BÀI TOÁN CỰC TRỊ CÓ NHIỀU CÁCH GIẢI

NGUYỄN DUY THÁI
(GV. THCS Nam Hồng, TX. Hồng Lĩnh, Hà Tĩnh)

Trong đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2015 - 2016 tỉnh Hà Tĩnh có bài toán tìm cực trị, mà không có nhiều thí sinh giải được. Tôi xin nêu kĩ thuật phân tích để tìm nhiều cách giải cho bài toán này.

Bài toán. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = ab + bc + 2ac$.

Phân tích. Từ $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ có $-1 \le a, b, c \le 1$.

● Xét $b = \pm 1 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow a^2 + c^2 = 0 \Rightarrow a = c = 0 \Rightarrow F = 0$.

● Xét $b = 0 \Rightarrow a^2 + c^2 = 1$ và $F = 2ac$.

Ta có $2ac \ge -(a^2 + c^2)$

$$\Rightarrow ac \ge -\frac{a^2+c^2}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow F \ge -1.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = -c$ và $a^2 + c^2 = 1$

$$\Leftrightarrow a = -c = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Từ định hướng trên ta có các cách giải sau

Cách 1. Vì $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ nên

$F = ab + bc + 2ac = a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + 2ca - 1$

$$= \left[(a^2+2ac+c^2)+b(a+c)+\frac{b^2}{4}\right]+3\cdot\frac{b^2}{4}-1$$

$$= \left[(a+c)^2+b(a+c)+\frac{b^2}{4}\right]+3\cdot\frac{b^2}{4}-1$$

$$= \left[a+c+\frac{b}{2}\right]^2+3\cdot\frac{b^2}{4}-1 \ge -1$$

$\Rightarrow F \ge -1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $b = 0$ và $a = -c = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.
Vậy MinF = -1.

Cách 2. Ta có $(a + b + c)^2 \ge 0$. (1)

$(a + c)^2 \ge 0$. (2) và $b^2 \ge 0$. (3)

Cộng vế theo vế (1), (2) và (3) ta có

$(a + b + c)^2 + (a + c)^2 + b^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) + a^2 + 2ac + c^2 + b^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + 2ca) \ge 0$

$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 + c^2) + (ab + bc + 2ca) \ge 0$

$\Leftrightarrow (ab + bc + 2ca) \ge -(a^2 + b^2 + c^2) = -1$.

Do đó $F \ge -1$.

Cách 3. Ta có

$(a+b+c)^2 \ge 0$

$$\Rightarrow ab+bc+ca \ge -\frac{a^2+b^2+c^2}{2} = -\frac{1}{2}. \quad (4)$$

$$(a+c)^2 \ge 0 \Rightarrow ca \ge -\frac{a^2+c^2}{2} = \frac{b^2-1}{2} \ge -\frac{1}{2}. \quad (5)$$

Cộng theo vế của (4) và (5) ta được $F \ge -1$.

Cách 4. Ta có $1 = a^2 + b^2 + c^2 \Leftrightarrow 2 = 2(a^2 + b^2 + c^2)$

$\Rightarrow 2F + 2 = 2(ab + bc + 2ca) + 2(a^2 + b^2 + c^2)$

$= (a + b + c)^2 + (a + c)^2 + b^2 \ge 0$

$\Rightarrow F \ge -1$.

Cách 5. Xét $F + 1 = ab + bc + 2ac + a^2 + b^2 + c^2$

$\Leftrightarrow F + 1 = (a + c)^2 + b(a + c) + b^2$

$\Leftrightarrow (a + c)^2 + b(a + c) + b^2 - F - 1 = 0$. (6)

Ta coi (6) là phương trình bậc hai có ẩn là $t = (a + c)$.
Để phương trình (6) có nghiệm thì

$$\Delta = b^2 - 4.1.(b^2 - F - 1) \ge 0 \Rightarrow F \ge -1 + \frac{3}{4}\cdot b^2 \ge -1.$$

Cách 6. Ta có $F = ab + bc + 2ac = a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + 2ca - 1 = [(a^2 + 2ca + c^2) + b(a + c) + b^2 - 1 = (a + c)^2 + b(a + c) + b^2 - 1$

$$= \frac{3}{4}(a+b+c)^2 + \frac{1}{4}(a-b+c)^2 - 1 \ge -1.$$

Trong các cách 2, 3, 4, 5 và 6 dấu bằng xảy ra chẳng hạn khi $b = 0$, $a = -c = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Các bạn hãy tìm thêm các cách giải khác nhé.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = ab + bc + 2ac$.

Bài 2. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2016$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

a) $P = ab + 2bc + ac$;

b) $Q = 2ab + bc + ac$;

c) $R = 2ab - bc - ac$.



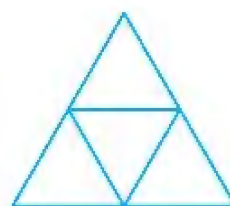
Kì này SỐ TIẾP THEO

Bài 1. Trong các hình sau, hình nào không phù hợp với các hình còn lại?


A


B


C


D

Bài 2. Tìm số tiếp theo của dãy số 2; 3; 8; 63; 3968; ...

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả TÌM SỐ CÒN THIẾU (TTT2 số 156)

Nhận xét. Kì này vẫn có bạn tìm sai quy luật.

Quy luật. Bài 1. Dãy số 2, 5, 11, 17, 23, 29, ... là dãy các số nguyên tố *liên tiếp* mà chia cho 3 dư 2. (Dãy số này có tên là *Dãy số nguyên tố Eisenstein*).

Bài 2. Ở mỗi hình, số ở trong hình vuông bằng tổng các lập phương của bốn số ở bốn đỉnh của hình vuông. Do vậy, số còn thiếu trong hình vuông cuối cùng là $2^3 + 10^3 + 2^3 + 10^3 = 2016$.



Xin trao thưởng cho các bạn có lời giải thích chính xác, ngắn gọn: Nguyễn Hải Khoa, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Hoàng Thị Mỹ Duyên*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nghiêm Ngọc Phong*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Diêm Đăng Hoàng*, 8A1, THCS Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, **Sơn La**; *Nguyễn Thị Hồng Minh*, 7C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Nguyên Đức Phú*, 8A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An.**

Các bạn và nhóm bạn sau được tuyên dương: *Lê Quang Dũng*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Ánh Tuyết*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; Nhóm bạn *Như, Na, Mỹ Kim, Hoàng Anh, Dũng Vũ*, 7D, THCS Xuân Diệu, thị trấn Nghèn, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Ngô Thị Ngọc Hân*, 7C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Nhóm bạn lớp 7C*, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Kết quả (TTT2 số 156)

THẾ CỜ (Kì 79)

1.♖a8+ ♘xa8 2.♔c8 ♘c7 3.♔xc7 ♔a8 4.♔xb6 và thắng

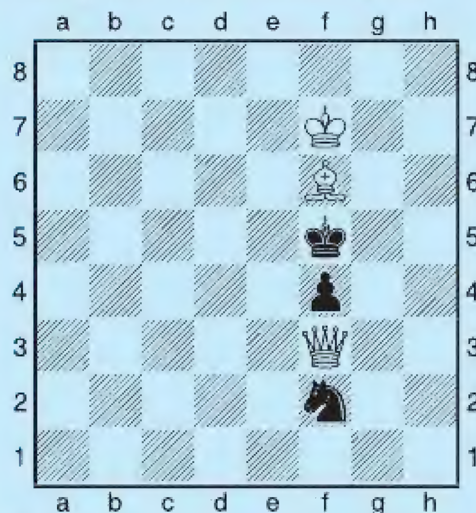


Kì này có nhiều bạn tham gia giải thế cờ, nhưng hầu hết chưa chính xác. Chỉ có duy nhất bạn *Hoàng Phúc*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh** làm đúng, được nhận phần thưởng.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 81)

Trắng đi và chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*



DỰ THI HỌC BỔNG SINGAPORE

THỦY VŨ

Ngày 29.5.2016 Bộ Giáo dục Singapore và Bộ Giáo dục Việt Nam lại phối hợp tổ chức vòng 1 cuộc thi chọn học sinh đi học bằng học bổng ASEAN. Đây là lần thứ 21 cuộc thi được tổ chức tại Việt Nam dành cho học sinh đang học lớp 8, 9 giỏi đều các môn Toán, Anh văn và IQ. Bộ Giáo dục và Đào tạo phát form cho học sinh lớp 8 và 9 các tỉnh trong độ tuổi. Mỗi tỉnh có 2 thí sinh (giỏi Toán, Khoa học và Anh) dự thi. Riêng Hà Nội số thí sinh đông hơn (Học bổng A*Star thì do các trường của Singapore phát form trực tiếp về các trường của Việt Nam). Đây là học bổng chung cho học sinh giỏi của 9 nước ASEAN và Trung Quốc, Ấn Độ do Singapore cấp nhưng mang tên ASEAN, chỉ các nước mà học bổng hướng đến. Mặt bằng chất lượng là bằng nhau chứ không chia đều mỗi nước được bao nhiêu suất. Do đó số lượng cũng biến động qua từng năm, tùy chất lượng học sinh. Tại Việt Nam, năm đầu tiên được 8 suất và năm cao nhất có 25 học bổng được trao. Từ tháng 3 form được phát về các trường. Cuối tháng 5 kì thi tổ chức tại Hà Nội và TP. Hồ Chí Minh với 3 bài thi viết. Khoảng 5 tuần sau là bài phỏng vấn mỗi thí sinh 15 phút. Đầu tháng 9 kết quả được thông báo và học sinh sang từ tháng 10 hoặc 11 để năm học mới bắt đầu vào tháng 1 năm sau. Trong thời gian hai tháng đó học sinh được hướng dẫn cách mở tài khoản, học truyền thống và nội quy trường, học Tiếng Anh trực tiếp qua các tác phẩm văn học. Năm học Sec 3 bắt đầu từ ngày 2.1 hàng năm. Cứ sau 8 tuần lại có một kì nghỉ. Kì nghỉ sau 16 tuần học thì dài hơn và kì nghỉ cuối năm kéo dài 2 tháng. Học sinh sẽ thi xong A level vào cuối năm dương lịch. Sau đó học sinh nam ở Singapore nhập ngũ 2 năm nghĩa vụ. Đại học bắt đầu năm học từ tháng 7 năm sau đó. Như vậy do cấu trúc năm học khác nhau về mốc thời gian nên học sinh nước ta nếu sang học Sec 3 thì thường ra trường sau các bạn học ở cùng trong nước trước đây. Đó là nói về học bổng ASEAN. Còn học bổng A*Star thì việc tuyển tại Việt Nam chỉ tiến hành trong 3 ngày liền và thường biết kết quả sau không quá 10 ngày. Học bổng là 100% đủ chi cả học và ăn ở tại nước bạn theo lối sống sinh viên, tiết kiệm. Nó khoảng 25 000 đô la Singapore mỗi năm. Mỗi cấp học, học sinh nhận học bổng sẽ được 1 cặp vé khứ hồi. Lên đại học được cấp thêm tiền ở để sinh viên có thể thuê chỗ ở. Sinh viên đại học hoạt động xã hội tốt, có thành tích cao sẽ được ưu tiên ở trong kí túc xá nhà trường. Chi phí cho ăn hết khoảng 100 đô la (chi cho ăn trưa ở trường), đi lại 50 đô la (có hỗ trợ giá) và tiêu vặt chừng 100 đô la (sách vở, đồng phục, văn phòng phẩm ...).

Khi học phổ thông các học sinh ăn ở căn tin nhà trường. Nhà trường quản khu nội trú theo kỉ luật rõ ràng. Lên đại học các sinh viên có thể thuê ra ở ngoài và tự nấu cơm. Hết phổ thông các em có thể đi nước khác mà không ràng buộc gì. Nhưng nếu học tiếp đại học tại Singapore thì học bổng thường có điều kiện ràng buộc và ra trường làm cho các công ty của Singapore trong 3 năm. Có thể về làm tại Việt Nam nhưng là cho các công ty của Singapore.

(Còn tiếp)

CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH MÙA THỨ BA

✿ Đối tượng dự thi: Các bạn học sinh nữ đang học THCS.

✿ Thể thức gửi bài: Mỗi tháng, trên TTT sẽ đăng 3 bài toán. Các bạn học sinh nữ có thể tham dự giải từng bài trên mỗi số và trên nhiều số. Các bài giải được viết bằng tay hoặc đánh máy, trình bày liền nhau và dán một ảnh thẻ 4 × 6 và ghi rõ: ***Tham gia cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh***, *họ và tên (chữ in hoa có dấu), lớp, trường, huyện (quận), tỉnh (thành phố), số điện thoại phụ huynh*, gửi về Tòa soạn tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361, Trường Chinh, Q. Thanh Xuân, Hà Nội.

✿ Cuộc thi diễn ra từ tháng 3.2016 đến hết tháng 2.2017.

✿ Thời gian nhận bài: Trong vòng 30 ngày kể từ ngày Tạp chí phát hành (theo dấu bưu điện).

✿ Đáp án và danh sách các bạn được khen được đăng ở số báo ra 2 tháng sau.

✿ Kết quả cuộc thi được đăng trên Tạp chí số tháng 4 năm 2017.

✿ Trao thưởng dự kiến vào tháng 6 năm 2017.

DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH MÙA THỨ HAI

Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh mùa thứ hai diễn ra từ tháng 3.2015 đến hết tháng 2.2016 đã được sự hưởng ứng nhiệt tình của các thầy cô giáo và các em học sinh nữ. Có rất nhiều em học sinh nữ tham gia giải bài, qua đó góp phần phát động phong trào học toán và giải toán trong các nữ sinh. Sau đây là danh sách các em học sinh đạt giải mùa thứ hai (*Ban tổ chức dự kiến trao giải vào tháng 6.2016*).

❋ **Giải Nhất:** *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

❋ **Giải Nhì:** *Nguyễn Thảo Chi*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Bùi Thị Quỳnh*, 8A3, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**.

❋ **Giải Ba:** *Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Thị Diễm Quỳnh*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

❋ **Giải Khuyến khích:** *Nguyễn Thị Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Lê Thu Trang*, 8D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Phương Thảo*, 9A2, THCS Supe Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 8A3, THCS Thị trấn Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Hồ Gia Bảo*, 9A6, THCS Thốt Nốt, quận Thốt Nốt, **TP. Cần Thơ**.

Chúc mừng các bạn.

TTT



ĐỀ CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ CỦA HỒNG KÔNG NĂM 2010 (VÒNG 1)

Ngày thi 29.5.2010

MAI VŨ *(Dịch và giới thiệu)*

Sau đây chúng tôi giới thiệu một số bài toán phù hợp với kiến thức ở THCS.

1. Cho $f(n) = 3n^2 - 3n + 1$. Tìm bốn chữ số tận cùng của f(1) + f(2) + ... + f(2010).

2. Cho n là một số nguyên dương. Nếu n chia hết cho 2010 và chỉ một trong các chữ số của n là số chẵn. Tìm giá trị nhỏ nhất có thể có của n.

3. Cho n là một số nguyên dương lớn hơn 1. Nếu n lớn hơn 1200 lần của một trong các thừa số nguyên tố nào đó của n, tính giá trị nhỏ nhất có thể có của n.

4. Có 111 quả bóng trong một chiếc hộp, mỗi quả một màu: màu đỏ, màu xanh lá cây, màu trắng. Biết rằng nếu lấy ra 100 quả bóng ta có thể đảm bảo có đủ bốn màu đó. Tìm số nguyên N nhỏ nhất sao cho nếu N số bóng được lấy ra, ta đảm bảo số bóng được lấy ra có ít nhất ba màu khác nhau.

5. Cho các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn $a > b > c > d$, $a + b + c + d = 2010$ và $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2010$. Hỏi có thể có bao nhiêu bộ số (a, b, c, d) khác nhau?

6. Cho đa thức bậc hai với hệ số thực sao cho $P(11) = 181$ và $x^2 - 2x + 2 \le P(x) \le 2x^2 - 4x + 3$ đúng với bất kì số thực x. Tính P(21).

7. Tìm số nguyên lớn nhất không thể biểu diễn dưới dạng tổng của một vài số trong các số sau: 135, 136, 137, ..., 144 (mỗi số có thể xuất hiện nhiều lần trong tổng hoặc không xuất hiện một lần nào).

8. Cho n là một số nguyên dương. Bằng việc bỏ đi 3 chữ số cuối của n, nó trở thành căn bậc 3 của n. Tính giá trị có thể có của n.

9. Cho p, q là các số nguyên sao cho p + q = 2010. Nếu tất cả các nghiệm của phương trình $10x^2 + px + q = 0$ là các số nguyên dương, tính tổng tất cả các giá trị có thể có của p.

10. Cho ABCD là hình vuông với độ dài cạnh là 1. P và Q là 2 điểm trên mặt phẳng sao cho Q là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBPC và D là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔPQA. Tính giá trị dương lớn nhất có thể có của PQ^2. Biểu diễn PQ^2 đó trong dạng $a+\sqrt{b}$ hoặc $a-\sqrt{b}$, trong đó a, b là các số hữu tỉ.

11. Cho ABCD là một hình vuông với độ dài cạnh bằng 3. P là điểm trên mặt phẳng sao cho mỗi góc $\widehat{APB}, \widehat{BPC}, \widehat{CPD}$ và $\widehat{DPA}$ nhỏ nhất là 60^o. Nếu mỗi vị trí có thể của P được tô màu đỏ, hãy tính diện tích vùng màu đỏ đó.

12. Kí hiệu [x] là số nguyên lớn nhất không vượt quá x, ví dụ [π] = 3, [5,31] = 5 và [2010] = 2010. Cho f(0) = 0 và $f(n) = f\left(\left[\frac{n}{2}\right]\right) + n - 2\left[\frac{n}{2}\right]$ với mỗi số nguyên dương n. Nếu m là một số nguyên dương không vượt quá 2010, tìm giá trị lớn nhất của f(m).

13. Cho một lục giác có các góc bằng nhau với độ dài các cạnh là 6, 7, 8, 9, 10, 11 (không nhất thiết phải theo thứ tự). Nếu diện tích của lục giác là $k\sqrt{3}$, tính tổng tất cả các giá trị có thể có của k.

14. Trên mặt phẳng có hai tam giác, độ dài mỗi cạnh là 18, 24 và 30. Nếu hai tam giác không hoàn toàn trùng khít khi chồng lên nhau, nhưng có chung đường tròn ngoại tiếp và chung đường tròn nội tiếp tam giác, tính diện tích phần chung của cả hai tam giác.

15. ABCD là hình chữ nhật, P và Q tương ứng là trung điểm của AB và CD. AQ và CP cắt nhau tại R. Nếu AC = 6 và $\widehat{ARC} = 150^o$, tính diện tích ABCD.

16. Gọi p, q, r, s là bốn nghiệm của phương trình $2(10x + 13)^2(5x + 8)(x + 1) = 1$. Nếu pq + rs là số thực, hãy tính giá trị của số thực này.

17. Nếu $a.b = \dfrac{\sqrt{a^2 + 3ab + b^2 - 2a - 2b + 4}}{ab + 4}$, tính ((...((2010.2009).2008)...2).1).

18. Cho x là một số thực khác 0 sao cho $\sqrt[5]{x^3 + 20x} = \sqrt[3]{x^5 - 20x}$. Tính tích tất cả các giá trị có thể có của x.



Kì 22



Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

SIX + SIX + SIX = NINE + NINE

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Sưu tầm)*

Kết quả Kì 21 (TTT2 số 156)

Giả sử có

```
  GREEN
+ORANGE
 ------
 COLORS
```

● Dễ thấy O ≥ 1 và do G + R ≤ 8 + 9 = 17 nên C = O + 1.

● Nếu E + G ≤ 9 thì N + E có tận cùng là S = O (loại), vậy E + G ≥ 10, từ đó S + 1 = O.

● Chú ý: E + N = S, E + G = 10 + R, hoặc E + N = 10 + S ⇔ E + G = 9 + R (*). Trong cả hai trường hợp thì G > R.

● Sử dụng G + R = 10 + O hoặc G + R = 9 + O (**) để xét các trường hợp sau:

1. C = 9, O = 8, S = 7 thì G + R = 17 = 9 + 8 nên R = O (loại).

2. C = 8, O = 7, S = 6 thì G + R = 17 = 9 + 8 (R = C), hoặc G + R = 16 = 9 + 7 (R = O).

3. C = 7, O = 6, S = 5 thì G + R = 16 = 9 + 7 (R = C) hoặc G + R = 15 = 9 + 6 = 8 + 7 (R = O, hoặc R = C).

Dưới đây ta sẽ bỏ qua các số Q, R mà trùng với C hoặc O.

4. C = 6, O = 5, S = 4. Xét G + R = 15 = 8 + 7, theo (*) thì E = 9 và E + N = 4 (loại),

5. C = 5, O = 4, S = 3 thì G + R = 14 = 8 + 6 hoặc G + R = 13 = 7 + 6.

Ta xét các trường hợp

a) G = 8, R = 6, theo (*) thì E = 8 và E + N = 3 (loại), hoặc E = 7 và E + N = 14 ⇒ N = 7 = E (loại);

b) G = 7, R = 6, theo (*) thì E = 9 và E + N = 3 (loại), hoặc E = 8 và E + N = 14 ⇒ N = 6 = R (loại).

6. C = 4, O = 3, S = 2. Theo (*) có E + N = 12 và E + G = 9 + R, mà G + R = 13 = 8 + 5 = 7 + 6 hoặc G + R = 12 = 7 + 5.

Ta xét các trường hợp

a) G = 8, R = 5 thì E = 6 và N = 6 = E (loại);

b) G = 7, R = 6 thì E = 8 và N = 4 = C (loại);

c) G = 7, R = 5 thì E = 7 và N = 5 = R (loại).

7. C = 3, O = 2, S = 1. Theo (*) có E + N = 11 và E + G = 9 + R, mà G + R = 12 = 8 + 4 = 7 + 5 hoặc G + R = 11 = 7 + 4 = 6 + 5.

Ta xét các trường hợp

a) G = 8, R = 4 thì E = 5 và N = 6, dẫn đến 5 + A = L mà A, L chỉ là 7, 9 (loại);

b) G = 7, R = 5 thì E = 7 = G (loại);

c) G = 7, R = 4 thì E = 6 và N = 5, dẫn đến 5 + A = L mà A, L chỉ là 8, 9 (loại);

d) G = 6, R = 5 thì E = 8 và N = 3 = C (loại).

8. C = 2, O = 1, S = 0. Theo (*) có E + N = 10 và E + G = 9 + R, mà G + R = 11 = 8 + 3 = 7 + 4 = 6 + 5 hoặc G + R = 10 = 7 + 3 = 6 + 4.

Ta xét các trường hợp

a) G = 8, R = 3 thì E = 4 và N = 6, dẫn đến 4 + A = L với A = 5, L = 9 (thỏa mãn);

b) G = 7, R = 4 thì E = 6 và N = 4 = R (loại);

c) G = 6, R = 5 thì E = 8 và N = 2 = C (loại);

d) G = 7, R = 3 thì E = 5 và N = 5 = E (loại);

e) G = 6, R = 4 thì E = 7 và N = 3, dẫn đến 5 + A = L mà A, L chỉ là 5, 8, 9 (loại).

Vậy bài toán có nghiệm duy nhất là

```
   83446
+ 135684
 -------
  219130
```



Nhận xét. Bạn *Hoàng Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng** xứng đáng nhận phần thưởng vì đã giải đúng và lập luận đầy đủ.

VIỆT HẢI



ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 TỈNH BẮC GIANG

Năm học 2012 - 2013

(Đề đăng trên TTT2 số 156)

Câu 1.

1) $A = \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} + \frac{1}{10}\right) : \left(\frac{18}{12} - \frac{8}{12} + \frac{1}{12}\right) = \frac{6}{5} : \frac{12}{11} = \frac{72}{55}$.

2) $P = |x - 2012| + |x - 2013|$.

- Nếu $x = 2012$ hoặc $x = 2013$ thì $P = 1$.
- Nếu $x > 2013$ thì $P = |x - 2012| + |x - 2013| > 1 + |x - 2013| > 1$.
- Nếu $x < 2012$ thì $P = |x - 2012| + |x - 2013| > |x - 2012| + 1 > 1$.

Do vậy Min $P = 1$ khi $x = 2012$ hoặc $x = 2013$.

Câu 2.

1) Ta có $2^{x+2}.3^{x+1}.5^x = 10800$

$\Leftrightarrow 2^x.2^2.3^x.3.5^x = 10800 \Leftrightarrow (2.3.5)^x = 900$

$\Leftrightarrow 30^x = 30^2 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy $x = 2$.

2) Gọi số viên bi của An, Bình, Cường lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Theo bài ra ta có

$a + b + c = 74; \frac{a}{5} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{12}; \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \Rightarrow \frac{b}{12} = \frac{c}{15}$.

Từ đó ta có

$\frac{a}{10} = \frac{b}{12} = \frac{c}{15} = \frac{a+b+c}{10+12+15} = \frac{74}{37} = 2$

$\Rightarrow a = 20; b = 24; c = 30$.

Vậy số viên bi của An, Bình, Cường lần lượt có là 20; 24 và 30.

Câu 3.

1) Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng $p = 3k \pm 1$ ($k \in \mathbb{N}, k \geq 1$).

- Với $p = 3k + 1$ suy ra

$p^2 + 2012 = (3k + 1)^2 + 2012 = 9k^2 + 6k + 2013$

$\Rightarrow (p^2 + 2012) \,\vdots\, 3$.

- Với $p = 3k - 1$ suy ra

$p^2 + 2012 = (3k - 1)^2 + 2012 = 9k^2 - 6k + 2013$

$\Rightarrow (p^2 + 2012) \,\vdots\, 3$.

Vậy $p^2 + 2012$ là hợp số.

2) Vì n là số có hai chữ số nên $9 < n < 100$

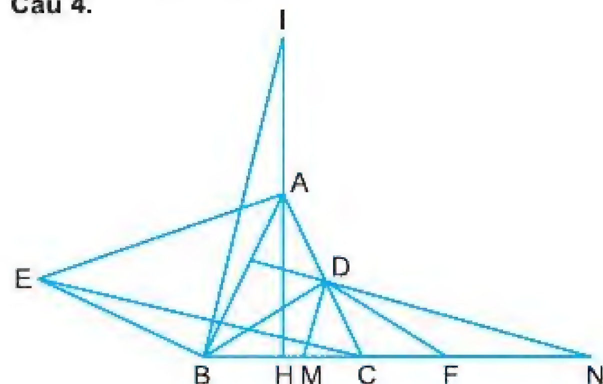
$\Rightarrow 18 < 2n < 200$.

Mặt khác 2n là số chính phương chẵn nên 2n có thể nhận các giá trị: 36; 64; 100; 144; 196.

Bằng cách thử thấy chỉ có với $2n = 64 \Rightarrow n + 4 = 36$ là số chính phương.

Vậy $n = 32$ là số cần tìm.

Câu 4.



a) Vì $\widehat{IAB}$ là góc ngoài của tam giác AHB nên

$\widehat{IAB} = \widehat{ABH} + \widehat{AHB} = \widehat{ABH} + 90^o$.

Lại có $\widehat{EBC} = \widehat{EBA} + \widehat{ABC} = \widehat{ABC} + 90^o$.

Do vậy $\widehat{IAB} = \widehat{EBC}$.

Xét ΔABI và ΔBEC có

$AI = BC$, $\widehat{IAB} = \widehat{EBC}$, $BE = BA$ (vì ΔABE vuông cân)

Do đó $\Delta ABI = \Delta BEC$ (c.g.c).

Vì $\Delta ABI = \Delta BEC$ nên ta có $\widehat{AIB} = \widehat{BCE}$.

Suy ra $\widehat{IBH} + \widehat{BCE} = \widehat{IBH} + \widehat{BIH} = 90^o$.

Do vậy ta có CE vuông góc với BI.

b) Ta có $DM \perp DN$ (tính chất đường phân giác)

Gọi F là trung điểm của MN, khi đó $FM = FD = FN$.

Vì ΔFDM cân nên $\widehat{FDM} = \widehat{FMD}$.

$\widehat{FMD} = \widehat{MBD} + \widehat{BDM} = \widehat{MBD} + \widehat{MDC}$.

Lại có $\widehat{CDF} + \widehat{MDC} = \widehat{MDF} = \widehat{FMD}$.

Suy ra $\widehat{MBD} = \widehat{CDF}$. (1)

Ta có $\widehat{MCD} = \widehat{CDF} + \widehat{CFD}$. (2)

Vì tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{MCD} = 2\widehat{MBD}$. (3)

Từ (1), (2) và (3), suy ra $\widehat{MBD} = \widehat{CFD}$ hay ΔBDF cân tại D.

Vậy $DB = DF = \frac{1}{2}MN$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)

Câu 1. *(1,5 điểm)*

Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $ab = 1$, $a + b \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{(a+b)^3}\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}\right)+\frac{3}{(a+b)^4}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+\frac{6}{(a+b)^5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right).$$

Câu 2. *(2,5 điểm)*

a) Giải phương trình $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x+3}$.

b) Chứng minh rằng $abc(a^3 - b^3)(b^3 - c^3)(c^3 - a^3) \vdots 7$ với mọi số nguyên a, b, c.

Câu 3. *(2 điểm)* Cho hình bình hành ABCD. Đường thẳng qua C vuông góc với CD cắt đường thẳng qua A và vuông góc với BD tại F. Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt đường trung trực của AC tại E. Hai đường thẳng BC và EF cắt nhau tại K. Tính tỉ số $\frac{KE}{KF}$.

Câu 4. *(1 điểm)* Cho hai số dương a, b thỏa mãn điều kiện $a + b \leq 1$. Chứng minh rằng $a^2 - \frac{3}{4a} - \frac{a}{b} \leq -\frac{9}{4}$.

Câu 5. *(2 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Gọi M là trung điểm của cạnh BC và N là điểm đối xứng của M qua O. Đường thẳng qua A vuông góc với AN cắt đường thẳng qua B vuông góc với BC tại D. Kẻ đường kính AE. Chứng minh rằng

a) BA.BC = 2BD.BE;

b) CD đi qua trung điểm của đường cao AH của tam giác ABC.

Câu 6. *(1 điểm)* Mười vận động viên tham gia cuộc thi đấu quần vợt. Cứ hai người trong họ chơi với nhau đúng một trận. Người thứ nhất thắng x_1 trận và thua y_1 trận, người thứ hai thắng x_2 trận và thua y_2 trận, ... , người thứ 10 thắng x_{10} trận và thua y_{10} trận. Biết rằng trong một trận đấu quần vợt không có kết quả hòa. Chứng minh rằng $x_1^2 + x_2^2 + ... + x_{10}^2 = y_1^2 + y_2^2 + ... + y_{10}^2$.

Câu 5. Ta có

$$P = \frac{1}{1007}+\frac{1}{1008}+...+\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}$$

$$= \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{1006}+\frac{1}{1007}+\frac{1}{1008}+... + \frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2006}\right)$$

$$= \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{1006}+\frac{1}{1007}+\frac{1}{1008}+... + \frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{2012}\right)$$

$$= 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...-\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013} = S.$$

Do vậy $(S - P)^{2013} = 0$.



Kết quả Giải toán qua thư



Bài 1(156). Cho 2015 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2016}$ thỏa mãn

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{2016}}=300.$$

Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai số trong 2016 số đã cho bằng nhau.

Lời giải. Giả sử trong 2016 số đã cho không có hai số nào bằng nhau, không mất tính tổng quát ta giả sử $a_1 < a_2 < a_3 < ... < a_{2016}$.

Vì $a_1, a_2, a_2, ..., a_{2016}$ đều là số nguyên dương nên ta suy ra $a_1 \geq 1; a_2 \geq 2; a_3 \geq 3, ..., a_{2016} \geq 2016$.

Suy ra

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{2016}}<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2016}$$

$$=1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)+...+$$

$$\left(\frac{1}{1024}+\frac{1}{1025}+\frac{1}{1026}+...+\frac{1}{2016}\right)$$

$$<1+\frac{1}{2}.2+\frac{1}{2^2}.2^2+\frac{1}{2^3}.2^3+...+\frac{1}{2^{10}}.2^{10}=11<300.$$

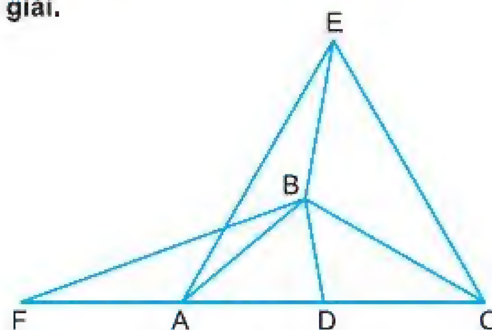
Mâu thuẫn với giả thiết.
Do đó điều giả sử là sai.
Vậy trong 2016 số đã cho phải có ít nhất 2 số bằng nhau

Nhận xét. Bài toán khá đẹp, phương pháp giải cũng không xa lạ với học sinh giỏi toán nên có khá nhiều em giải và giải đúng. Tuy nhiên nhiều em còn làm vắn tắt hoặc đánh giá chưa khéo.
Xin kể tên một số bạn có lời giải tốt: *Nguyễn Đức Hiếu*, 7C10, *Vũ Minh Bảo Khánh*, 7C10, *Lê Quang Huy*, 7C10, THCS Trần Phú, Lê Chân, **Hải Phòng**; *Ngô Đức Hoàng, Trần Nhật Hoa, Trần Phương Thảo, Nguyễn Thị Thùy Trang*, 6A, *Thiều Thị Hạnh Nguyên, Lê Thị Phương Linh*, 6B, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 6L, THCS Hà Huy Tập, TP. Vinh, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(156). Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=40^o$, $\widehat{C}=30^o$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho CD = AB. Tính số đo $\widehat{ABD}$.

Lời giải.



Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa B dựng tam giác đều AEC. Xét hai tam giác BAC và BEC có BC chung, EC = AC, $\widehat{BCA}=\widehat{BCE}\ (=30^o)$ nên $\Delta BAC = \Delta BEC$ (c.g.c) $\Rightarrow$ AB = EB và $\widehat{ABC}=\widehat{EBC}=110^o$ (theo giả thiết).

Từ đó $\widehat{ABE}=360^o-110^o-110^o=140^o$

$\Rightarrow \widehat{BAE}=\widehat{BEA}=20^o$.

Trên tia đối của tia AC lấy điểm F sao cho AF = AB. Xét hai tam giác cân AFB và BAE có AB chung, $\widehat{FAB}=\widehat{ABE}=140^o$, FA = EB

$\Rightarrow \Delta AFB = \Delta BEA$ (c.g.c) $\Rightarrow$ FB = EA = AC = FD.
Từ đó ΔFBD cân tại F, dẫn đến

$$\widehat{FBD}=\frac{180^o-\widehat{AFB}}{2}=\frac{180^o-20^o}{2}=80^o.$$

Ta có $\widehat{ABD}=\widehat{FBD}-\widehat{FBA}=80^o-20^o=60^o$.

Nhận xét. Xin nêu tên một số bạn có lời giải gọn hơn cả: *Nguyễn Đức Tân, Tạ Hoàng Hải, Nguyễn Quốc Thứ, Nguyễn Trung Hiếu, Phạm Thùy Linh, Nguyễn Quang Huy, Vũ Ngọc Ánh, Ngô Bình Minh, Triệu Hồng Ngọc, Nguyễn Thu Hương, Trần Tiến Đạt, Cao Đức Học, Nguyễn Việt Thu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Quang Huy, Nguyễn Đức Hiếu, Nguyễn Duy Phúc*, 7C10, THCS Trần Phú, Lê Chân, **Hải Phòng**; *Nguyễn Tiến Phong*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Xuân Hoàng*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(156). Cho các số nguyên dương a, b thỏa mãn ab + 1 là số chính phương. Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương c sao cho ac + 1 và bc + 1 đều là số chính phương.

Lời giải. Giả sử $ab + 1 = n^2$ ($n \in \mathbb{N}$).
Chọn $c = a + b + 2n$.
Ta có

$ac + 1 = a(a + b + 2n) + 1 = a^2 + 2na + ab + 1$
$= a^2 + 2na + n^2 = (a + n)^2$.

$bc + 1 = b(a + b + 2n) + 1 = b^2 + 2nb + ab + 1$
$= b^2 + 2nb + n^2 = (b + n)^2$.

Vậy $ac + 1$ và $bc + 1$ đều là số chính phương.

Nhận xét. Có nhiều bạn hiểu để không đúng. Các bạn chọn $c = b$ thì $ac + 1$ là số chính phương và chọn $c = a$ thì $bc + 1$ là số chính phương. Như vậy không đúng yêu cầu bài toán.
Lưu ý rằng phải chỉ ra một giá trị của c, sao cho cả hai số $ac + 1$ và $bc + 1$ đều là số chính phương. Cách chọn c như trong bài giải có thể không phải là duy nhất.
Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Đỗ Thúy Hồng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Đình Hoàng*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh.**

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(156). Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+3\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}\right)\ge 2\left(a+b+c+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{a}{c}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}\ge 3\sqrt[3]{\frac{ab}{c^2}}=3\sqrt[3]{\frac{abc}{c^3}}=\frac{3}{c}. \ (1)$$

Chứng minh tương tự ta cũng có

$$\frac{c}{b}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}\ge\frac{3}{b}. \ (2) \quad \frac{b}{a}+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}\ge\frac{3}{a}. \ (3)$$

Cộng theo vế của (1), (2), (3) ta được

$$3\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}\right)\ge 3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right). \ (4)$$

Mặt khác, do $abc = 1$ nên theo bất đẳng thức AM-GM

ta có $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

$$=\left(\frac{a}{b}+ab\right)+\left(\frac{b}{c}+bc\right)+\left(\frac{c}{a}+ca\right)$$

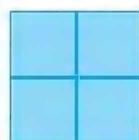
$\ge 2a+2b+2c.$ (5)

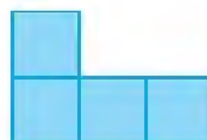
Từ (4) và (5) suy ra đpcm.
Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài và có lời giải đúng. Các bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Lê Ngọc Hoa, Chu Văn Việt*, 8E1, *Lê Anh Dũng, Kim Thị Hồng Lĩnh, Nguyễn Hoài Phương, Phùng Thị Xuân Thuỷ*, 9E1, *Nguyễn Công Kiên*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Nguyễn Kim Ngân*, 9A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hoà, **Hà Nội**; *Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Nguyễn Sơn Lâm*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, *Phạm Trần Khánh Linh*, 8A, THCS Hùng Vương, Phú Thọ, **Phú Thọ.**

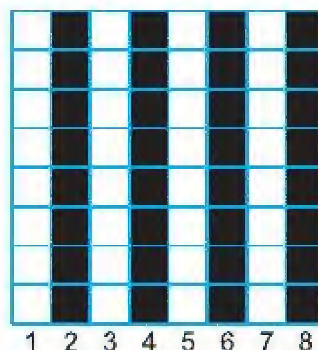
CAO VĂN DŨNG

Bài 5(156). Có thể xếp 9 hình vuông gồm 4 ô vuông nhỏ (hình 1) và 7 hình thước thợ gồm 4 ô vuông nhỏ (hình 2) để phủ kín bàn cờ 8×8 ô vuông nhỏ hay không?


Hình 1


Hình 2

Lời giải.



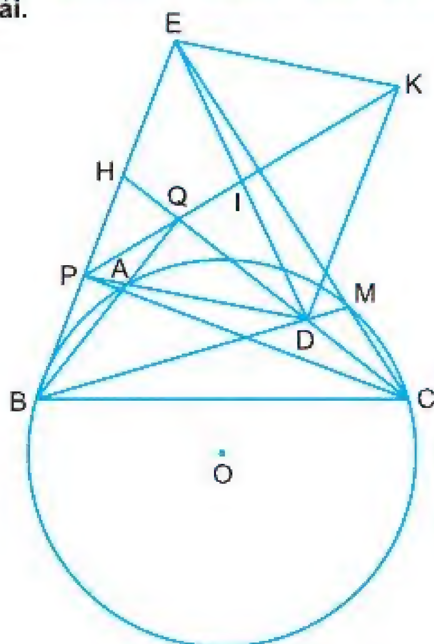
Ta tô màu các cột trắng, đen xen kẽ nhau như sau: các cột 1, 3, 5, 7 tô trắng; các cột 2, 4, 6, 8 tô đen.
Mỗi hình vuông kích thước 2×2 (hình 1) luôn phủ kín 4 ô vuông kích thước 1×1, trong đó có 2 ô đen và 2 ô trắng. Mỗi hình thước thợ (hình 2) luôn phủ kín 4 ô vuông kích thước 1×1, trong đó có 3 ô đen và 1 ô trắng, hoặc 1 ô đen và 3 ô trắng. Như vậy, 9 hình vuông kích thước 2×2 (hình 1) và 7 hình thước thợ (hình 2) luôn phủ kín một số lẻ ô đen kích thước 1×1. Mà với cách tô màu như trên thì có có 32 ô vuông kích thước 1×1 được tô đen là một số chẵn.
Vậy ta không thể dùng các hình đã cho để phủ kín bàn cờ 8×8.

Nhận xét. Hầu hết các bạn gửi bài về tòa soạn giải đúng. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Lê Xuân Hoàng*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Phương Anh*, 9H, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đỗ Thúy Hồng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Huấn, Nguyễn Công Kiên*, 9B; *Nguyễn Hoài Phương, Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(156). Cho tam giác ABC ($\hat{A} > 90^\circ$) nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác ABC. M là điểm chuyển động trên cung nhỏ BC. Gọi D là giao điểm của BM và CH, E là giao điểm của CM và BH. Chứng minh rằng trung điểm của đoạn thẳng DE nằm trên một đường thẳng cố định.

Lời giải.



Gọi P, Q theo thứ tự là giao điểm của BH và CA, của CH và BA. Lấy K thuộc PQ sao cho DK // PE. Vì DK // PE nên, theo định lí Thales ta có

$$\frac{DK}{DQ} = \frac{HP}{HQ}. \ (1)$$

Vì H là trực tâm của ΔABC và M thuộc $\overset{\frown}{BC}$ của đường tròn (O) nên

$\widehat{CPE} = \widehat{CPH} = 90^\circ = \widehat{BQH} = \widehat{BQD}$;

$\widehat{PCE} = \widehat{ACM} = \widehat{ABM} = \widehat{QBD}$.

Do đó $\Delta CPH \backsim \Delta BQH$; $\Delta CPE \backsim \Delta BQD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{DK}{PE} = \frac{DK}{DQ} \cdot \frac{DQ}{PE} = \frac{HP}{HQ} \cdot \frac{BQ}{CP} = \frac{CP}{BQ} \cdot \frac{BQ}{CP} = 1.$$

Điều đó có nghĩa là DK = PE.

Vậy PEKD là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của DE thì I thuộc PK, mà K thuộc PQ, suy ra I thuộc đường thẳng cố định PQ.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hoà, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH HÀ





ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư



Lê Quang Huy, Nguyễn Đức Hiếu, Nguyễn Duy Phúc, 7C10, THCS Trần Phú, Lê Chân, **Hải Phòng**; *Trần Đình Hoàng*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Xuân Hoàng*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đỗ Thúy Hồng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1; *Kim Thị Hồng Lĩnh, Nguyễn Hoài Phương*, 9E1; *Nguyễn Công Kiên*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.



Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).



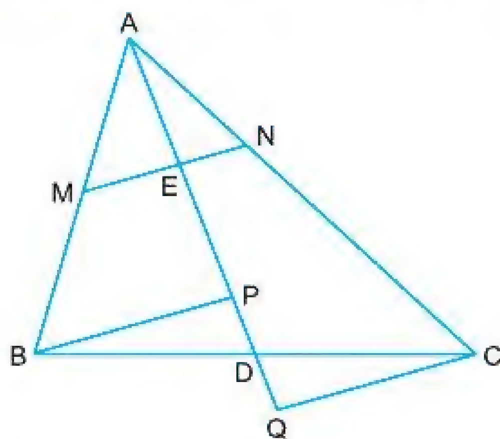
Kì này KHÔNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Bài toán. Cho hai phương trình $x^2 + 2015x - 2016 = 0$ và $y^2 + 2015y - 2016 = 0$. Không giải phương trình có cách nào tính được $x + y$, $x - y$ hay không? Biết rằng $x > y$.

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*



Kết quả CHIA TỈ LỆ ĐOẠN TRUNG TUYẾN (TTT2 số 156)



Giả sử AB < AC, AB = mAM và AC = nAN. Từ B kẻ BP // MN và cắt AD ở điểm P. Từ C kẻ CQ // MN và cắt AD ở điểm Q.

Ta chứng minh được $\Delta BDP = \Delta CDQ$ (g.c.g) nên DP = DQ.

Do BP // ME nên $\frac{AP}{AE} = \frac{AB}{AM} = m$.

Vì CQ // NE nên $\frac{AQ}{AE} = \frac{AC}{AN} = n$. Từ đó 2AD = AP + PD + AQ − DQ = AP + AQ = mAE + nAE = (m + n)AE.

Suy ra $\frac{AD}{AE} = \frac{m+n}{2}$.

a) Với AB = 3AM và $AC = \frac{5}{2}AN$ thì $\frac{AD}{AE} = \frac{11}{4}$.

b) Với AB = 3AM và $\frac{AD}{AE} = \frac{7}{3}$ thì $\frac{3+n}{2} = \frac{7}{3}$, suy ra $n = \frac{5}{3}$ tức là $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{5}$.

Nhận xét. Một số bạn giải bài này bằng cách tính tỉ số diện tích các tam giác. Phần thưởng kì này dành cho các bạn: *Bùi Xuân Dương*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, *Phùng Thị Xuân Thủy*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.

ANH COMPA







MÓN QUÀ biến mất

LÊ ÁNH TUYẾT
(6E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Là chủ một tập đoàn lớn, công việc hết sức bận rộn nên hàng ngày ông Ninh thường về nhà vào khoảng 9 giờ tối. Hôm đó, do kế hoạch tiếp khách thay đổi nên ông Ninh về sớm hơn thường lệ. Vào tới nhà là ông lên phòng riêng luôn. Chưa kịp thay quần áo ông đã hăm hở bước tới chiếc tủ đặt ở góc phòng. Vừa mới mua một viên kim cương quý giá nên ông Ninh rất háo hức ngắm nghía. Tuy nhiên, vừa mở ngăn kéo tủ, mặt ông Ninh đã biến sắc. Viên kim cương không còn ở đó nữa. Ông lục tung cả tủ lên cũng không thấy đâu cả.
Là người điềm đạm, kín đáo nên ông Ninh không vội làm to chuyện. Ông lặng lẽ gọi cho thám tử Sêlôccôc, nhờ giúp đỡ.
Một lúc sau, thám tử đã có mặt tại nhà ông Ninh.
- Tôi vừa bí mật mua viên kim cương để tặng vợ nhân ngày sinh nhật của bà ấy. Không ai biết việc này cả. Cũng không ai biết là tôi để nó trong tủ. Thế mà nó lại biến mất.
- Ông để viên kim cương vào tủ từ lúc nào?
- Tối qua. Hôm qua về muộn quá nên tôi cất tạm vào tủ rồi tắm rửa, ngủ một mạch đến sáng.
- Thế tức là viên kim cương đã bị mất trong ngày hôm nay. Có những ai đang ở nhà ông hôm nay?
- Vợ con tôi đang đi du lịch, nhà chỉ có bà giúp việc với một đứa cháu. À, mà có ông em họ tôi mới tới ở nhờ để sáng sớm mai ra ga đi miền Nam.
- Bây giờ dù đã muộn nhưng tôi buộc phải nói chuyện với họ. Ông nhất trí chứ?
- Tất nhiên rồi. Tôi sẽ gọi từng người.
Đầu tiên là bà Mơ - người giúp việc:
- Từ sáng đến giờ, chị đã làm gì, ở đâu?
- Tôi vẫn chợ búa, cơm nước như mọi ngày. Sáng nay, trước khi đi làm, ông Ninh báo là tối tiếp khách về muộn, không ăn cơm nên tôi định không đi chợ, chỉ nấu đơn giản...

Thế nhưng lúc gần trưa lại có ông Phong, em họ của ông Ninh từ quê lên, ghé vào ở nhờ để sớm mai ra ga. Vì thế nên tôi lại đi chợ để cơm nước cho tươm tất một chút.

Tiếp theo là cậu Bình - cháu ông Ninh.

- Cả ngày hôm nay, cháu đã làm gì?

- Dạ, sáng cháu đi học. Sau khi ăn cơm trưa, cháu chở chú Phong ra trung tâm thành phố để chú mua sắm vài thứ.

- Vậy là chiều nay hai chú cháu đi cùng nhau suốt à?

- Không ạ. Cháu chỉ chở chú Phong ra trung tâm thôi rồi đi học luôn. Chú Phong tự về ạ.

Cuối cùng là ông Phong:

- Ông tới đây từ sáng à?

- Không gần trưa tôi mới tới. Cơm nước xong tôi nhờ cháu Bình chở đi mua vài thứ để mang vào Nam làm quà. Sáng mai tôi lên tàu sớm.

- Ông mua được những gì thế?

- Thì cũng vài thứ đặc sản miền Bắc thôi. À, mà may quá thám tử ạ! Lúc dạo phố tình cờ tôi đã mua được một cuốn tài liệu quý cho đứa cháu. Mấy tháng vừa rồi tôi tìm khắp nơi không có, bỗng nhiên lại mua được. Mừng ơi là mừng!

- Tài liệu gì thế ông?

- Cuốn Tổng tập Toán Tuổi thơ ạ.

- Tôi có nghe nói đến Tạp chí Toán Tuổi thơ. Lại có cả Tổng tập nữa à?

- Vâng. 24 số tạp chí của một năm được đóng thành một tập dày. Cháu tôi mê cuốn này lắm. Năm nào tôi cũng mua cho cháu một tập. Trong đó có rất nhiều bài toán hay dành cho học sinh từ lớp 1 đến lớp 9.

- Thế thì vừa quý, vừa tiện nhỉ. Khi nào gặp chắc tôi cũng sẽ mua cho đứa cháu.

Sau khi hỏi chuyện cả ba người, thám tử nói với ông Ninh:

- Tôi bắt đầu nghi một trong ba người ở nhà ông rồi.

Rất bất ngờ nên ông Ninh không thể đoán được đó là ai. Các thám tử Tuổi Hồng hãy giúp ông Ninh nhé!

Kết quả CON RÙA VÀNG (TTT2 số 156)

Rất nhiều bạn gửi bài tham gia nhưng rất tiếc, số bạn làm đúng hoàn toàn thì lại không nhiều. Vì sao nhỉ? Vẫn vì một lí do quen thuộc: Thấy để bài có vẻ dễ nên không ít bạn đã chủ quan. Có 2 chi tiết được "gài bẫy", đó là khoảng thời gian bài thơ được sáng tác và tên đầy đủ của bài thơ. Hầu hết các bạn chỉ chú ý đến chi tiết đầu (bài thơ được viết trong thời kì kháng chiến chống Mỹ chứ không phải kháng chiến chống Pháp) mà bỏ qua chi tiết thứ hai ("Bài thơ về tiểu đội xe không kính" chứ không phải "Tiểu đội xe không kính").

Hãy ghi nhớ: Để bài càng dễ, chúng ta càng dễ nhầm. Công việc càng đơn giản, chúng ta càng dễ cẩu thả, chủ quan.



Phần thưởng sẽ được gửi tới: *Nguyễn Thị Diễm Quỳnh*, 6A, THCS Long Châu; *Hoàng Đức Long*, 9A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Ánh Tuyết*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Thái Thùy Linh*, 8B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phan Lê Vân Nhi*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc





Bài 67: 我从胡志明市来

Tôi từ thành phố Hồ Chí Minh tới

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Từ mới.

从 cóng: [tòng] từ; khởi đầu từ (giới từ)
姓名 xìngmíng: [tính danh] họ và tên
国籍 guójí: [quốc tịch] quốc tịch
日期 rìqī: [nhật kỳ] ngày
住址 zhùzhǐ: [trú chỉ] địa chỉ nơi ở
电子邮件 diànzǐ yóujiàn: [điện tử bưu kiện] hộp thư điện tử
简历 jiǎnlì: [giản lịch] tóm tắt lí lịch
性别 xìngbié: [tính biệt] giới tính
出生 chūshēng: [xuất sinh] ra đời
地点 dìdiǎn: [địa điểm] địa điểm

Mẫu câu.

1. A: 你好！你叫什么？(Nǐ hǎo! Nǐ jiào shénme?) Xin chào! Bạn tên gì?

B: 你好！我叫明明，你呢？(Nǐ hǎo! Wǒ jiào Míngmíng. Nǐ ne?)
Xin chào! Mình tên là Minh Minh, còn bạn?

A: 我叫小玲。你多大？(Wǒ jiào xiǎo Líng. Nǐ duōdà?)
Mình tên là Tiểu Linh, bạn bao nhiêu tuổi?

B: 我今年十二岁。(Wǒ jīnnián shí'èr suì.) Năm nay mình 12 tuổi.

A: 我比你大一点儿，我十四岁。你家在哪儿？
(Wǒ bǐ nǐ dà yīdiǎn er, wǒ shísì suì. Nǐ jiā zài nǎ'er?)
Mình lớn hơn bạn một chút, mình 14 tuổi. Nhà bạn ở đâu?

B: 我家在河内，你呢？(Wǒjiā zài Hénèi, nǐ ne?) Nhà mình ở Hà Nội, còn bạn?

A: 我从胡志明市来，我家在胡志明市。
(Wǒ cóng Húzhìmíng shì lái, wǒjiā zài Húzhìmíng shì.)
Mình đến từ thành phố Hồ Chí Minh, nhà mình ở thành phố Hồ Chí Minh.

2. 我叫小玲，我是一个女孩子。我是越南人。我的出生日期是二零零四年十二月四号，我今年十二岁。我在河内出生。我是个学生。现在我家在胡志明市。我的电话是38526xx，我的电子邮件是：ling@yahoo.com.

(Wǒ jiào xiǎo Líng, wǒ shì yīgè nǚ háizi. Wǒ shì Yuènán rén. Wǒ de chūshēng rìqī shì èr líng líng sì nián shí'èr yuè sì hào, wǒ jīnnián shí'èr suì. Wǒ zài Hénèi chūshēng. Wǒ shìgè xuéshēng. Xiànzài wǒjiā zài Húzhìmíng shì. Wǒ de diànhuà shì 38526xx, wǒ de diànzǐ yóujiàn shì: ling@yahoo.com.)

Mình tên là Tiểu Linh, mình là một cô gái. Mình là người Việt Nam. Mình sinh vào ngày 4 tháng 12 năm 2004, năm nay mình 12 tuổi. Mình sinh ra ở Hà Nội. Mình là một học sinh. Hiện nay nhà mình ở thành phố Hồ Chí Minh. Điện thoại của mình là 38526xx, hộp thư điện tử của mình là: ling@yahoo.com.

(Kì sau đăng tiếp)



UNIT 19. GAS LAWS AND PARTICLES OF MATTER

(Tiếp theo kì trước)

VŨ KIM THỦY

Question 8. A student observes the Brownian motion of smoke particles in air with a microscope. She sees moving points of light. These points of light come from

A. air particles only moving randomly

B. air particles only vibrating

C. smoke particles only moving randomly

D. smoke particles only vibrating

E. both smoke and air particles moving randomly

Question 9. Some gas trapped in a cylinder is compressed at constant temperature by a piston. Which of the following will not change?

A. density B. mass C. molecular spacing D. pressure E. volume

Physics Terms

observe	quan sát
Brownian motion	chuyển động Braonơ
smoke	khói
particle	phân tử
air	không khí
microscope	kính hiển vi
light	ánh sáng
random	ngẫu nhiên
cylinder	ống hình trụ
piston	pít tông
change	thay đổi
density	mật độ, khối lượng riêng
mass	khối lượng
molecular spacing	khoảng cách phân tử
pressure	áp suất
volume	thể tích
trapped	được giữ
compressed	được nén



Practice. Tòa soạn chờ bài làm của các bạn gửi về. Bài dịch tốt được nêu tên trên báo và có phần thưởng. Thời gian nhận bài đến 15.5.2016 tính theo dấu bưu điện.

Kết quả GAS LAWS AND PARTICLES OF MATTER (TTT2 số 156)



Q5. A. $\frac{1}{3}$ litre.

Q6. C. heated then compressed.

Q7. A. the air in the bag has become less dense.



Nhận xét. Có rất nhiều bạn tham gia giải bài, tòa soạn xin trao quà cho các bạn có lời giải đúng là: *Vũ Thảo Nhi*, *Nguyễn Thị Băng Băng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Đỗ Gia Nam*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc.**

HÀ MAI

Kết quả NGHE VÀ NHÌN (TTT2 số 156)

Mùa xuân đã đến! Ai cũng hân hoan, vui tươi khi được hòa mình vào tiết trời xuân này. Xuân mang đến sức sống cho mọi vật, cho cây cối đâm chồi nảy lộc. Đặc biệt hơn nữa, trong không khí rộn ràng này ta bất chợt được ngắm nhìn bức ảnh về mùa xuân của nhiếp ảnh gia Phan Ngọc Quang. Nổi bật trên tấm ảnh là màu xanh bát ngát của những chồi non lộc biếc đang cựa quậy vươn mình. Cạnh đó là một khu vườn hoa đang đua hương khoe sắc với đất trời bao la. Giữa tiết xuân ấy, dường như con người cũng trở nên tươi tắn và xinh đẹp hơn. Các cô gái trong sắc tà áo dài truyền thống rực rỡ không kém gì những bông hoa kia. Đôi bàn tay khéo léo của các thiếu nữ lướt nhẹ trên dây đàn trông thật thanh thoát và yêu kiều. Khuôn mặt thánh thiện cùng đôi môi cười duyên dáng của họ như phản chiếu ánh hào quang của trời đất vậy. Chỉ cần ngắm nhìn thần thái của các cô, cũng đủ làm cho ta cảm nhận những giai điệu xuân rộn ràng lắm rồi! Phải nói đây là một bức tranh về mùa xuân rất xuân bởi nó có đầy đủ về hình khối, màu sắc, có xa có gần, có tĩnh có động. Bức tranh giúp ta cảm nhận đầy đủ những cung bậc cảm xúc của mùa xuân.



Nhận xét. Có rất nhiều bạn gửi bài, tòa soạn xin được trao quà cho bạn có lời văn hay và giàu cảm xúc là: *Lê Ánh Tuyết*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

HÀ MY



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI SÁU

Người thách đấu: *Tạ Minh Hiếu*, GV THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Bài toán thách đấu: Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 6bc - 4ca$.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.5.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI TƯ (TTT2 số 156)

Bất đẳng thức đã cho tương đương với

$$\frac{a^2}{b+c}+a+\frac{b^2}{c+a}+b+\frac{c^2}{a+b}+c \geq \frac{(a+b+c)^2}{2\sqrt{3(ab+bc+ca)}}+a+b+c$$

$$\Leftrightarrow \frac{a(a+b+c)}{b+c}+\frac{b(a+b+c)}{c+a}+\frac{c(a+b+c)}{a+b} \geq \frac{(a+b+c)^2}{2\sqrt{3(ab+bc+ca)}}+a+b+c$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2\sqrt{3(ab+bc+ca)}}+1. \quad (1)$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$\left[\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right]\left[a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)\right] \geq (a+b+c)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b} \geq \frac{(a+b+c)^2}{2(ab+bc+ca)}.$$

Ta sẽ chứng minh $\dfrac{(a+b+c)^2}{2(ab+bc+ca)} \geq \dfrac{a+b+c}{2\sqrt{3(ab+bc+ca)}}+1$. (2)

Đặt $t = \dfrac{a+b+c}{\sqrt{3(ab+bc+ca)}} > 0$, từ bất đẳng thức cơ bản $(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$, ta nhận được $t^2 \geq 1$, suy ra $t \geq 1$. Bất đẳng thức (2) viết lại thành

$$\frac{3t^2}{2} \geq \frac{t}{2}+1 \Leftrightarrow (t-1)(3t+2) \geq 0,$$ luôn đúng.

Suy ra (2) được chứng minh.

Từ (1), (2) suy ra đpcm.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.



Nhận xét. Bạn *Nguyễn Minh Đức*, 9H1, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm, **Hà Nội** có lời giải gọn gàng nhất là người đăng quang trong trận đấu này. Các bạn sau có lời giải đúng được khen: *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh phúc**; *Vũ Hoàng Kiên*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa.**

LÊ ĐỨC THUẬN



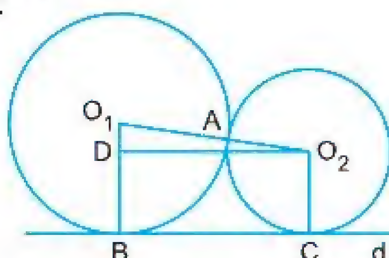
BÀI TOÁN DỰNG ĐƯỜNG TRÒN

NGUYỄN BÁ ĐANG *(Hà Nội)*

Bài toán dựng hình kết hợp với các bài toán chứng minh, tính toán, quỹ tích giúp chúng ta hình thành và phát triển tư duy khoa học, tính chính xác. Việc vẽ hình đúng (có thể dùng phần mềm hỗ trợ vẽ hình) rất quan trọng để tìm ra hướng giải toán dựng hình. Bài viết này giới thiệu một số bài toán dựng hình như thế.

Ví dụ 1. Cho đường thẳng d, và độ dài hai đoạn thẳng r_1, r_2 ($r_1 > r_2$). Dựng hai đường tròn có bán kính r_1 và r_2 tiếp xúc ngoài với nhau và tiếp xúc với đường thẳng d.

Lời giải.



● *Phân tích:* Giả sử hai đường tròn (O_1; r_1) và (O_2; r_2) tiếp xúc ngoài tại A và tiếp xúc với đường thẳng d thứ tự tại B và C.

Ta có $O_1O_2 = r_1 + r_2$, $O_1B \perp d$, $O_2C \perp d$.

Hạ $O_2D \perp O_1B$ tại D thì $O_2D = BC \Leftrightarrow O_1D = r_1 - r_2$.

Theo định lí Pythagore ta có

$DO_2^2 = O_1O_2^2 - O_1D^2 \Leftrightarrow DO_2^2 = 4r_1r_2 \Leftrightarrow DO_2 = 2\sqrt{r_1r_2}$.

● *Cách dựng:*

- Dựng trên một đường thẳng hai đoạn thẳng liên tiếp $EF = r_1$, $FG = r_2$, dựng nửa đường tròn đường kính EG;
- Dựng đường thẳng vuông góc với EG cắt nửa đường tròn tại H khi đó $FH = x = \sqrt{r_1r_2}$;
- Trên đường thẳng d dựng đoạn thẳng BC sao cho $BC = 2x = 2\sqrt{r_1r_2}$;
- Từ đó ta dựng được các điểm D, O_2, O_1.

● *Chứng minh:* Áp dụng Định lí Pythagore có

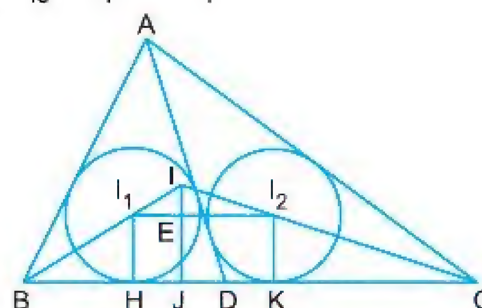
$O_1O_2^2 = O_1D^2 + DO_2^2 = (r_1 - r_2)^2 + 4r_1r_2 = (r_1 + r_2)^2$.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC. Xác định điểm D trên BC sao cho đường tròn nội tiếp các tam giác ABD và ADC bằng nhau.

Lời giải. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. Đặt BC = a, CA = b, AB = c, a + b + c = 2p, $2p_1 = c + BD + AD$, $2p_2 = b + CD + AD$ thì $p_1 + p_2 = p + AD$.

● *Phân tích:* Giả sử I_1 và I_2 thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp ΔABD và ΔADC có cùng bán kính k và AD (D ∈ BC) tiếp xúc với (I_1), (I_2) thì I_1I_2 // BC. Theo định lí Thales ta có

$\frac{I_1I_2}{BC} = \frac{IE}{IJ} = \frac{r-k}{r} = 1 - \frac{k}{r}$ (1).



Hạ $I_1H \perp BC$, $I_2K \perp BC$ thì $I_1I_2 = HK$

$= HD + DK = p_1 - c + p_2 - b = p + AD - b - c$. (2)

Mặt khác $pr = S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADC} = (p_1 + p_2)k = (p + AD)k$. (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có

$$\frac{p - b - c + AD}{a} = 1 - \frac{p}{p + AD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AD - p}{a} = -\frac{p}{p + AD} \Leftrightarrow AD^2 = p(p - a). \ (4)$$

● *Cách dựng:*

- Dựng như ví dụ 1 được $FH^2 = p(p - a)$;
- Dựng đường tròn tâm A bán kính FH, cắt cạnh BC tại D.

● *Chứng minh:* Dựng (I_1) và (I_2). Từ (4), (2), (3) có (1), suy ra I_1I_2 // BC.

Ví dụ 3. Cho hai đường tròn (O_1; r_1) và (O_2; r_2) tiếp xúc ngoài tại A và tiếp xúc với đường thẳng d tại B và C tương ứng. Tính bán kính đường tròn tiếp xúc với BC và tiếp xúc ngoài với (O_1), (O_2). Nêu cách dựng đường tròn đó.

Lời giải.

● *Phân tích:* Gọi (O, r) là đường tròn tiếp xúc với (O_1; r_1) và (O_2; r_2) và tiếp xúc với đường thẳng d tại E (giả sử $r_1 \geq r_2$).

Ta có $O_1O_2 = r_1 + r_2$, $O_1D = r_1 - r_2$.

Qua O kẻ đường thẳng song song với BC cắt O_1B tại M, cắt O_2C tại N.

Ta có $OO_1 = r_1 + r$, $OO_2 = r_2 + r$, $MN = O_2D = BC = OM + ON$.

Theo định lí Pythagore (tương tự ví dụ 1) thì $OM = 2\sqrt{r_1r}$, $ON = 2\sqrt{r_2r}$ và $O_2D = 2\sqrt{r_1r_2}$

$$\Rightarrow \sqrt{r_1r} + \sqrt{r_2r} = \sqrt{r_1r_2} \Rightarrow \sqrt{r} = \frac{\sqrt{r_1r_2}}{\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2}}.$$

Bạn đọc tự nêu cách dựng hình và chứng minh.

Đến đây nhiều người cho là dễ, nhưng thực ra để dựng r phải qua nhiều bài toán dựng cơ bản, chẳng hạn:

1) $r = \dfrac{r_1r_2}{r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1r_2}} \Rightarrow \dfrac{r}{r_2} = \dfrac{r_1}{r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1r_2}}$,

(áp dụng định lí Thales).

2) $\dfrac{1}{\sqrt{r}} = \dfrac{1}{\sqrt{r_1}} + \dfrac{1}{\sqrt{r_2}} \Rightarrow \dfrac{1}{r} = \dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{2}{\sqrt{r_1r_2}}$

(dựng nghịch đảo hai đoạn thẳng).

3) $(r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1r_2})r = r_1r_2$

(dựng đường tròn đi qua ba điểm).

Ví dụ 4. Dựng đường tròn tiếp xúc với hai cạnh của tam giác ABC và tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. *(đề thi Nữ sinh tài năng Châu Âu 2012 và định lí Lyness)*

Lời giải.

● *Phân tích:* Giả sử đường tròn (J) tiếp xúc với cạnh AB, AC thứ tự tại M, N và tiếp xúc với đường tròn (O) tại P, suy ra O, J, P thẳng hàng. Đường thẳng PN cắt đường tròn O tại E.

Ta có ΔOPE và ΔJPN là các tam giác cân

$\Rightarrow \widehat{OPE} = \widehat{OEP} = \widehat{JNP} \Rightarrow OE // JN$.

Ta lại có $JN \perp AC \Rightarrow OE \perp AC \Rightarrow \overset{\frown}{EA} = \overset{\frown}{EC}$

$\Rightarrow$ BE là phân giác của góc ABC

$\Rightarrow \widehat{CPE} = \widehat{CBE} = \widehat{ACE}$

$\Rightarrow \Delta CEN$ và ΔPEC đồng dạng (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{EC}{EP} = \dfrac{EN}{EC} \Rightarrow EC^2 = EN.EP$. (1)

Giả sử đường thẳng BE cắt MN tại I.

Ta có $\widehat{IMP} = \widehat{NMP} = \widehat{NPy} = \widehat{EPy} = \widehat{EBP}$.

$\Rightarrow \widehat{IMP} = \widehat{IBP} \Rightarrow$ tứ giác BMIP nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{BMP} = \widehat{BIP}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BP}$)

Mặt khác $\widehat{MPx} = \widehat{PMB} = \widehat{MNP}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{MP}$)

$\Rightarrow \widehat{BIP} = \widehat{MNP} \Rightarrow \widehat{EIP} = \widehat{ENI}$

$\Rightarrow \Delta ENI \backsim \Delta EIP$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{EI}{EP} = \dfrac{EN}{EI} \Rightarrow EI^2 = EN.EP$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EI = EC = EA$.

Ta có $\widehat{ICB} = \widehat{EIC} - \widehat{IBC} = 90^\circ - \dfrac{1}{2}\hat{A} - \dfrac{1}{2}\hat{B} = \dfrac{1}{2}\hat{C}$

$\Rightarrow$ CI là phân giác của $\hat{C}$

$\Rightarrow$ I là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta ABC \Rightarrow AI \perp MN$.

● *Cách dựng:*

- Dựng điểm I là giao hai đường phân giác AI và BE của ΔABC, với E thuộc (O);
- Qua I dựng đường thẳng vuông góc với AI cắt AB, AC tại M và N theo thứ tự;
- Từ N dựng đường vuông góc với AC cắt AI tại J, kẻ $JM \perp AB$;
- Dựng đường tròn tâm I bán kính JN cắt (O) tại P.

● *Chứng minh*: - Dễ dàng thấy $JM \perp AB$, $JN \perp AC$ và $JM = JN$ nên (J) tiếp xúc với (O) tại M, N.

- Do $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{AC}$ nên $OE \perp AC$.

Suy ra $\Delta POE \backsim \Delta PJN$, do đó $JP = JN$.

Bạn đọc hãy khai thác thêm các tính chất của đường tròn (J).

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho đoạn thẳng a. Dựng đoạn thẳng $a\sqrt[4]{2}$.

Bài 2. Cho tam giác đều cạnh a. Dựng ba đường tròn có bán kính bằng nhau nội tiếp trong tam giác và tiếp xúc với nhau từng đôi một.

Bài 3. Cho ba đoạn thẳng a, b, c. Dựng ba đường tròn tiếp xúc nhau từng đôi một có các bán kính là a, b, c.



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015

UPPER PRIMARY DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 5 AND 6
Time allowed: *60 minutes*

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

Questions 1 to 10, 3 marks each

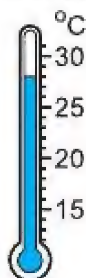
1. What does the digit 1 in 2015 represent?

(A) one (B) ten
(C) one hundred (D) one thousand
(E) ten thousand

2. What is the value of 10 twenty-cent coins?

(A) \$1 (B) \$2 (C) \$5
(D) \$20 (E) \$50

3. What temperature does this thermometer show?



(A) 25° (B) 38° (C) 27°
(D) 32° (E) 28°

4. Which number do you need in the box to make this number sentence true?

19 + 45 = 20 + ☐

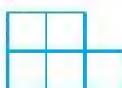
(A) 34 (B) 44 (C) 46
(D) 64 (E) 84

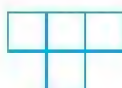
5. Which number has the greatest value?

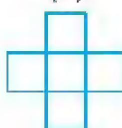
(A) 1.3 (B) 1.303 (C) 1.31
(D) 1.301 (E) 1.131

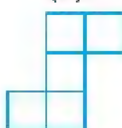
6. The perimeter of a shape is the distance around the outside. Which of these shapes has the smallest perimeter?


(A)

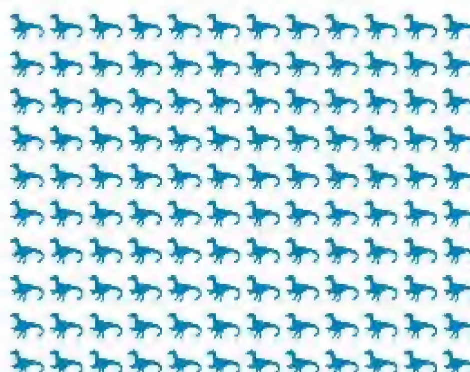

(B)


(C)


(D)


(E)

7. The class were shown this picture of many dinosaurs. They were asked to work out how many there were in half of the picture.



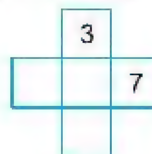
• Simon wrote 6×10.
• Carrie wrote 5×12.
• Brian wrote $10 \times 12 \div 2$.
• Rémy wrote $10 \div 2 \times 12$.

Who was correct?

(A) All four were correct (B) Only Simon
(C) Only Carrie (D) Only Brian
(E) Only Rémy

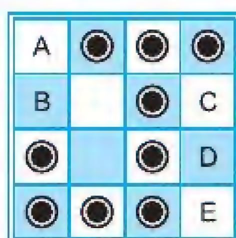
8. In the diagram, the numbers 1, 3, 5, 7 and 9 are placed in the squares so that the sum of the numbers in the row is the same as the sum of the numbers in the column.

The numbers 3 and 7 are placed as shown. What could be the sum of the row?



(A) 14 (B) 15 (C) 12
(D) 16 (E) 13

9. To which square should I add a counter so that no two rows have the same number of counters, and no two columns have the same number of counters?



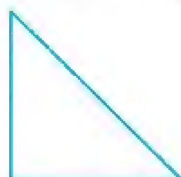
(A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

10. A half is one-third of a number. What is the number?

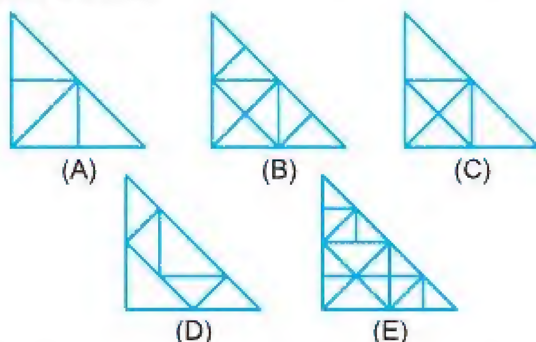
(A) three-quarters (B) one-sixth
(C) one and a third (D) five-sixths
(E) one and a half

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. The triangle shown is folded in half three times without unfolding, making another triangle each time.



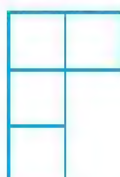
Which figure shows what the triangle looks like when unfolded?



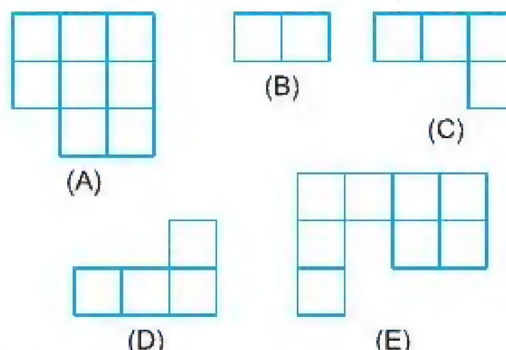
12. If L = 100 and M = 0.1, which of these is largest?

(A) L + M (B) L × M (C) L ÷ M
(D) M ÷ L (E) L – M

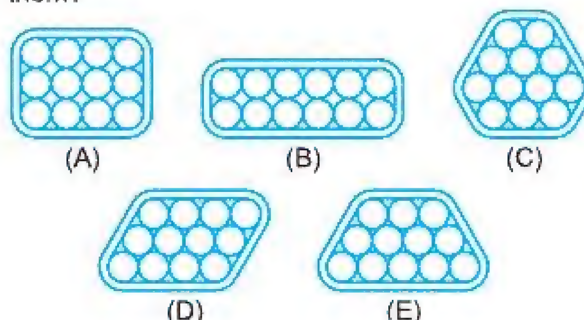
13. You want to combine each of the shapes (A) to (E) shown below separately with the shaded shape on the right to make a rectangle.
You are only allowed to turn and slide the shapes, not flip them over. The finished pieces will not overlap and will form a rectangle with no holes.



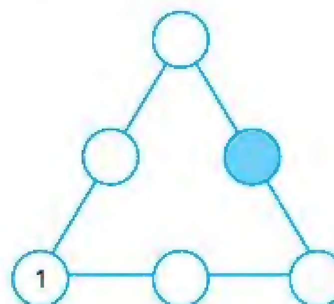
For which of the shapes is this not possible?



14. A plumber has 12 lengths of drain pipe to load on his ute. He knows that the pipes won't come loose if he bundles them so that the rope around them is as short as possible. How does he bundle them?

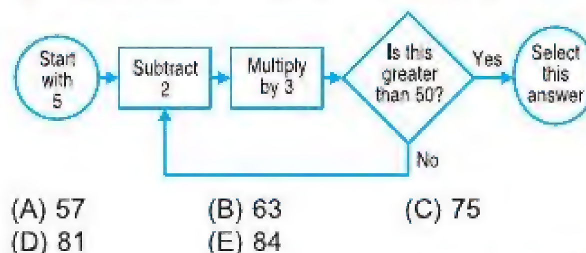


15. The numbers 1 to 6 are placed in the circles so that each side of the triangle has a sum of 10. If 1 is placed in the circle shown, which number is in the shaded circle?



(A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) 6

16. Follow the instructions in this flow chart.



(A) 57 (B) 63 (C) 75
(D) 81 (E) 84

(Kì sau đăng tiếp)



Bài 4NS. Tìm số các số nguyên dương n không lớn hơn 2015 thỏa mãn $\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]=\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+\frac{n}{4}$ (kí hiệu [a] là số nguyên lớn nhất không vượt quá a).

VŨ ĐÌNH HÒA *(GV. trường Đại học Sư phạm Hà Nội)*

Bài 5NS. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y-z=2(\sqrt{yz}+\sqrt{y}+\sqrt{z}-\sqrt{x}) \\ 3\sqrt{yz}=x-\sqrt{3z}+1. \end{cases}$

CAO NGỌC TOẢN *(GV. trường THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)*

Bài 6NS. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi M là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng qua M cắt nửa đường tròn (O) tại C và D (C nằm giữa M và D). Gọi E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng $\frac{BC}{AD}=3\frac{AE}{BE}$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 156)

Bài 28NS. Giả sử n^4+n^3+1 là số chính phương. Vì $n^4+n^3+1>(n^2)^2$ nên $n^4+n^3+1=(n^2+k)^2$ $=n^4+2kn^2+k^2$ với k là số nguyên dương.

Do đó $n^2(n-2k)=k^2-1 \Rightarrow k^2-1 \vdots n^2$ mà $k^2-1\geq 0$ $\Rightarrow k^2-1=0$ hoặc $k^2-1\geq n^2$.

- Nếu $k^2-1=0$ thì $k=1$. Khi đó $n^2(n-2)=0$ $\Rightarrow n=2$.
- Nếu $k\neq 1$ thì $k^2-1\geq n^2 \Rightarrow k^2>n^2 \Rightarrow k>n$ $\Rightarrow n-2k<0 \Rightarrow n^2(n-2k)<0 \Rightarrow k^2-1<0$ $\Rightarrow$ không tồn tại k. Vậy n = 2.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Diệu Linh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Bài 29NS. Vì abc = 1 nên $(a+bc)(b+ca)(c+ab)$ $=a(a+bc)b(b+ca)c(c+ab)=(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)$ $\geq(a+b)(b+c)(c+a)=(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$. (1)

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$abc\leq\frac{1}{9}(a+b+c)(ab+bc+ca)$. (2)

Từ (1), (2) suy ra

$(a+b)(b+c)(c+a)\geq\frac{8}{9}(a+b+c)(ab+bc+ca)$.

Do đó $P\geq\frac{8}{9}(a+b+c)+\frac{1}{a+b+c}$

$=\frac{7}{9}(a+b+c)+\left(\frac{1}{9}(a+b+c)+\frac{1}{a+b+c}\right)\geq 3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3 khi a = b = c = 1.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc.**

Bài 30NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Gọi I là trung điểm của OM thì I cố định. Hạ $IK\perp MB$, $IN\perp DE$. Ta có $IK=\frac{OB}{2}=\frac{R}{2}$.

Ta có ME // AB $\Rightarrow \widehat{MEC}=\widehat{BAC}$ (đồng vị).

Mà $\widehat{MOC}=\widehat{BAC}\left(=\frac{1}{2}sd\overset{\frown}{BC}\right)\Rightarrow\widehat{MEC}=\widehat{MOC}$.

Do đó tứ giác MOEC nội tiếp đường tròn (I, IO) (vì $\widehat{MCO}=90^o$).

Chứng minh tương tự ta có tứ giác MOBD nội tiếp đường tròn (I, IO). Suy ra M, E, B, D cùng thuộc đường tròn (I, IO). Do đó tứ giác MEBD nội tiếp, mà ME // BD $\Rightarrow$ MEBD là hình thang cân

$\Rightarrow DE=MB\Rightarrow IN=IK=\frac{R}{2}$ mà $IN\perp DE$

$\Rightarrow$ DE luôn tiếp xúc với đường tròn cố định $\left(I;\frac{R}{2}\right)$.

Nhận xét. Không có bạn nào giải đúng bài này.

Các bạn được thưởng kì này: *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Diệu Linh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN HIỆP

Tạp chí Toán Tuổi thơ

TỰ HÀO VÀ TIN YÊU

Nhạc: Thái Nhật Phượng

Lời: Thái Nhật Phượng

(Kính tặng tạp chí Toán Tuổi Thơ)



Như con ong hút mật . Như con tằm nhả

tơ Tạp chí Toán Tuổi Thơ mang lại cho

đời. Bao hứa hẹn bao tự hào tin yêu

Tạp chí Toán Tuổi Thơ nơi chắp cánh ước

mơ. Cho bao thế hệ học trò trở thành nhân

tài dựng xây cho quê hương Tạp chí Toán Tuổi

Thơ nơi thỏa sức giáo viên sáng tạo cây

bút vun xới gieo trồng cho mầm non tương lai



TRÒ CHƠI VỚI BẢN ĐỒ

VŨ NAM TRỰC

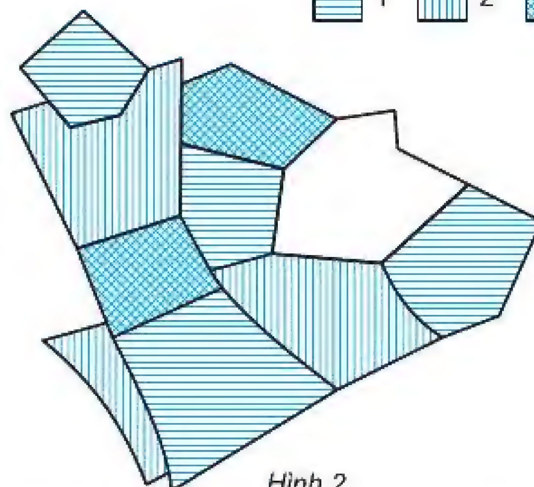
Bạn hãy quan sát bản đồ 10 tỉnh, thành phố, đồng bằng sông Hồng, sau đây sẽ gọi chung là các tỉnh: Vĩnh Phúc, Bắc Ninh, Hà Nội, Hưng Yên, Hải Dương, Hải Phòng, Thái Bình, Hà Nam, Nam Định, Ninh Bình. Trò chơi được đặt ra là bạn cần tô màu tấm bản đồ này sao cho các tỉnh liền nhau không cùng một màu. Như vậy nhiều nhất, ta phải cần đến 10 màu ứng với 10 tỉnh. Nhưng người ta hay quan tâm đến vấn đề làm sao cho số màu phải dùng là ít nhất.



Hình 1

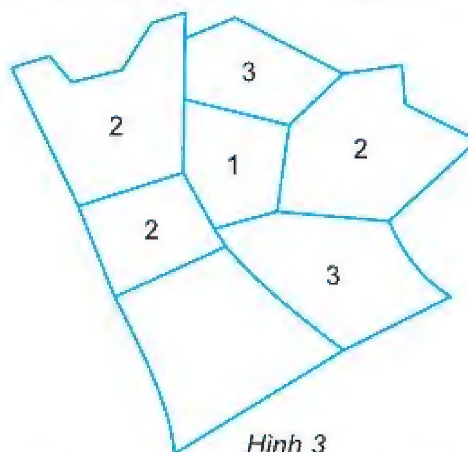
Vậy bạn nên bắt đầu từ đâu? (Xem hình 1) Ta nên chú ý đến Hưng Yên và Hà Nam, nhìn trên tấm bản đồ này thì mỗi tỉnh này đều giáp với 5 tỉnh khác (ở bản đồ của cả nước thì Hà Nam còn giáp thêm với tỉnh Hòa Bình). Bắt đầu ta tô Hưng Yên màu số 1. Như vậy các tỉnh Hải Dương, Thái Bình, Hà Nam, Hà Nội, Bắc Ninh đều không thể tô màu số 1. Khi Hải Dương tô màu số 2 thì Thái Bình phải màu khác với Hưng Yên và Hải Dương. Vậy ta phải dùng màu thứ 3 khi tô màu cho tỉnh Thái Bình. *Liệu 3 màu có phải là số màu cần dùng ít nhất?* Dễ thấy Hải Phòng, Vĩnh Phúc, Nam Định không giáp với Hưng Yên nên có thể dùng màu số 1. Để ý đến Hà Nam, Nam Định, Ninh Bình sẽ thấy phải dùng 3 màu. Do đó Thái Bình và Ninh Bình nên cùng 1 màu. Ta gọi đó là màu số 2. Hà Nam sẽ là màu số 3. Hà Nội màu số 2.





Hình 2

Vấn đề còn lại Hải Dương màu số mấy? Vì các tỉnh quanh Hải Dương đều đã dùng các màu số 1, 2, 3. Vậy Hải Dương phải tô màu số 4? Bài toán trở nên phức tạp. Đến đây ta thấy Vĩnh Phúc chỉ giáp một tỉnh, Ninh Bình và Hải Phòng giáp 2 tỉnh nên trên bản đồ này màu của 3 tỉnh đó sẽ tô dễ dàng sau cùng. Vậy ta chỉ cần chú ý 7 tỉnh còn lại.



Hình 3

Bây giờ tô Hưng Yên màu số 1 (hình 3), Hải Dương màu số 2 thì Thái Bình và Bắc Ninh phải màu số 3. Hà Nội không thể tô màu số 3 và 1 nên Hà Nội phải được tô màu số 2. Hà Nam cũng không thể tô màu số 1 và 3 nên Hà Nam phải được tô màu số 2, trùng màu Hà Nội (!). *Vậy ít nhất bản đồ này cần dùng 4 màu.* Bạn thử tự tô nhé để thấy tấm bản đồ đơn giản này đã phải dùng tới 4 màu và 4 màu là đủ.



CLB6. Given the numbers x, y, and z not equal to 1. Find the value of the following expression $M = \frac{xy - 2y + 1}{xy - x - y + 1} + \frac{yz - 2z + 1}{yz - y - z + 1} + \frac{zx - 2x + 1}{zx - z - x + 1}$.

CLB7. Find the numbers a, b, and c such that

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{b^2 - c^2}{a^2 + 30} + \frac{c^2 - a^2}{b^2 + 4} + \frac{a^2 - b^2}{c^2 + 1975}.$$

CLB8. a) Given the numbers a and b such that a + b = 1.
Prove that $a^{317} + b^{317} > 0$.
b) Let a, b, and c be the lengths of the sides of a triangle.
Prove that $1 < \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2$.

CLB9. Given twelve positive integers from 1 to 12. Is it possible to arrange these numbers in a circle such that the sum of any two adjacent numbers is greater than 12 ? Explain why?
CLB10. Given the parallelogram ABCD. Find the position of a point M inside the parallelogram such that $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ attain its minimum value.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả Góc OLYMPIC Kì 10 (TTT2 số 156)

Bài 1. Ta có $243^{342} = (3^5)^{342} = 3^{1710} = (3^2)^{855} = 9^{855} < 10^{855}$. Số 10^{855} là số tự nhiên nhỏ nhất có 856 chữ số. Vậy số 243^{342} có ít hơn 856 chữ số.

Bài 2. Ta có $2ab = c^2$, $ac = 4b^2$

$$\Rightarrow \frac{2b}{c} = \frac{c}{a}, \frac{a}{2b} = \frac{2b}{c} \Rightarrow \frac{a}{2b} = \frac{2b}{c} = \frac{c}{a} = \frac{a+2b+c}{2b+c+a} = 1$$

suy ra a = c = 2b. Do đó

$$\frac{5a+4b+3c}{3a+2b+c} = \frac{10b+4b+6b}{6b+2b+2b} = \frac{20b}{10b} = 2.$$

Bài 3. Ta có $M = 7|x-4| + 2|x-4| + |x-1| + x \geq 7.0 + 2(4-x) + (x-1) + x = 7$.
Đẳng thức xảy ra khi $x - 4 = 0$, $x - 4 \leq 0$, $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = 4$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 7 (đạt tại x = 4).

Bài 4. Ta có $a \neq 0$ và $2015^a < \overline{1968g}$ suy ra a = 1.

Do đó $2015 + \overline{bcde}.9 = \overline{1968g}$.

Vì $2016 + \overline{bcde}.9$ chia hết cho 9 nên $\overline{1968g} + 1$ chia hết cho 9 $\Rightarrow 1 + 9 + 6 + 8 + g + 1 = 25 + g$ chia hết cho 9 $\Rightarrow g = 2$.

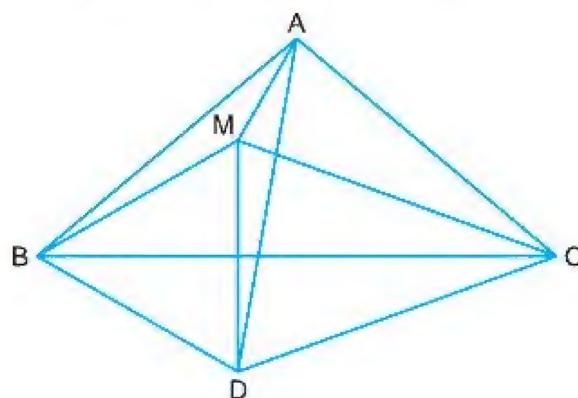
Từ đó ta được $\overline{bcde} = (19682 - 2015) : 9 = 1963$.

Vậy $\overline{abcdeg} = 119632$.

Bài 5. Trên nửa mặt phẳng bờ AC có chứa B vẽ tam giác đều ACD.

Vì ΔABC cân tại A có $\widehat{A} = 100^o$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 40^o$. Suy ra $\widehat{DCB} = 20^o$.

Ta có ΔABD cân tại A, $\widehat{BAD} = 40^o$ nên $\widehat{ABD} = \widehat{ADB} = 70^o$. Suy ra $\widehat{DBC} = 30^o$.



Vì ΔBMC và ΔBDC có $\widehat{MBC} = \widehat{DBC}$ (= 30^o), BC chung, $\widehat{MCB} = \widehat{DCB}$ (= 20^o) nên $\Delta BMC = \Delta BDC$ (g.c.g) $\Rightarrow$ MC = DC mà DC = AC (vì ΔACD đều) $\Rightarrow$ MC = AC $\Rightarrow \Delta CAM$ cân tại C.

Ta lại có $\widehat{ACM} = \widehat{ACB} - \widehat{MCB} = 40^o - 20^o = 20^o$.

Do đó $\widehat{AMC} = \widehat{MAC} = (180^o - \widehat{ACM}) : 2 = 80^o$.



Nhận xét. Các bạn được thưởng kì này: *Diêm Đăng Hoàng*, 8A1, THCS Chất Lượng Cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Đinh Vũ Tùng Lâm*, 7A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Chí Công*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Tăng Văn Minh Hùng*, 9A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nghiêm Ngọc Phong*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh.**

NGUYỄN HIỆP



NHỮNG NĂM LẺ 6 trong lịch sử

BÍNH NAM HÀ

Năm 226 Giao Châu gồm 4 quận: Hợp Phố, Giao Chỉ, Cửu Chân và Nhật Nam.
Năm 866 Cao Biền đổi Giao Châu từ An Nam đô hộ phủ thành Tĩnh Hải quân tiết trấn.
Năm 966 Loạn 12 sứ quân: Kiều Công Tiễn, Kiều Thuận, Ngô Khoan, Ngô Nhật Khánh, Đỗ Cảnh Thạc, Lý Khuê, Lã Đường, Nguyễn Thủ Tiệp, Nguyễn Siêu, Phạm Bạch Hổ, Trần Lãm, Ngô Xương Xí.
10.1.1226 Trần Cảnh lên ngôi, bắt đầu nhà Trần.
Năm 1686 Thương gia Véret của công ty Đông Ấn đề nghị vua Pháp đánh chiếm Côn Đảo của nước ta.
Năm 1696 Triều đình Lê - Trịnh bắt ngoại kiều phải nhập tịch Việt Nam, nói tiếng Việt và theo phong tục Việt.
Năm 1696 Trịnh Căn cấm truyền bá đạo Gia Tô.
Năm 1746 Nghĩa quân Hoàng Công Chất bắt sống trấn thủ Sơn Nam Hoàng Công Kỳ.
Tháng 2.1776 Nguyễn Lữ đánh Gia Định. Nguyễn Phúc Thành bỏ chạy về Bà Rịa.
Năm 1806 Cao Văn Dung và Nguyễn Tình khởi nghĩa ở Sơn Tây, Hải Dương chống Triều đình nhà Nguyễn.
Năm 1826 Nhà Nguyễn tiến đánh các vùng thuộc Bình Hòa, Bình Định chưa thuần phục chính quyền.
Tháng 2.1856 Nhà Nguyễn bắt đầu viết bộ sử Khâm định Việt sử thông giám cương mục.
Năm 1876 Quân viễn chinh Pháp chia Nam Kỳ thành 4 khu vực hành chính: Sài Gòn, Mỹ Tho, Vĩnh Long, Bát Sắc.
Năm 1886 Thực dân Pháp cho làm đường qua đèo Hải Vân nối thông Đà Nẵng với Huế.
26.1.1886 Paul Bert làm Tổng Trú sứ Trung và Bắc Kỳ, ngang với thống đốc Nam Kỳ, mở đầu chế độ quan văn thay quan võ cai trị.
Tháng 2.1886 Nghĩa quân Đinh Công Tráng xây dựng căn cứ Ba Đình, Nga Sơn, Thanh Hóa.
17.2.1906 Thành lập tỉnh Kiến An do đổi tên tỉnh Phú Liễn.
1.2.1906 Thực dân Pháp khai thác tuyến đường sắt Hải Phòng - Lào Cai dài 390 km.
Tháng 2.1906 Phan Chu Trinh đi Quảng Châu gặp Phan Bội Châu, cùng đi sang Đông Kinh (Nhật Bản).
11.1.1916 Thực dân Pháp ra nghị định động viên quân dự bị Việt ở Nam Kỳ và bắt lính người Việt ở cả ba kì đưa sang Pháp trong Đại chiến thế giới lần thứ nhất.
15.2.1916 Biểu tình đánh phá Khám lớn Sài Gòn.
Năm 1926 Báo Việt Nam hồn ra số đầu tại Pháp.
Năm 1926 Công nhân Sở Bưu điện Sài Gòn bãi công đòi tăng thêm người làm.
31.1.1926 Biểu tình phản đối Pháp trục xuất người Bắc Kỳ, Trung Kỳ ra khỏi Nam Kỳ.
Năm 1946 Thành lập Quân ủy Trung ương.
Năm 1946 Chính phủ lâm thời, cải tổ thành Chính phủ liên hiệp lâm thời, tồn tại đến 2.3.1946 là ngày Quốc hội họp kì đầu tiên.
6.1.1946 Tổng tuyển cử đầu tiên của nước Việt Nam Dân chủ Cộng hòa.
24.1.1946 Chủ tịch Chính phủ lâm thời VNDCCH kí sắc lệnh quy định các thành phố Nam Định, Vinh - Bến Thủy, Huế và Đà Nẵng tạm coi là thị xã cho đến khi có lệnh mới.
30.1.1946 Thành lập Nha Thể dục Trung ương thuộc Bộ Thanh niên.
20.2.1946 Thành lập Nha Công an Việt Nam.





Hỏi: Anh Phó ơi! Các bạn ở lớp dưới có thể vận dụng kiến thức của lớp trên để giải bài trong TTT không ạ?

NGUYỄN THỊ BĂNG BĂNG
(7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, Nghệ An)

Đáp:

Kiến thức không giới hạn
Làm mọi cách được thôi
Nhưng thi thì cẩn thận
Dùng kiến thức học rồi
Đừng lấy cách lớp trên
Giải bài cấp học dưới.



Hỏi: Tại sao gần đây TTT không có mục Vui cười ạ?

HOÀNG THỊ MỸ DUYÊN
(7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Chắc là tại học chưa căng
Cho nên thư giãn là không thấy cần
Tháng sau bài vở tăng dần
Sẽ vui cười sẽ vui cười liên miên.



Hỏi: Anh Phó ơi! Lớp em có một bạn học rất yếu nhưng lúc thi thì lại được điểm cao nhất lớp. Theo anh thì liệu có phải bạn ý đem tài liệu vào phòng thi không ạ?

PHAN THÀNH CƯỜNG
(Quên ghi địa chỉ)

Đáp:

Học tài thi phận là thường
Học phận thi tài ấy mới lạ
Muốn tìm nguyên nhân từ từ đã
Đừng vội kết quy nhé bạn Cường.



ANH PHÓ

Bạn hãy vào website: **http://olm.vn/hieu-sach-online** để đọc tạp chí Toán Tuổi thơ bản điện tử nhé.



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(158). Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(x+y)^4 = 40x + 41$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 2(158). Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 120^o$, AC = 2AB. Đường thẳng qua A và vuông góc với AC cắt đường trung trực của BC tại O. Chứng minh rằng OBC là tam giác đều.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN
(Số 3/29E, đường Đà Nẵng, Hải Phòng)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(158). Cho phương trình $4x^2 - 4mx + 4m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có một nghiệm âm, nghiệm còn lại lớn hơn 1 nhưng nhỏ hơn giá trị tuyệt đối của nghiệm âm.

LẠI QUANG THỌ
(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 4(158). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn a + b + c = 3.

Chứng minh rằng $\dfrac{a^2(b+1)}{a+b+ab} + \dfrac{b^2(c+1)}{b+c+bc} + \dfrac{c^2(a+1)}{c+a+ca} \ge 2$.

CAO MINH QUANG
(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Bài 5(158). Có 102 diễn viên nam và nữ xếp thành vòng tròn múa xòe. Cứ 2 người kề nhau thì nắm tay nhau. Hỏi số cái nắm tay của hai người cùng giới và số cái nắm tay của hai người khác giới có thể bằng nhau hay không? Vì sao?

VŨ KIM THỦY

Bài 6(158). Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại T. Một đường thẳng tiếp xúc với (O') tại D và cắt (O) tại A và B (A nằm giữa B và D). Gọi C là điểm thuộc cung BT không chứa A của (O) (C ≠ B, C ≠ T). Vẽ tiếp tuyến CE của (O') (E là tiếp điểm). Chứng minh rằng giao điểm thứ hai của DE với đường tròn ngoại tiếp ΔCTE là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc ABC của ΔABC.

THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. trường THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(158). Find all positive integers *x* and *y* such that $(x+y)^4 = 40x + 41$.

2(158). Given a triangle *ABC* having ∠*BAC* = 120°, and *AC* = 2*AB*. The line passing through *A* and perpendicular to *AC* intersects the perpendicular bisector of *BC* at *O*. Prove that the triangle *OBC* is an equilateral triangle.

3(158). Given the equation $4x^2 - 4mx + 4m - 5 = 0$, where *m* is a parameter. Find *m* such that the equation has two roots in which one root is greater than 1, and one root is negative with its absolute value greater than the other root.

4(158). Let *a*, *b*, and *c* be positive real numbers such that *a* + *b* + *c* = 3. Prove that $\dfrac{a^2(b+1)}{a+b+ab} + \dfrac{b^2(c+1)}{b+c+bc} + \dfrac{c^2(a+1)}{c+a+ca} \ge 2$.

5(158). There are 102 male and female dancers forming a circle to dance, everyone joining hands with the persons next to them. Can the number of hand joins between two people of the same sex be equal to the number of hand joins between people of opposite sexes? Explain why.

6(158). Given two circles (*O*) and (*O'*) externally tangent to each other at *T*. A line tangent to the circle (*O'*) at *D* intersects the circle (*O*) at *A* and *B* (where *A* lies between *B* and *D*). Let *C* be a point on the arc *BT* of the circle (*O*) which does not contain *A* (*C* ≠ *B*, *C* ≠ *T*). Let *CE* be the tangent to the circle (*O'*) where *E* is the point of tangency. Prove that the second intersection of the line *DE* and the circumcircle of the triangle Δ*CTE* is the center of the escribed circle in the angle *ABC* of the triangle Δ*ABC*.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

TOÁN TUỔI THƠ VÀ CÁC TỈNH TRUNG TRUNG BỘ

● Ngày 23.3.2016 tại TP. Quảng Ngãi xinh đẹp, đoàn công tác của tạp chí Toán Tuổi thơ đã gặp lãnh đạo Sở Giáo dục và Đào tạo tỉnh Quảng Ngãi. Cùng làm việc có ThS. Trần Hữu Tháp, Phó Giám đốc; ông Đinh Huy Quang, Trưởng phòng Giáo dục Trung học; ông Đặng Phiên, Trưởng phòng Giáo dục Tiểu học; ông Võ Thành Phước, chuyên viên Văn phòng. ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã giới thiệu về Tạp chí và các cuộc thi mà Toán Tuổi thơ đang tổ chức: Cuộc thi liên câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc diễn ra vào tháng 6.2016; Cuộc thi AMC 2016 phối hợp với AMT vào tháng 7.2016. Phó Giám đốc Trần Hữu Tháp đã giới thiệu về ngành Giáo dục Quảng Ngãi và ngành Giáo dục Quảng Ngãi sẽ tham gia các cuộc thi mà Tạp chí đang tổ chức, đề nghị đưa tổng tập Toán Tuổi thơ vào thư viện các nhà trường để các thầy cô giáo và các em học sinh có một nguồn tài liệu tốt phục vụ cho hoạt động dạy và học.



Phó Giám đốc Trần Hữu Tháp (giữa) tại buổi làm việc với TTT

Ông Đinh Huy Quang cho biết các cuộc thi giải toán tiếng Anh mà học sinh Quảng Ngãi tham dự đã đạt thành tích cao. Cũng trong ngày đoàn công tác của Tạp chí đã gặp ông Huỳnh Hoàng Phương, Giám đốc và ông Lê Như Thống, Phó Giám đốc Công ty Cổ phần sách và thiết bị trường học Quảng Ngãi để giới thiệu một số ấn phẩm Tạp chí đang phát hành.

● Ngày 24.3.2016, Tạp chí Toán Tuổi thơ đã làm việc với Sở Giáo dục và Đào tạo tỉnh Phú Yên. Cùng trao đổi có ông Nguyễn Trọng Thiện, Phó phòng Giáo dục Tiểu học; ông Phạm Huy Văn, Chánh văn phòng; ... Tạp chí đã giới thiệu về Toán Tuổi thơ và các cuộc thi đang diễn ra. Ông Nguyễn Trọng Thiện đã nói về một số nét nổi bật của ngành Giáo dục Phú Yên. Ông đã dẫn học sinh Phú Yên dự thi Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc với thành tích tốt. Các cuộc thi Toán Tuổi thơ tổ chức giúp các thầy cô giáo và các em dạy tốt hơn và học tốt hơn môn toán.



● Trước đó ngày 22.3.2016, đoàn công tác của Tạp chí đã gặp tổ Phổ thông của Phòng Giáo dục và Đào tạo TP. Quy Nhơn, Bình Định và ông Phạm Đình Thuấn, Giám đốc; ông Đỗ Hữu Long, Phó Giám đốc Công ty Cổ phần sách và thiết bị trường học Bình Định.

PV.



HOA BAN TÂY BẮC

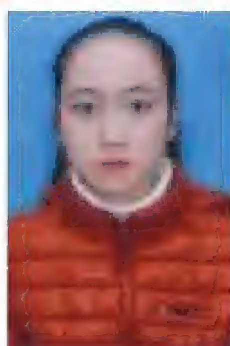
Giữa mùa xuân, đồng bằng Bắc bộ hoa Xoan lớp lớp rụng. Nếu như ở Hà Nội giờ là mùa hoa Sưa trắng như bông tuyết bay trong trời xuân trời Nam, tiếp đó là mùa hoa Bằng lăng tím phố phường thì mùa này Tây Bắc rợp trời hoa Ban. Hoa Ban trắng và hoa Ban hồng. Những cánh hoa rụng cũng lớp lớp vơi đầy gợi nhớ thơ Nguyễn Bính. Bạn hãy viết bài tả vẻ đẹp hoa Ban và bức tranh hoa mùa Xuân này nhé.

MORIS VŨ



Ảnh: Phan Ngọc Quang

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH







Từ trái sang phải: Lê Nguyễn Quỳnh Trang, Kim Thị Hồng Lĩnh, Trần Diệu Linh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT158M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 04 năm 2016.



Toán tuổi thơ 2

NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740
159+160
05+06/2016
Giá: 20000đ

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Khai mạc CLB TOÁN TUỔI THƠ toàn quốc 6.6 2016



Toán Tuổi thơ — Trung học cơ sở
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Danh sách học sinh đoạt giải Thi giải toán qua thư (Năm học 2015 - 2016) — Tr 3

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 — Tr 4
Các dạng toán về đoạn thẳng trong hình học lớp 6
Vũ Xuân Minh

Học ra sao? Giải toán thế nào? — Tr 6
Sử dụng phương pháp đánh giá để giải hệ phương trình
Lê Đức Thuận, Cao Văn Dũng

Đo trí thông minh — Tr 15
Đố bạn biết hình nào, số nào?
Nguyễn Đức Tấn

Nhìn ra thế giới — Tr 16
Lời giải đề thi chọn đội tuyển dự thi Olympic Toán Quốc tế của Hồng Kông năm 2010 (Vòng 1)
Mai Vũ

Sai ở đâu? Sửa cho đúng — Tr 17
Phương trình có nghiệm không?
Phan Đình Ảnh

Cửa sổ AC — Tr 27
20 năm học bổng ASEAN của Singapore cho học sinh lớp 9 Việt Nam
Vũ Kim Thủy

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc — Tr 28
Kẻ khả nghi
Bùi Phương Thảo

Đến với tiếng Hán — Tr 30
Bài 67. Tôi từ thành phố Hồ Chí Minh tới (Tiếp theo kì trước)
Nguyễn Vũ Loan

TRONG SỐ NÀY

Học Toán bằng tiếng Anh Tr 31
Geometry
Vũ Đô Quan

Thách đấu! Thách đấu đây! Tr 33
Trận đấu thứ một trăm ba mươi bảy
Trần Bá Duy Linh

Bạn đọc phát hiện Tr 34
Tìm nhanh lời giải nhờ phát hiện trên hình vẽ có hai tam giác đồng dạng và trung điểm của cạnh
Nguyễn Đức Tấn

Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 36
Sử dụng bất đẳng thức quen thuộc để giải bài toán cực trị hình học
Lê Quốc Hán

Chuyện dạy và học toán Tr 39
Khơi dậy khả năng tự học và phát huy tính sáng tạo của học sinh qua hoạt động nhóm ngoài giờ học
Nguyễn Thị Bình

Cuộc thi Vui chào hè 2016 Tr 42

Đề thi các nước Tr 44
AMC 2015
Đỗ Trung Hiệu

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ Tr 50
Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016
TTT

Bạn muốn du học Tr 52
Phỏng vấn
Vũ Kim Thư

Com pa vui tính Tr 53
Ai đúng?
Nguyễn Đức Tấn

Câu lạc bộ Dễ hay khó Tr 54
Thử trả lời Toán học là gì?
Vũ Kim Thủy

Giờ ra chơi Tr 56
Vui cười
Đỗ Hồng Thịnh

Trang thơ Tr 57

Chữ và chữ số Tr 58
Kì 23
Trương Công Thành

Trường Olympic Tr 60
Hướng tới 50 năm RECSAM
Bính Nam Hà

Rubic Hỏi... Đáp Tr 63

Đề thi giải toán qua thư Tr 64



DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI
THI GIẢI TOÁN QUA THƯ

Năm học 2015 - 2016

❋ **Giải Vàng:** *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

❋ **Giải Bạc:** *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 8/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Trần Quốc Lập*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Hiếu Ngân*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Bùi Thị Minh Thư*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

❋ **Giải Đồng:** *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn An Na*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Hoàng Mạnh Nghĩa*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Đình Thành*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**.

❋ **Giải khuyến khích:** *Bùi Anh Vũ*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Hằng Nhi*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; *Nguyễn Ngọc Ánh*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**, *Nguyễn Sỹ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Sỹ Trọng*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Phạm Hồ Thảo Nguyên*, 9D8, THCS Nguyễn Nghiêm, TP. Quảng Ngãi, **Quảng Ngãi**; *Nguyễn Minh Đức*, 8A1, THCS Nhân Chính, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức Hiếu*, 7C10, THCS Trần Phú, Q. Lê Chân, **Hải Phòng**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Thúy Hồng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

TTT





CÁC DẠNG TOÁN VỀ ĐOẠN THẲNG TRONG HÌNH HỌC LỚP 6

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Bài này giới thiệu một số dạng toán về đoạn thẳng, tia, đường thẳng thường gặp trong chương trình lớp 6 để học sinh hiểu rõ hơn khái niệm đoạn thẳng và điểm nằm giữa hai điểm.

1. Xác định điểm nằm giữa hai điểm

● *Nếu AB + BC = AC thì B nằm giữa A và C.*

● *Trên tia Ox nếu OA < OB thì A nằm giữa O và B.*

Ví dụ 1. Vẽ hai tia đối nhau OA và OB sao cho OA < OB. Lấy M là trung điểm của OA và N là trung điểm của MB.

a) Hỏi trong 3 điểm O, N, B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

b) Lấy điểm C sao cho MB + BC = MC. Hỏi trong 3 điểm N, B, C điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

Lời giải. a) Vì O nằm giữa M và B nên BO + OM = BM mà OB > OA > OM nên $BO > \frac{BM}{2}$.



Vì N là trung điểm của BM $\Rightarrow BN = \frac{BM}{2} \Rightarrow BO > BN$.

Trên tia BA có BO > BN nên N nằm giữa O và B.

b) Vì MB + BC = MC nên B nằm giữa M và C mà M và N cùng phía đối với B ⇒ N và C khác phía đối với B hay B nằm giữa N và C.

2. Tính độ dài đoạn thẳng

● *Nếu B nằm giữa A và C thì AB + BC = AC.*

Ví dụ 2. Vẽ AB = 11 cm, O là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho OB = 7 cm. Lấy trung điểm M của đoạn OA. Trên đoạn MB lấy N sao cho $MN = \frac{NB}{2}$. Tính AN và ON.



Lời giải. Ta có AO = AB − OB = 11 − 7 = 4 (cm)

$\Rightarrow MA = MO = \frac{AO}{2} = 2$ (cm).

MB = AB − AM = 11 − 2 = 9 (cm).

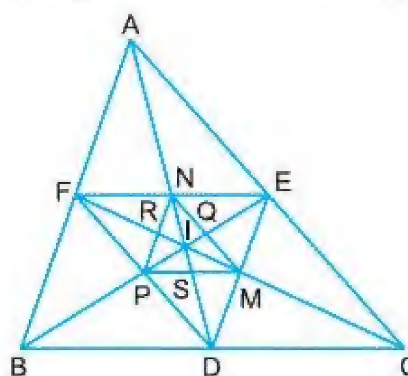
Lại có MN + NB = MB và $MN = \frac{NB}{2}$ nên

$MN = \frac{MB}{3} = 3$ (cm); AN = AM + MN = 2 + 3 = 5 (cm).

Như vậy trên tia MB có MO < MN nên O nằm giữa M và N suy ra ON = MN − MO = 3 − 2 = 1 (cm).

3. Tìm số đoạn thẳng của hình đã cho trước

Ví dụ 3. Trong hình bên có bao nhiêu đoạn thẳng?



Lời giải. Ta đếm được 9 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có đúng 3 điểm. Như vậy, số đoạn thẳng được tạo thành từ 9 đoạn thẳng đó là $\frac{3.2}{2} \cdot 9 = 27$ (đoạn thẳng).

Có 3 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có 5 điểm nên số đoạn thẳng được tạo thành từ 3 đoạn thẳng này là $\frac{5.4}{2} \cdot 3 = 30$ (đoạn thẳng).

Vậy hình đã cho có 27 + 30 = 57 (đoạn thẳng).

4. Chứng minh tính chất về đoạn thẳng

Ví dụ 4. Vẽ đoạn thẳng AB và M là trung điểm của AB. Lấy điểm C nằm giữa A và M, lấy điểm D sao cho A nằm giữa C và D, chứng minh rằng:

a) $DM = \frac{DA + DB}{2}$.

b) CM + DM = AD + BC.

Lời giải.



a) Vì DM = DA + AM và DM = DB − MB nên suy ra DM + DM = DA + DB + MA − MB.

$\Leftrightarrow 2DM = DA + DB$. Vậy $DM = \frac{DA + DB}{2}$.

b) Vì CM = BC – MB và DM = DA + AM nên suy ra CM + DM = DA + BC + MA – MB.
Vậy CM + DM = AD + BC.

5. So sánh đoạn thẳng

Ví dụ 5. Trên đường thẳng a, lấy 4 điểm theo thứ tự A, B, C, D sao cho AB < CD. Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của CD. Hãy so sánh MN, AC và BD.

Lời giải.



Ta có $MA = MB = \frac{AB}{2}$, $NC = ND = \frac{CD}{2}$

và AB < CD nên MA = MB < NC = ND.

Mà AC = AM + MC và MN = NC + MC do đó AC < MN.
Ta có MN = MB + BN, BD = ND + BN và MB < ND nên MN < BD. Vậy AC < MN < BD.

6. Chứng minh một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng

Phương pháp. Để chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng AB ta có các cách chứng minh sau:

- Chứng minh I nằm giữa A và B và IA = IB.
- Chứng minh $IA = IB = \frac{AB}{2}$.

Ví dụ 6. Vẽ đoạn thẳng AB = 8 cm. Trên đoạn thẳng AB lấy các điểm C, D, E sao cho AC = 2 cm, BD = 3 cm, BE = 4,5 cm. Chứng minh rằng D là trung điểm của đoạn thẳng BC và E là trung điểm của đoạn thẳng CD.

Lời giải.



Vì điểm C nằm giữa hai điểm A và B nên BC = AB – AC = 8 – 2 = 6 (cm).
Trên tia BA có các điểm C, D, E thỏa mãn BD < BE < BC nên D nằm giữa B và E; D nằm giữa B và C; E nằm giữa B và C, suy ra E nằm giữa C và D.

- Vì D nằm giữa B và C và $BD = \frac{BC}{2}$ nên D là trung điểm của BC.
- Ta có ED = BE – BD = 4,5 – 3 = 1,5 (cm);

EC = BC – BE = 6 – 4,5 = 1,5 (cm).
Vì E nằm giữa C và D và EC = ED nên E là trung điểm của đoạn thẳng CD.

7. Chứng minh hai đoạn thẳng có cùng trung điểm

Phương pháp. Lấy trung điểm của một đoạn thẳng rồi chứng minh điểm đó cũng là trung điểm của đoạn thẳng thứ hai.

Ví dụ 7. Vẽ hai đoạn thẳng bằng nhau AB = CD sao cho C nằm giữa A và B; B nằm giữa C và D. Chứng minh rằng AD và BC có trung điểm trùng nhau.

Lời giải.

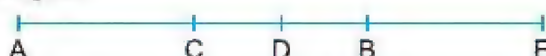


Vì C nằm giữa A và B nên AC = AB – CB.
Vì B nằm giữa C và D nên BD = CD – CB.
Mà AB = CD nên AC = BD.
Gọi I là trung điểm của BC thì IC = IB, từ đó AC + IC = BD + IB.
Suy ra IA = ID, từ đó I là trung điểm của đoạn thẳng AD.
Vậy AD và BC cùng có trung điểm là I.

8. Dựng đoạn thẳng

Ví dụ 8. Cho trước đoạn thẳng AB có độ dài d cm. Hãy dựng một đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{1}{4}d + 3$ (cm).

Lời giải.



- Dựng trung điểm C của AB.
- Dựng trung điểm D của CB.
- Trên tia đối của tia BA dựng điểm E sao cho

BE = 3 cm thì $DE = \frac{1}{4}AB + 3$ cm.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Vẽ đoạn thẳng AB, lấy điểm C trên đoạn thẳng AB sao cho AC > 2CB. Gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của MB.
a) Hỏi trong 3 điểm M, N, C điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?
b) Cho AB = 8 cm, CB = 2 cm. Tính NC.

Bài 2. Vẽ đoạn AB = 12 cm và lấy C trên đoạn thẳng AB sao cho AC = 4 cm. Gọi M là trung điểm của BC.
a) Chứng minh rằng C là trung điểm của đoạn thẳng AM.
b) Chứng minh rằng CM và AB có trung điểm trùng nhau.

Bài 3. Trên đường thẳng a lấy theo thứ tự 4 điểm A, B, C, D sao cho AB = CD. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB và CD.
a) So sánh độ dài các đoạn thẳng AC, IK và BD.
b) Chứng minh rằng BC, IK và AD có trung điểm trùng nhau.

Bài 4. a) Cho n điểm phân biệt (n là số nguyên lớn hơn 1). Nối n điểm đó đôi một với nhau thì được bao nhiêu đoạn thẳng?
b) Muốn có 4950 đoạn thẳng thì n bằng bao nhiêu?

Bài 5. Cho trước đoạn thẳng AB có độ dài d cm (d > 8). Hãy dựng một đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{3}{4}d - 2$ (cm).



SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ ĐỂ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

LÊ ĐỨC THUẬN, CAO VĂN DŨNG
(GV. trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)

Hệ phương trình là một dạng toán thường gặp trong các kì thi chọn học sinh giỏi, thi tuyển sinh vào THPT. Có nhiều cách để giải hệ phương trình khác nhau, trong bài viết này, chúng tôi xin đưa ra một vài kiểu đánh giá để giải một số hệ phương trình.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy+\sqrt{2(x^4+y^4)}=3 & (1) \\ x^5y+xy^5=2 & (2) \end{cases}$$

Lời giải. Từ (2) ta có

$0<2=x^5y+xy^5=xy(x^4+y^4) \Rightarrow xy>0$ và $x^4+y^4=\dfrac{2}{xy}$. (3)

Thay (3) vào (1) ta được $xy+\dfrac{2}{\sqrt{xy}}=3$.

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$3=xy+\frac{2}{\sqrt{xy}}=xy+\frac{1}{\sqrt{xy}}+\frac{1}{\sqrt{xy}}$$

$$\geq 3\sqrt[3]{xy.\frac{1}{\sqrt{xy}}.\frac{1}{\sqrt{xy}}}=3.$$

Từ đó hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} xy=\dfrac{1}{\sqrt{xy}}=\dfrac{1}{\sqrt{xy}} \\ x^4+y^4=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=\pm 1.$$

Nhận xét. *Học sinh có thể đặt* $\begin{cases} a=xy \\ b=\sqrt{x^4+y^4} \end{cases}$ *để đưa hệ phương trình đã cho về dạng* $\begin{cases} a+b\sqrt{2}=3 \\ ab^2=2 \end{cases}$ *nhưng lời giải sẽ dài và phức tạp.*

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{5-x^2}+\sqrt{5-\dfrac{1}{x^2}}=3+y^2 & (1) \\ x+\dfrac{1}{x}=4-2y & (2). \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $\dfrac{1}{\sqrt{5}}\leq |x|\leq \sqrt{5}$.

Cộng theo vế hai phương trình của hệ ta được:

$$\sqrt{5-x^2}+\sqrt{5-\frac{1}{x^2}}+\left(x+\frac{1}{x}\right)=y^2-2y+7. \ (3)$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki, ta có

$$\left[\sqrt{5-x^2}+\sqrt{5-\frac{1}{x^2}}+\left(x+\frac{1}{x}\right)\right]^2$$

$$\leq (1+1+1)\left[(5-x^2)+\left(5-\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right]=36.$$

Mặt khác $y^2-2y+7=(y-1)^2+6\geq 6$.

Vậy hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} \sqrt{5-x^2}=\sqrt{5-\dfrac{1}{x^2}}=x+\dfrac{1}{x} \\ y^2-2y+7=6 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=1.$$

Nhận xét. *Học sinh có thể giải bằng cách bình phương hai vế của phương trình (1) rồi lấy phương trình (2) thế vào nhưng lời giải sẽ dài và phức tạp.*

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3y-2x^3=-8 \\ xy^3+2x=-6. \end{cases}$

Lời giải.

- *TH 1:* $x=0$, thay vào hệ phương trình đã cho thì không tồn tại y thỏa mãn.
- *TH 2:* $x\neq 0$, chia cả hai vế của hai phương trình của hệ đã cho lần lượt cho x^3 và x ta được

$$\begin{cases} 3y-2=\left(-\dfrac{2}{x}\right)^3 \\ y^3+2=3\left(-\dfrac{2}{x}\right) \end{cases}$$

Cộng theo vế của hai phương trình trên, ta được

$$y^3+3y=\left(-\frac{2}{x}\right)^3+3\left(-\frac{2}{x}\right).$$

Xét hàm số $f(z)=z^3+3z$.

Với a > b thì $f(a) - f(b) = (a^3 + 3a) - (b^3 + 3b)$
$= (a^3 - b^3) + 3(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 3) > 0$.
Suy ra nếu f(a) = f(b) thì a = b.

Từ đó $f(y) = f\left(-\frac{2}{x}\right) \Rightarrow y = -\frac{2}{x}$.

Ta có $x^3\left(-\frac{6}{x} - 2\right) = -8 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \quad \Rightarrow y = -2. \end{array}\right.$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x + 3 \\ x = 2y^3 + 6y^2 - 6. \end{cases}$$

Lời giải. Biến đổi hệ phương trình đã cho về dạng

$$\begin{cases} y - 1 = -(x-2)(x+1)^2 \quad (1) \\ x - 2 = 2(y-1)(y+1)^2 \quad (2). \end{cases}$$

● TH1. Xét x > 2, từ (1) suy ra y < 1, từ (2) suy ra $x \le 2$ (vô lí).

● TH2. Xét x < 2, từ (1) suy ra $y \ge 1$, từ (2) suy ra $x \ge 2$ (vô lí).

● TH3. Xét x = 2, từ (1) suy ra y = 1, thay vào (2) thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là (x; y) = (2; 1).

Nhận xét. *Để tìm được lời giải bài toán này cần nhẩm được nghiệm (x; y) = (2; 1).*

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 9y^2 = 17 \quad (1) \\ x^2 + 3xy + 9y^2 - 9y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Lời giải. Phương trình (2) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm khi

$\Delta_x = 9y^2 - 36y^2 + 36y \ge 0 \Leftrightarrow 0 \le y \le \frac{4}{3}$.

Phương trình (2) là phương trình bậc hai ẩn y có nghiệm khi

$\Delta_y = -27x^2 - 54x + 81 \ge 0 \Leftrightarrow -3 \le x \le 1$.

Do đó $x^3 + 9y^2 \le 1 + 9.\frac{16}{9} = 17$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1; y = \frac{4}{3}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Ví dụ 6. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} = \frac{2}{1+xy} \quad (1) \\ \sqrt{x(1-x)} + \sqrt{y(1-y)} = 1 \quad (2). \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $\begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le 1 \end{cases}$

● **Bổ đề.** Với a, b là các số thực dương thuộc [0; 1] thì $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \le \frac{2}{1+ab}$.

Thật vậy, bất đẳng thức tương đương với

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} - \frac{2}{1+ab} \le 0 \Leftrightarrow \frac{(a-b)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)} \le 0$$

(luôn đúng với $a, b \in [0; 1]$).
Đẳng thức xảy ra khi a = b.
Vậy bổ đề được chứng minh.
Từ (1) và bổ đề ta có x = y, thay vào (2) ta được

$2\sqrt{x(1-x)} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.



Bài tập tự luyện

Bài toán. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 12x - 7 = y \\ -x^3 + 9x^2 - 19x + 11 = y^3; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 2016 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2016^2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 2016^3; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^5 + xy^4 = y^{10} + y^6 \\ \sqrt{4x+5} + \sqrt{y^2+8} = 6; \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{2y^2+1} + y = 4 + \sqrt{x+4}; \end{cases}$



Bài 7NS. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$.

HÀ VĂN NHÂN

(GV. THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)

Bài 8NS. Trên bảng viết đa thức $f(x) = x^2 + 3x + 2$. Ta thực hiện trò chơi sau: Nếu trên bảng có đa thức P(x) thì ta xóa bỏ đa thức P(x) và thay vào đó là đa thức $Q(x) = x^2P(\frac{1}{x} + 1)$. Hỏi sau 2016 bước làm như vậy thì trên bảng có thể có đa thức $g(x) = x^2 + 10x + 9$ hay không? Vì sao?

LẠI THỊ MINH HOA

(GV. THPT Nam Đông Quan, Đông Hưng, Thái Bình)

Bài 9NS. Từ điểm A cố định nằm ngoài đường tròn (O; R). Vẽ tiếp tuyến AB của đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Cát tuyến ACD với C, D thuộc đường tròn (O) và C nằm giữa A và D sao cho tia AO nằm giữa hai tia AB, AC. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AB tại E. Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với OA tại F. Chứng minh rằng đường thẳng CF luôn đi qua một điểm cố định khi cát tuyến ACD di động.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 157)

Bài 1NS. Ta có

$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$

$\Leftrightarrow [x^2 + 4(y^2 + 7)]^2 = 17[x^4 + (y^2 + 7)^2]$

$\Leftrightarrow 16x^4 - 8x^2(y^2 + 7) + (y^2 + 7)^2 = 0$

$\Leftrightarrow [4x^2 - (y^2 + 7)]^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - y^2 - 7 = 0$

$\Leftrightarrow (2x + y)(2x - y) = 7$.

Vì x, y nguyên dương nên $2x + y > 0$ và $2x + y > 2x - y$.

Do đó $2x + y = 7$ và $2x - y = 1$. Vậy $x = 2$, $y = 3$.

Nhận xét. Các bạn tham gia giải bài đều giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương, Phạm Thị Thùy Trang, Ngô Thị Thanh Trúc*, 8A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Bùi Hương Giang*, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hoàng Hà My*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**.

Bài 2NS. Đặt $t = x^2 + 2x \geq -1$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2013t + 2015 = 0$. (1)

Phương trình (1) có $\Delta = 2013^2 - 4.1.2015 > 0$ nên có 2 nghiệm t_1, t_2 với $(t - t_1)(t - t_2) = 0$.

Do $t_1t_2 = 2015 > 0$, $t_1 + t_2 = 2013 > 0$ nên 2 nghiệm phân biệt $t_1, t_2 > 0$.

Từ cách đặt t có

$x^2 + 2x - t_1 = 0$. (2)

$x^2 + 2x - t_2 = 0$. (3)

Các phương trình (2), (3) có $\Delta_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm x_1, x_2, phương trình (3) có 2 nghiệm x_3, x_4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4.

Áp dụng định lí Vi-ét với phương trình (2), ta được $x_1 + x_2 = -2$, $x_1x_2 = -t_1$.

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 + 2t_1$.

Tương tự, với (3) ta có $x_3^2 + x_4^2 = 4 + 2t_2$.

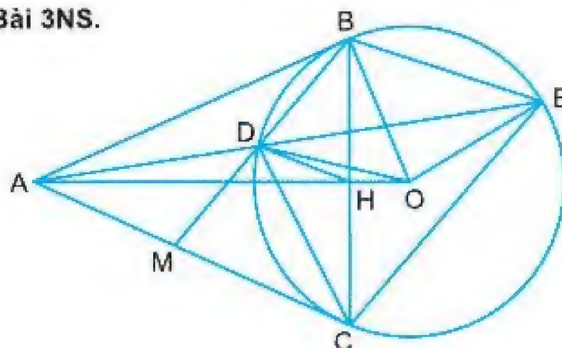
Do đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 8 + 2(t_1 + t_2)$.

Áp dụng định lí Vi-ét với phương trình(1), ta được $t_1 + t_2 = 2013$.

Vậy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4034$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Bài 3NS.



Gọi M là giao điểm của BD và AC. Nối OB, BE, CE, CD, OE.
Ta có HB = HC, AO ⊥ BC, OB ⊥ AB.
Trong tam giác vuông ABO ta có
$AB^2 = AH.AO$. (1)

Ta có $\Delta ABD \backsim \Delta AEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{EB}$.

Suy ra $AB^2 = AD.AE$. (2)

và $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BE}$ (vì AB = AC). (3)

Ta có $\Delta ACD \backsim \Delta AEC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CD}{CE}$. (4)

Từ (3), (4) suy ra $\frac{BD}{BE} = \frac{CD}{CE}$. (5)

Vì ΔBCM có H là trung điểm của BC, DH // MC nên BD = DM. (6)

Từ (5), (6) suy ra $\frac{DM}{BE} = \frac{CD}{CE}$.

Mà $\widehat{MDC} = \widehat{BEC}$ (vì tứ giác BDCE nội tiếp).
Do đó $\Delta DMC \backsim \Delta EBC$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{DCM} = \widehat{ECB}$.

Kết hợp với $\widehat{DCM} = \widehat{DBC}$ có $\widehat{ECB} = \widehat{DBC}$, suy ra BD // CE.
Suy ra tứ giác BDCE là hình thang.
Mà tứ giác BDCE nội tiếp nên tứ giác BDCE là hình thang cân, suy ra BC = DE. (7)
Từ (1), (2) suy ra AD.AE = AH.AO.

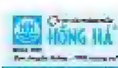
Suy ra $\frac{AD}{AH} = \frac{AO}{AE}$.

Do đó $\Delta ADH \backsim \Delta AOE$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{ADH} = \widehat{AOE}$.

Do đó tứ giác DEOH nội tiếp, từ đó DE ≤ 2R. (8)
với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔODH.
Từ (7), (8) suy ra BC ≤ 2R.
Mà BC = 2BH nên BH ≤ R.

Nhận xét. Bài toán này khó, không có bạn nào giải được.



Các bạn sau được thưởng kì này: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương, Phạm Thị Thùy Trang, Ngô Thị Thanh Trúc*, 8A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Bùi Hương Giang*, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 2.

NGUYỄN HIỆP



Kết quả (TTT2 số 157)

THẾ CỜ (Kì 80)

1.♕xg7+ ♔xg7 2.♗f6+ ♔f8 3.♘h7#

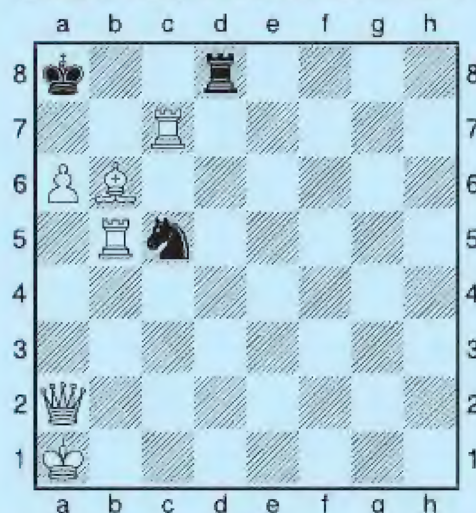


Các bạn được thưởng kì này: *Vũ Hải Trúc*, 6A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Đường Minh Quân*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Đan Trường*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Đức Nam*, 7A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, Hà Nội; *Bùi Đức Anh*, 8C1, THCS Tô Hiệu, Lê Chân, **Hải Phòng**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 82)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 6

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

I. Phần trắc nghiệm khách quan *(3 điểm, mỗi câu 0,5 điểm)*

Hãy chọn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1. Số nghịch đảo của $-3\frac{2}{5}$ là

A. $\frac{-5}{17}$ B. $\frac{-5}{13}$ C. $-5\frac{1}{2}$ D. -3.

Câu 2. Nếu $\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}x+2=0$ thì giá trị của x là

A. 1 B. −1 C. −2 D. −3.

Câu 3. $\frac{4}{3}$ của 3 thì bằng $\frac{2}{5}$ của số

A. 3 B. 4 C. 5 D. 10.

Câu 4. Một hình chữ nhật có diện tích $\frac{2}{9}$ cm^2 với chiều dài bằng $\frac{2}{3}$ cm. Vậy chu vi của nó là

A. 1 cm B. 2 cm C. $\frac{1}{2}$ cm D. $\frac{1}{3}$ cm.

Câu 5. Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy nếu

A. $\widehat{xOy}+\widehat{yOz}=\widehat{xOz}$.

B. $\widehat{xOz}+\widehat{xOy}=\widehat{yOz}$.

C. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOy}>\widehat{xOz}$.

D. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{xOy}<\widehat{yOz}$.

Câu 6. Cho tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz biết $\widehat{xOy}=40^o$, $\widehat{xOz}=130^o$ thì $\widehat{yOz}$ là

A. Góc nhọn B. Góc vuông C. Góc tù D. Góc bẹt.

II. Phần tự luận *(7 điểm)*

Bài 1. *(1 điểm)* Thực hiện phép tính $A=\frac{1}{4}:1,5+1\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{2}$.

Bài 2. *(1 điểm)* Tính nhanh $B=\frac{-5}{13}\cdot\frac{7}{11}+\frac{8}{11}\cdot\frac{-7}{13}+1\frac{7}{11}$.

Bài 3. *(1,5 điểm)* Lớp 6A có số học sinh nữ chiếm 62,5% số học sinh của cả lớp và có 12 học sinh nam.

a) Tính số học sinh của lớp 6A.

b) Tính tỉ số phần trăm của học sinh nam đối với học sinh nữ.

Bài 4. *(2,5 điểm)* Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{xOy}=30^o$.

a) Tính $\widehat{yOz}$.

b) Trên nửa mặt phẳng bờ xz chứa tia Oy vẽ tia Ot sao cho $\widehat{zOt}=120^o$. Hỏi Oy có là tia phân giác của $\widehat{xOt}$ không? Tại sao?

c) Vẽ tia phân giác Om của $\widehat{zOt}$. Tính $\widehat{mOy}$.

Bài 5. *(1 điểm)* Tìm x biết $\frac{1}{x}-\frac{1}{9999}=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{97.99}$.

THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 7

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. Hãy chọn câu trả lời đúng ứng với A, B, C hoặc D.

a. 8^4 bằng:

A. 2^7 B. 2^8 C. 2^{12} D. 2^{16}.

b. Nếu $|x| + \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$ thì x bằng:

A. $\frac{-1}{12}$ B. $\frac{1}{12}$ hoặc $\frac{-1}{12}$ C. $\frac{1}{12}$ D. không tồn tại giá trị của x.

c. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(a, b, c, d \neq 0)$ ta có thể suy ra tỉ lệ thức nào trong các tỉ lệ thức sau?

A. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$ B. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$ D. $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$.

d. Nếu $\sqrt{2x} = 4$ thì x^2 bằng:

A. 2 B. 8 C. 16 D. 64.

e. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. $\frac{x^2}{10}$ là một đơn thức. B. $2x^2 + 3x - 1$ là một đa thức

C. 0 là một đa thức D. 10^{100} là một đơn thức bậc 100.

f. Cho hai đường thẳng xx' và yy' vuông góc với nhau tại O. Số cặp góc vuông bằng nhau nhưng không đối đỉnh với nhau là:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1.

g. Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O. Số cặp góc đối đỉnh tạo thành là:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1.

Câu 2. Điền dấu **X** vào ô thích hợp:

Câu	Khẳng định	Đúng	Sai
a	Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và nếu cho x = −2 thì y = 6. Khi đó hệ số tỉ lệ là −3.		
b	Bậc của đa thức $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1 + 2x - x^3$ là 2.		
c	Cho ΔABC = ΔA'B'C' biết AB = 3 cm, AC = 6 cm, B'C' = 5 cm. Khi đó chu vi ΔABC bằng 9 cm.		

Câu 3. Tính giá trị các biểu thức sau

a) $\left(\frac{3}{8} - \frac{4}{5}\right).(4,34 + 5,66) + \frac{1}{4}$. b) $\left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right)^2 + \left|\frac{-5}{2}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}}$. c) $\frac{2^2}{1.3} + \frac{3^2}{2.4} + \frac{4^2}{3.5} + \dots + \frac{99^2}{98.100}$.

Câu 4. Hai đội máy cày có tổng số máy cày là 27 chiếc (có cùng năng suất) làm việc trên hai cánh đồng có diện tích bằng nhau. Biết đội I hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội II trong 5 ngày. Tính số máy cày của mỗi đội.

Câu 5. Cho đa thức $f(x) = -x^4 - 3x^2 + 5x + 7 + x^3 + 2x^2 - 3x - 10$.

a) Rút gọn f(x).

b) Chỉ ra bậc, hệ số tự do, hệ số cao nhất của f(x).

Câu 6. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm E. Trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho BE = CF. Nối E với F cắt BC tại O, kẻ EI song song với AF ($I \in BC$). Chứng minh rằng:

a) Tam giác BEI cân tại E. b) OE = OF.

LẠI QUANG THỌ *(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 8

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

A. Phần trắc nghiệm (3 điểm)

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, AC = 3 cm, BC = 5 cm. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. 6 cm^2 B. 12 cm^2 C. 15 cm^2 D. 10 cm^2

Câu 2. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$, biết $\widehat{A} = 80^o; \widehat{B} = 70^o; \widehat{F} = 30^o$ thì:

A. $\widehat{D} = 120^o$ B. $\widehat{D} = 70^o$ C. $\widehat{E} = 80^o$ D. $\widehat{C} = 30^o$

Câu 3. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNK$ theo tỉ số đồng dạng là 2 và $\Delta MNK \backsim \Delta HEF$ theo tỉ số đồng dạng là 3. Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta HEF$ theo tỉ số đồng dạng nào dưới đây:

A. 6 B. 5 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 4. Nếu $a \le b$ và $c < 0$ thì:

A. $ac \le bc$ B. $ac > bc$ C. $ac \ge bc$ D. $ac = bc$

Câu 5. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{x-3}{2+x} = 0$ là:

A. $x \ne -2$ B. $x \ne 3$
C. $x \ne -3$ và $x \ne -2$ D. $x \ne 3$ và $x \ne -2$

Câu 6. Cho tam giác ABC có AD là phân giác, khi đó ta có:

A. $\frac{DB}{DC} = \frac{AD}{AC}$ B. $\frac{DB}{DC} = \frac{AC}{AB}$
C. $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{DB}{DC} = \frac{AD}{AB}$

Câu 7. Phương trình $\frac{x+2}{5} + \frac{x}{x-3} = \frac{5}{x+7}$ có ĐKXĐ là:

A. $x \ne 3; x \ne -7$ B. $x \ne 3; x \ne 7$
C. $x \ne 5$ D. $x \ne 5; x \ne 3; x \ne -7$.

Câu 8. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $\frac{1}{2}x + 2 \le 0$ B. $0x + 5 > 0$
C. $2x^2 + 3 > 0$ D. $\frac{1}{2x+1} > 0$

Câu 9. $x = 2$ là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $3x + 6 = 0$ B. $x^2 = 2$
C. $3x = 6$ D. $2x - 2 = 0$

Câu 10. Một hình lập phương có thể tích là 125 cm^3. Diện tích xung quanh của hình lập phương đó là:

A. 100 cm^2 B. 20 cm^2 C. 25 cm^2 D. 150 cm^2

B. Phần tự luận (7 điểm)

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5x-2}{3} + x = 1 + \frac{5-3x}{2}$;

b) $\frac{x}{x-1} = \frac{x+4}{x+1}$;

c) $\frac{2}{2x-6} + \frac{2}{2x+2} + \frac{2x}{(x+1).(3-x)} = 0$;

d) $|2x+1| - 5x = x + 2$.

Bài 2. Giải bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{x+2}{3} - 1 \ge 2x + \frac{x}{2}$;

b) $\frac{5x+3}{4} - \frac{9x+2}{5} < \frac{7-3x}{8}$.

Bài 3. Hai xe cùng khởi hành một lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 70 km, đi ngược chiều nhau sau một giờ thì hai xe gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi xe. Biết rằng xe đi từ A có vận tốc lớn hơn xe đi từ B là 10 km/giờ.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết AC = 4 cm, BC = 6 cm. Kẻ tia Cx vuông góc với BC (tia Cx và điểm A khác phía so với đường thẳng BC). Lấy trên tia Cx điểm D sao cho BD = 9 cm. Chứng minh rằng BD // AC.

Bài 5. Hình bình hành ABCD có BC = 2AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của BC, AD. Gọi P là giao điểm của AM với BN, Q là giao điểm của MD với CN, K là giao điểm của tia BN với tia CD.

a) Chứng minh tứ giác MDKB là hình thang.

b) Tứ giác PMQN là hình gì? Vì sao?

c) Hình bình hành ABCD phải có thêm điều kiện gì để PMQN là hình vuông?

LẠI QUANG THỌ
(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc)



ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

I. Phần trắc nghiệm khách quan *(3 điểm)*

Hãy chọn câu trả lời đúng ứng với A, B, C hoặc D trong mỗi câu sau.

Câu 1. Phương trình $\sqrt{(x-3)^2} = 2$ tương đương với phương trình

A. $x^2 - 6x + 5 = 0$ B. $x^2 + 6x + 5 = 0$ C. $x - 3 = -2$ D. $x - 3 = 2$.

Câu 2. Phương trình $2x^2 - (m+1)x + m - 3 = 0$ có tích hai nghiệm bằng $\frac{-3}{2}$ thì tổng hai nghiệm bằng

A. 1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 0.

Câu 3. Hàm số $y = ax^2$ có đồ thị đi qua điểm $(-1; -3)$ thì hàm số đó

A. Đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$. B. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$. D. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho đường tròn (O, R) với dây $AB = R\sqrt{2}$. Điểm M thuộc cung nhỏ AB ($M \neq A$, $M \neq B$) thì $\widehat{AMB}$ bằng

A. 45^o B. 90^o C. 120^o D. 135^o.

Câu 5. Một đường tròn có chu vi là 6π cm, khi đó diện tích hình tròn đó là

A. 9π cm^2 B. π cm^2 C. 36π cm^2 D. 6π cm^2.

Câu 6. Một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 6, 8, 10. Quay tam giác đó quanh cạnh độ dài 8 thì diện tích xung quanh của hình tạo thành là

A. 64π B. 80π C. 48π D. Kết quả khác.

II. Phần tự luận *(7 điểm)*

Bài 1. *(1 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ xy = 36 \end{cases}$

Bài 2. *(1,5 điểm)* Cho phương trình $x^2 - (m-3)x - m + 2 = 0$. (*)

a) Chứng minh phương trình (*) luôn có nghiệm với mọi m.

b) Tìm hệ thức giữa hai nghiệm x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m.

c) Tìm m thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 7$.

Bài 3. *(1,5 điểm)* Cho (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và (d): $y = x - m$.

a) Tìm m để (P) và (d) tiếp xúc với nhau, khi đó hãy tính tọa độ tiếp điểm A.

b) Xác định điểm $B \in (P)$ thỏa mãn $OA^2 - AB^2 = \frac{5}{4}$.

Bài 4. *(3 điểm)* Cho M là một điểm trên đường tròn (O; R) đường kính AB. Tiếp tuyến qua A cắt tia BM tại C.

a) Chứng minh rằng BM.BC không đổi khi M di động trên (O).

b) Gọi I là trung điểm của MB. Chứng minh rằng tứ giác ACIO nội tiếp và $\widehat{AIB} = \widehat{BOC}$.

c) Tìm vị trí của M trên (O) để MA + MB lớn nhất.

d) Khi $\hat{B} = 30^o$, tính phần diện tích tam giác ABC ở ngoài đường tròn (O).

THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 TP. HÀ NỘI

Năm học 2015 - 2016 - Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(5 điểm)*

1. Cho ba số nguyên a, b, c, d thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh $(a + b + c + d)$ chia hết cho 3.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố x sao cho $(2^x + x^2)$ là số nguyên tố.

Bài 2. *(5 điểm)*

1. Giải phương trình $\sqrt{2x^2+11x+19}+\sqrt{2x^2+5x+7}=3(x+2)$.

2. Tìm tất cả các bộ ba số (x, y, z) thỏa mãn $\begin{cases} x+y+z=3 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{3} \\ x^2+y^2+z^2=17. \end{cases}$

Bài 3. *(3 điểm)*

1. Cho ba số x, y, z thỏa mãn $0<x<\dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0<y<\dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0<z<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và $xy+yz+zx=\dfrac{3}{4}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4x}{3-4x^2}+\dfrac{4y}{3-4y^2}+\dfrac{4z}{3-4z^2}$.

2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh $\dfrac{a^{2016}}{b+c-a}+\dfrac{b^{2016}}{c+a-b}+\dfrac{c^{2016}}{a+b-c}\ge a^{2015}+b^{2015}+c^{2015}$.

Bài 4. *(6 điểm)*

Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Lấy điểm Q bất kì trên cạnh BC (Q khác B, Q khác C). Trên tia đối của tia BA lấy điểm P sao cho $CQ.AP = a^2$. Gọi M là giao điểm của AQ và CP.

1. Chứng minh bốn điểm A, B, M, C cùng thuộc một đường tròn.

2. Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của M trên AB, BC, CA.

a) Xác định vị trí của Q để độ dài IK lớn nhất.

b) Chứng minh $MI^2 + MJ^2 + MK^2$ không đổi khi Q thay đổi trên cạnh BC.

Bài 5. *(1 điểm)*

Cho bảng ô vuông kích thước 10 × 10 gồm 100 ô vuông kích thước 1 × 1. Điền vào mỗi ô vuông của bảng một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số được điền ở hai ô vuông chung cạnh hoặc chung đỉnh thì nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong bảng ô vuông đã cho có một số xuất hiện ít nhất 17 lần.





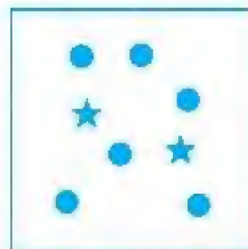
Kì này ĐỐ BẠN BIẾT HÌNH NÀO, SỐ NÀO?

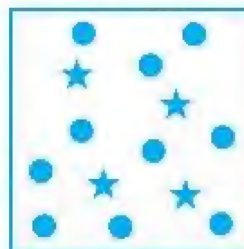
Bài 1. Trong các hình sau, hình nào không phù hợp với các hình còn lại.


A


B

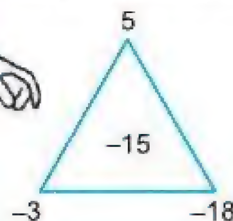


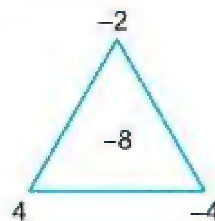

C

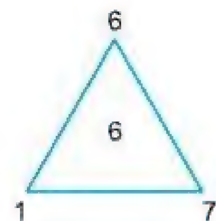

D

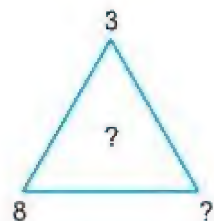


Bài 2. Tìm các số còn thiếu









NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ TIẾP THEO (TTT2 số 157)

Nhận xét. Cả hai bài kì này đều không quá khó, nhưng vẫn có bạn tìm sai quy luật.

Quy luật.

Bài 1. Xét dãy số 1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14; 16; 17; ... Đây là dãy các số tự nhiên tăng dần mà các số hạng không chia hết cho 3 và không chia hết cho 5. Vậy số hạng tiếp theo của dãy là **19**.

Bài 2. Quan sát từ trái sang phải, khi chuyển sang hình vuông tiếp theo, mỗi số ở đỉnh hình vuông dịch chuyển sang đỉnh liền kề theo chiều quay của kim đồng hồ, đồng thời nó được tăng thêm 3 đơn vị. Do vậy **?** = 7 + 3 = **10**.

Một số bạn còn tìm ra quy luật: Tổng các số ở hai đỉnh đối diện của mỗi hình vuông hơn kém nhau 2 đơn vị, cũng đúng nhưng cần nêu cụ thể hơn.



Xin trao thưởng cho các bạn: *Nguyễn Trung Thế*, 8A1, THCS Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Lê Thị Thu Thái*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Ngọc Trâm*, 6A1, THCS Hồng Bàng, Q. Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Lê Xuân Hoàng*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Thị Băng Băng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An.**

Các bạn sau được tuyên dương: *Phan Quang Huy, Diêm Đăng Hoàng,* 8A1, THCS Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Hoàng Đạo, Đường Minh Quân, Chu Minh Hiếu,* 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH



LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ CỦA HỒNG KÔNG NĂM 2010

(VÒNG 1)

MAI VŨ *(Sưu tầm, dịch và giới thiệu)*

1. Chú ý rằng $f(n) = n^3 - (n-1)^3$. Điều này dẫn đến $f(1) + f(2) + ... + f(2010) = (1^3 - 0^3) + (2^3 - 1^3) + ... + (2010^3 - 2009^3) = 2010^3 = 201^3.1000$.

Vì 201^3 có chữ số hàng đơn vị là 1. Vậy bốn chữ số tận cùng là 1000.

2. Theo giả thiết n = 2010k và có chữ số tận cùng là 0 nên tất cả các chữ số của 201k đều là lẻ.

Ta phải có $k \geq 150$, nếu $k < 100$ thì khi đó chữ số hàng trăm của 201k là chẵn; nếu $100 \leq k < 150$ thì chữ số hàng chục nghìn của 201k là 2, đó là số chẵn. Hơn nữa k cần phải là số lẻ vì chữ số hàng đơn vị của 201k phải là lẻ. Do đó ta thử 201.151 = 30351, 201.153 = 30753 và 201.155 = 31155.

Vậy n = 311550.

3. Ta xét các trường hợp sau:

- Nếu n có dạng 2^a, khi đó ta có $n > 2.1200 = 2400$, và số nhỏ nhất n của dạng này là $2^{12} = 4096$.
- Nếu n có dạng 3^b, khi đó ta có $n > 3.1200 = 3600$, và số nhỏ nhất n của dạng này là $3^8 = 6561$.
- Nếu n có dạng 2^a3^b, khi đó ta có $n > 3.1200 = 3600$, sau một số phép thử ta tìm được số nhỏ nhất n của dạng này là $2^4.3^5 = 3888$.
- Nếu n chia hết cho một số nguyên tố lớn hơn hoặc bằng 5, khi đó ta có $n > 5.1200 = 6000$.

Kết hợp với các trường hợp chứng minh ở trên, đáp án là n = 3888.

4. Do sơ suất, đề bài thiếu quả bóng màu xanh lam.

- Từ điều kiện "lấy ra 100 quả bóng bất kì trong 111 quả bóng thì đảm bảo có đủ 4 màu" (*) suy ra mỗi màu có ít nhất 12 quả bóng. Thực vậy, nếu một màu (chẳng hạn màu đỏ) có n quả, với $n \geq 11$ thì còn $111 - n \geq 100$ quả với 3 màu trắng, xanh lá cây, xanh lam, ta chọn 100 quả đó sẽ chỉ có 3 màu (điều này trái với giả thiết).
- Số bóng cần tìm là N > 87. Chẳng hạn nếu có 12 quả màu đỏ, 12 quả màu trắng, 12 quả màu xanh lam và 75 quả màu xanh lá cây thì thỏa mãn điều kiện (*) vì khi lấy 100 quả thì còn lại 11 quả. Trong 11 quả đó xét 1 màu (chẳng hạn màu đỏ) có n quả thì $n \leq 11$, suy ra có $12 - n \geq 1$ quả đã được lấy. Bây giờ lấy ra 87 = 75 + 12 quả màu xanh lá cây và màu đỏ thì trong số 87 quả đó không đủ 3 màu.
- Ta chỉ ra rằng số bóng cần chọn ít nhất là N = 88. Thật vậy, khi lấy ra 88 quả bóng thì còn lại 23 quả. Nếu thiếu 2 màu thì từ điều kiện (*) phải còn lại ít nhất 2.12 = 24 quả bóng, trái với điều kiện còn 23 quả bóng. Vậy đáp án là N = 88.

5. Ta có $a - b \geq 1$ và $c - d \geq 1$. Do vậy $2010 = a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = (a+b)(a-b) + (c+d)(c-d) \geq (a+b) + (c+d) = 2010$, đẳng thức xảy ra khi ta có $a - b = c - d = 1$. Điều này dẫn đến $(b+1) + b + (d+1) + d = 2010$, hoặc $b + d = 1004$, trong đó b và d là các số nguyên dương với $b \geq d + 2$. Do vậy ta có 501 cặp (b; d) là (1003; 1), (1002; 2), ... , (503; 501), và có 501 bộ số (a; b; c; d) là (1004; 1003; 2; 1), (1003; 1002; 3; 2), ... , (504; 503; 502; 501).

6. Chú ý rằng $(x-1)^2 + 1 \leq P(x) \leq 2(x-1)^2 + 1$ đúng với bất kì số thực x. Do vậy ta cần phải có $P(x) = a(x-1)^2 + 1$, $1 \leq a \leq 2$. Từ P(11) = 181, ta có $181 = a(11-1)^2 + 1$ tức là $a = \frac{9}{5}$. Dẫn đến $P(21) = \frac{9}{5}(21-1)^2$.

7. Giả sử $n = a_1 + a_2 + ... + a_k$ (*) với a_i là các số nguyên (i = 1, 2,..., k) thỏa mãn $135 \leq a_i \leq 144$.

Lúc đó $135k \leq n \leq 144k \Leftrightarrow \frac{n}{144} \leq k \leq \frac{n}{135}$.

Tồn tại số nguyên $k \geq 1$ khi

$\frac{n}{135} \geq 1 + \frac{n}{144} \Leftrightarrow \frac{n}{135} - \frac{n}{144} \geq 1$

$\Leftrightarrow 9n \geq 135.144 \Leftrightarrow n \geq 135.16 = 2160$.

Từ đó ta chỉ xét $k \leq 15$.

- Với k = 15 thì $n \geq 135.15 = 2025$.
- Với k = 14 thì $n \leq 144.14 = 2016$.

Như vậy với $2017 \leq n \leq 2024$ thì n không biểu diễn được trong dạng (*).

Đáp án là n = 2024.

(Kì sau đăng tiếp)



Kì này PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM KHÔNG?

Bài toán.

Giải phương trình:

$x^2+2\sqrt{x^2y}+y+1=0.$

Một học sinh giải như sau:

ĐKXĐ $x^2y \ge 0 \Leftrightarrow y \ge 0.$

Phương trình tương đương với

$(\sqrt{x^2})^2+2\sqrt{x^2}.\sqrt{y}+\sqrt{y^2}+1=0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2}+\sqrt{y})^2+1=0.$

Vì $y \ge 0$ nên $(\sqrt{x^2}+\sqrt{y})^2+1>0.$

Do đó phương trình vô nghiệm.

Theo bạn lời giải trên đúng hay sai?

PHAN ĐÌNH ÁNH

(GV. THCS Thạch Kim, Lộc Hà, Hà Tĩnh)



Kết quả SAI LẦM Ở ĐÂU? (TTT2 số 157)



Lời giải đúng như sau: Từ giả thiết

$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a-b}$ và $ac \ne 0$, $a \ne b$, $b \ne c$.

Suy ra $\frac{c+a-b}{(a-b)c}=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}=\frac{a-b+c}{(b-c)a}.$

Do đó ta có $(c+a-b)\left(\frac{1}{(a-b)c}-\frac{1}{(b-c)a}\right)=0.$

● Nếu $\frac{1}{(a-b)c}=\frac{1}{(b-c)a}$ thì

$(a-b)c=(b-c)a \Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}.$

● Nếu $c+a-b=0$ thì $\frac{a-b}{b-c}=\frac{-c}{a}\ne\frac{a}{c}$ (vì hai phân số này khác 0 và khác dấu).

Do đó $\frac{a-b}{b-c}=\frac{a}{c}$ chỉ xảy ra khi $c+a-b \ne 0$.

Điều kiện này cần đưa vào giả thiết.

Nhận xét. Một số bạn có câu trả lời đúng, nhưng không thay $c+a-b=0$ vào xem kết luận có thỏa mãn hay không. Cách làm như vậy chưa đầy đủ vì có khi tích hai thừa số bằng 0 và hai thừa số đó đồng thời bằng 0. Chẳng hạn, nếu cho $a=2c$ và xét $(c+a-b)(b-3c)=0$.



Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Chí Công*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, *Lê Thị Thu Thái*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Quý Dương*, 8A2, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh; *Trần Quang Tài*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Hồng Minh*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Võ Hùng Tuấn*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

ANH KÍNH LÚP

ĐỀ THI LỚP 6 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Câu 1. *(5,0 điểm)*

a) Tìm *x* nguyên biết rằng:

$2 + \{-3 - [-4 + (-5 + |x|)]\} = 3 - [4 - (-5 + 6)]$.

b) Tính giá trị của A biết rằng:

$A = 6 + (-16) + (-26) + 36 + 46 + (-56) + (-66) + ... + 1996 + 2016$.

Câu 2. *(5,0 điểm)*

a) Tìm số nguyên n thỏa mãn điều kiện (n + 5) chia hết cho (2n – 1).

b) Tìm x biết rằng $\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right)...\left(1+\frac{1}{2014.2016}\right)=\frac{x}{1008}$.

Câu 3. *(3,0 điểm)*

Hưởng ứng Giao lưu Câu lạc bộ môn học em yêu thích cấp Trung học cơ sở quận Hoàn Kiếm năm học 2015 - 2016, lớp 6A của một trường trong quận có 23 học sinh tham gia môn Toán, 13 học sinh tham gia môn Ngữ văn, 20 học sinh tham gia môn Tiếng Anh, 3 học sinh tham gia môn Toán và môn Ngữ văn, 7 học sinh tham gia môn Toán và môn Tiếng Anh, 5 học sinh tham gia môn Ngữ văn và môn Tiếng Anh, 2 học sinh tham gia cả ba môn, 5 học sinh không tham gia môn nào. Tính số học sinh của lớp 6A.

Câu 4. *(5,0 điểm)*

Cho đoạn thẳng AB = 5 cm. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho BC = 2 cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b) Lấy một điểm M bất kì không nằm trên đường thẳng AB. Nối M với các điểm A, B, C. Hãy tính tỉ số diện tích của hai tam giác MAB và MBC.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho $M = \frac{1}{4} - \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} - \frac{4}{4^4} + ... + \frac{2015}{4^{2015}} - \frac{2016}{4^{2016}}$. Chứng minh $M < \frac{4}{25}$.



ĐỀ THI LỚP 7 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Bài 1. *(5,0 điểm)*

a) Tính giá trị của $M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6.3^3.\left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$.

b) Tính giá trị của phân số $\frac{A}{B}$ biết rằng

$A = 1 + 2^4 + 2^8 + ... + 2^{2012} + 2^{2016}$ và $B = 1 + 2^2 + 2^4 + ... + 2^{2016} + 2^{2018}$.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

a) Tìm x, y, z biết rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $2x^2 + 3y^2 - 4z^2 + 116 = 0$.

b) Tìm số thực x biết rằng $\left|2x + \frac{1}{2}\right| + \left|2x - \frac{3}{2}\right| = 2$.

Bài 3. *(3,0 điểm)*

Mức nước sinh hoạt của nhà bạn Đức Anh được thống kê trong bảng sau đây:

Thời điểm	**Cuối tháng 9/2015**	**Cuối tháng 10/2015**	**Cuối tháng 11/2015**	**Cuối tháng 12/2015**
Chỉ số đồng hồ đo nước (m^3)	154	170	187	202

Biết số tiền nước phải trả cho mỗi m^3 nước là không đổi và tổng số tiền nhà bạn Đức Anh phải trả trong quý IV năm 2015 là 480 000 đồng. Tính số tiền nước phải trả trong mỗi tháng 10, 11 và 12 năm 2015.

Bài 4. *(5,0 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho BM = CN. Kẻ MH, NK cùng vuông góc với BC (H, K thuộc BC). Gọi I là giao điểm của MN và BC.

a) Chứng minh $\Delta HBM = \Delta KCN$ và I là trung điểm của MN.

b) Đường trung trực của MN cắt tia phân giác Ax của góc BAC tại P.

Chứng minh $\widehat{PMB} = \widehat{PNC}$.

c) Chứng minh khi M di động trên AB và N di động trên tia đối của tia CA thỏa mãn BM = CN thì P là một điểm cố định.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

Tìm tất cả các số tự nhiên n nhận giá trị từ 1 đến 2016 sao cho phân số $\frac{n+43}{n^2 - 2016}$ không tối giản.



ĐỀ THI LỚP 8 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 120 phút**

Bài 1. *(5,0 điểm)*

a) Cho các số a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=-3$ và $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=7$.

Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{abc}{a+b+c}$.

b) Tìm các số thực a, b để đa thức $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ chia hết cho đa thức $x^2 - 3x + 2$.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

a) Chứng minh $(7^{2n} + 3.13^n - 4^{n+1})$ chia hết cho 19 với mọi số tự nhiên n.

b) Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn điều kiện $x^2 - 2y^2 + xy + 2x + 4y - 5 = 0$.

Bài 3. *(3,0 điểm)*

Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + 2b \geq 5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2a + 3b + \frac{1}{a} + \frac{4}{b}$.

Bài 4. *(5 điểm)*

Cho hình vuông ABCD có cạnh AB = 6 cm. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho BE = 2 cm, AE cắt đường thẳng CD tại G.

a) Tính diện tích tam giác CEG.

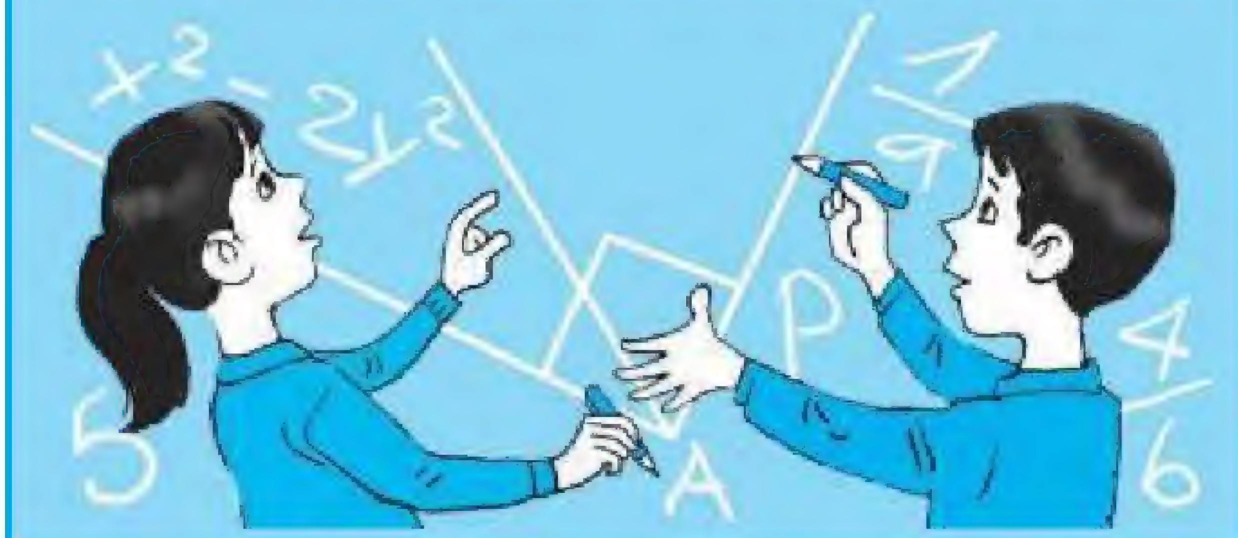
b) Gọi F là trung điểm của DG, BF cắt AG tại K, CK cắt AB tại H. Chứng minh AK vuông góc với CK.

c) Dựng hình chữ nhật BCFM và gọi I là giao điểm của HE và AC. Chứng minh BI và CM song song với nhau.

Bài 5. *(2 điểm)*

a) Cho a > b > c. Chứng minh $M = a^4(b - c) + b^4(c - a) + c^4(a - b)$ luôn dương.

b) Chứng minh rằng trong năm số nguyên tố bất kì lớn hơn 3, luôn tồn tại hai số có hiệu chia hết cho 12.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 HUYỆN YÊN LẠC TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học: 2015 - 2016

Thời gian làm bài: **150 phút**

Bài 1. *(2 điểm)*

a) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện xy + yz + zx = 2015 và

$$P=x\sqrt{\frac{(2015+y^2)(2015+z^2)}{2015+x^2}}+y\sqrt{\frac{(2015+x^2)(2015+z^2)}{2015+y^2}}+z\sqrt{\frac{(2015+x^2)(2015+y^2)}{2015+z^2}}$$

Chứng minh rằng P không phải là số chính phương.

b) Cho biểu thức $\sqrt{x^2-6x+11}-\sqrt{x^2-6x+10}=2015$.

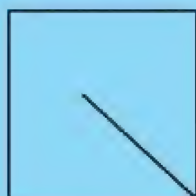
Chứng minh biểu thức $Q=\sqrt{x^2-6x+10}+\sqrt{x^2-6x+11}$ không phụ thuộc vào x.

Bài 2. *(1,5 điểm)*

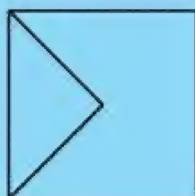
Tìm số tự nhiên n lớn nhất sao cho số 2015 bằng tổng của n số $a_1, a_2, \dots, a_n$ trong đó a_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) đều là hợp số.

Bài 3. *(2 điểm)*

a) Cho đồ thị M có số đỉnh V, số cạnh E và số miền R. Khi đó ta có công thức Euler như sau V – E + R = 2. Em hãy kiểm chứng công thức trên qua các đồ thị sau:



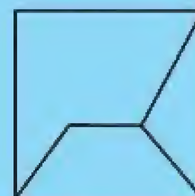
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

b) Giải phương trình sau $x^2-x-1=\sqrt{8x+1}$.

Bài 4. *(2,5 điểm)*

a) Cho tam giác ABC và hai đường trung tuyến BN, CM vuông góc với nhau. Chứng minh rằng $\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}\ge\frac{2}{3}$.

b) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, M là một điểm trên nửa đường tròn (O). Lấy điểm C trên tia AM sao cho AC = BM. Chứng minh rằng đường thẳng d vuông góc với AM tại C luôn đi qua một điểm cố định khi M di động.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

a) Trong cuộc thi vẽ tranh chủ đề về đảo Trường Sa của học sinh giỏi toán lớp 9 huyện Yên Lạc, tỉnh Vĩnh Phúc có tổng số 100 học sinh tham gia, trong đó mỗi người quen ít nhất 66 người khác. Hỏi có phải trong mọi trường hợp luôn tồn tại 4 người đôi một quen nhau không?

b) Cho các số a, b, c là các số thực dương thỏa mãn a + b + c = 1. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a^3}{(1-a)^2}+\frac{b^3}{(1-b)^2}+\frac{c^3}{(1-c)^2}$.



ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 HUYỆN VĨNH TƯỜNG, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học 2014 - 2015

Câu 1. a) Ta có $a^2 + 1 = a^2 + ab + bc + ca$
$= (a + b)(a + c)$.
$b^2 + 1 = b^2 + ab + bc + ca = (b + a)(b + c)$.
$c^2 + 1 = c^2 + ab + bc + ca = (c + a)(c + b)$.
Thay vào ta tính được $M = 0$.

b) Đặt

$$am^3 = bn^3 = cp^3 = k^3 \Rightarrow a = \frac{k^3}{m^3}; b = \frac{k^3}{n^3}; c = \frac{k^3}{p^3}.$$

Do đó $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = k$;

$$\sqrt[3]{am^2 + bn^2 + cp^2} = \sqrt[3]{k^3} = k.$$

Suy ra $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{am^2 + bn^2 + cp^2}$.

Câu 2. a) Ta có

$$x^2 + 3x + 1 = (x+3)\sqrt{x^2+1}$$
$$\Leftrightarrow (x^2+1) - x\sqrt{x^2+1} - 3\sqrt{x^2+1} + 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} - 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+1} - x = 0 \ (1) \\ \sqrt{x^2+1} - 3 = 0 \ (2). \end{array}\right.$$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 + 1 = x^2 \end{cases}$ (Vô nghiệm).

$(2) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} = 3 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 8$
$\Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

b) Ta có $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$
$(x - 5)y = x^2 - 6x + 8$ (*)

- Với $x = 5$ thì phương trình (*) vô nghiệm
- Với $x \neq 5$ thì

$$\Rightarrow y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} = x - 1 + \frac{3}{x-5}.$$

Suy ra $x - 5 \in \{\pm 3; \pm 1\}$.
Xét các trường hợp ta có các nghiệm cần tìm là $(x, y) = (6, 8); (4, 0); (8, 8); (2, 0)$.

Câu 3. a) Với $a, b > 0$. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge 2\sqrt{\frac{1}{a}.\frac{1}{b}} = \frac{4}{2\sqrt{ab}} \ge \frac{4}{a+b}$. (*)

Vì $x, y > 0$ nên theo (*) ta có

$$A = \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy$$
$$= \left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + \frac{5}{4xy} + \left(\frac{1}{4xy} + 4xy\right)$$
$$\ge \frac{4}{x^2+y^2+2xy} + \frac{5}{(x+y)^2} + 2\sqrt{\frac{1}{4xy}.4xy}$$
$$= \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{5}{(x+y)^2} + 2 = 4 + 5 + 2 = 11.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Vậy MinA = 11 khi $x = y = \frac{1}{2}$.

b) Với $x, y, z > 0$ theo bất đẳng thức Bunhiacôpxki ta chứng minh được

$$\frac{m^2}{x} + \frac{n^2}{y} + \frac{p^2}{z} \ge \frac{(m+n+p)^2}{x+y+z}. \ (*)$$

- Nếu $ab + bc + ca \le a + b + c$.

Áp dụng (*) và kết hợp với $abc \le 1$ ta có

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2c + b^2a + c^2b}{abc}$$
$$= \frac{\frac{a^2}{\frac{1}{c}} + \frac{b^2}{\frac{1}{a}} + \frac{c^2}{\frac{1}{b}}}{abc} \ge \frac{\frac{(a+b+c)^2}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}{abc}$$
$$= \frac{\frac{(a+b+c)^2}{ab+bc+ca}}{(abc)^2} \ge a + b + c. \ (1)$$

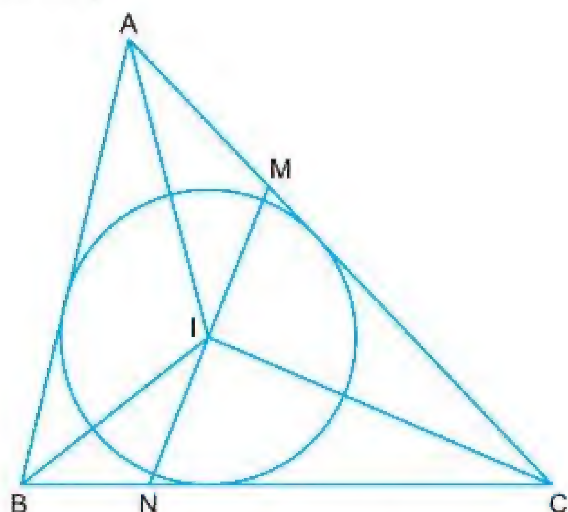
- Nếu $ab + bc + ca > a + b + c$.

Áp dụng (*) và kết hợp với $abc \le 1$ ta có

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2c + b^2a + c^2b}{abc}$$
$$= \frac{\frac{a^2c^2}{c} + \frac{b^2a^2}{a} + \frac{c^2b^2}{b}}{abc} \ge \frac{\frac{(ab+bc+ca)^2}{a+b+c}}{abc}$$
$$\ge ab + bc + ca > a + b + c. \ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

Câu 4. a)



Ta có $\widehat{AMI} = \widehat{INB} = \widehat{AIB}\left(= 90^\circ + \dfrac{\widehat{C}}{2}\right)$

Suy ra $\Delta AMI \backsim \Delta AIB$ (g.g); $\Delta AIB \backsim \Delta INB$ (g.g).

$\Rightarrow \Delta AMI \backsim \Delta INB \Rightarrow \dfrac{IM}{BN} = \dfrac{AM}{IN}$.

Do đó AM.BN = IM.IN. Dễ dàng chứng minh được $IM = IN \Rightarrow AM.BN = IM^2 = IN^2$.

b) Đặt AM = m, BN = n, IM = IN = x.

Vì ΔAMI và ΔAIB đồng dạng nên

$\dfrac{AM}{AI} = \dfrac{AI}{AB} \Rightarrow \dfrac{IA^2}{bc} = \dfrac{m}{b}$. (1)

Tương tự ta có $\dfrac{IB^2}{ca} = \dfrac{n}{a}$. (2)

Vì tam giác MIC vuông tại I nên $IC^2 = CM^2 - IM^2$.

Do $IM^2 = mn$ và CM = CN nên

$IC^2 = (b - m)(a - n) - mn = ab - bn - am$.

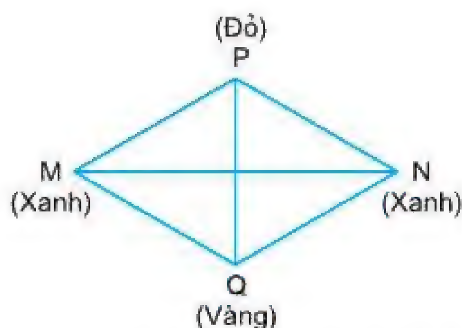
Do đó $\dfrac{IC^2}{ab} = 1 - \dfrac{n}{a} - \dfrac{m}{b}$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\dfrac{IA^2}{bc} + \dfrac{IB^2}{ca} + \dfrac{IC^2}{ab} = 1$.

Câu 5. a) Chứng minh bằng phương pháp phản chứng. Giả sử với mọi cách tô đều không tồn tại hai điểm cùng màu mà có khoảng cách bằng 2016.

Lấy hai điểm M và N sao cho $MN = 2016\sqrt{3}$ thì tồn tại các điểm P, Q thỏa mãn các tam giác MPQ, NPQ là các tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2016.

Khi đó, theo giả sử trên thì hai điểm có khoảng cách bằng 2016 được tô bởi hai màu khác nhau, nên M, N phải được tô bởi cùng một màu, chẳng hạn M, N: Xanh, P: Đỏ, Q: Vàng (Hình vẽ).



Từ đó, nếu điểm M được tô màu Xanh, thì mọi điểm nằm trên đường tròn tâm M, bán kính $2016\sqrt{3}$ đều được tô màu Xanh. Nhưng trên đường tròn này ta luôn tìm được hai điểm có khoảng cách giữa chúng bằng 2016. Mâu thuẫn với giả sử trên.

Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

b) Ta sẽ chứng minh sinh viên mang số 333 là "Sinh viên hay". Ta chia 997 sinh viên (tất cả các sinh viên ngoại trừ các sinh viên mang số 333, 666 và 999) vào 498 tập hợp sau: {1, 2, 4, ...}, {3, 6, 12, ...}, {5, 10, 20, ...}, ... , {331, 662}, {335, 670}, ... , {499, 998}, {501}, {503}, ... , {995}, {997}. Bây giờ ta xét một nhóm bất kì gồm 500 sinh viên có chứa sinh viên 333. Nếu một trong các sinh viên mang số 666 hoặc 999 thuộc nhóm đó thì nhóm đó là "nhóm hay". Ngược lại ta có 499 sinh viên chia vào 498 tập hợp trên. Khi đó theo quy tắc Dirichlet thì tồn tại hai sinh viên thuộc vào một nhóm. Trong trường hợp có hai sinh viên thuộc cùng một nhóm thì một trong hai sinh viên đó có số chia hết cho số của sinh viên kia. Từ đó ta có nhóm này là "nhóm hay" và sinh viên mang số 333 là "sinh viên hay".

Cuối cùng ta sẽ chứng minh các sinh viên mang các số từ 334 đến 1000 là các "sinh viên tối". Rõ ràng các sinh viên mang số từ 501 đến 1000 lập thành một "nhóm tối" và do đó các sinh viên mang số từ 501 đến 1000 không phải là "sinh viên hay". Bây giờ ta xét nhóm gồm 500 sinh viên sau đây: 334, 335, ... , 667, 669, 671, 673, ... , 997, 999.

Nhóm này bao gồm các sinh viên mang số 334 đến 667 và các sinh viên mang số lẻ từ 667 đến 999. Ta dễ dàng thấy rằng nhóm này là "nhóm tối" bởi vì với $334 \le n \le 500$, sinh viên mang số n thuộc nhóm đó và các sinh viên mang số 2n không thuộc nhóm đó còn số 3n đã vượt quá 1000. Với $n \ge 501$ thì 2n vượt quá 1000. Do đó ta không tìm thấy hai sinh viên nào mà số của sinh viên này chia hết cho số của sinh viên kia. Điều đó dẫn đến nhóm này là "nhóm tối" và các sinh viên từ 334 đến 1000 là các "sinh viên tối". Vậy đáp án cần tìm là 333.

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(157). Nhà toán học De Morgan (1806 - 1871) khi được hỏi tuổi đã trả lời: Tôi x tuổi vào năm x^2. Hỏi năm x^2 đó ông bao nhiêu tuổi?

Lời giải. Nhà toán học De Morgan sinh vào năm 1806, ông x tuổi vào năm x^2.

Suy ra $x^2 - x = 1806$ (vì $x \in \mathbb{N}^*$)

Do đó $x(x - 1) = 1806$, vì $42.43 = 1806$ nên $x = 43$. Suy ra $x^2 = 1849$.

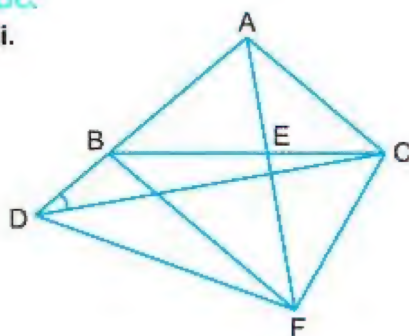
Vậy vào năm 1849 ông De Morgan 43 tuổi.

Nhận xét. Bài toán này rất thú vị nên có nhiều em tham gia giải và giải đúng. Xin nêu tên một số em trình bày tốt: *Nguyễn Minh Thùy, Nguyễn Công Hải*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Ngọc Mai, Nguyễn Thị Việt Trà, Nguyễn Đăng Doanh, Lê Phan Thảo Vy*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Ngọc Mai, Nguyễn Mai Linh*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Hồng An, Phan Thị Quỳnh Trang*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(157). Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 100^o$ và AB = AC. Trên tia AB lấy điểm D sao cho AD = BC. Tính $\widehat{ADC}$.

Lời giải.



Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $\widehat{BAE} = 60^o$. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt AE tại F. Vì $\widehat{BAC} = 100^o$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 40^o$ và $\widehat{CAF} = \widehat{BAC} - \widehat{BAE} = 100^o - 60^o = 40^o$.

Suy ra $\widehat{AFB} = 40^o$ (vì BF // AC)

$\widehat{ACB} = \widehat{CBF} = 40^o$ (vì BF // AC).

Do đó EA = EC và EB = EF, dẫn đến BC = AF.

Suy ra tam giác ADF đều.

Mặt khác $\Delta AEB = \Delta CEF$ (c.g.c)

nên CF = AB = CA.

Do đó $\Delta ADC = \Delta FDC$ (c.c.c)

Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{FDC} = 30^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải gọn hơn cả và được khen: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Lan Chi, Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thị Ngọc Ánh*, 7E2, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Quang Vinh*, 7A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Nguyễn Vũ Hà, Khổng Doãn Hưng, Nguyễn Công Hiếu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Hoàng Thị Phương Anh*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Đường Hải Sáng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Trình Tuấn Đạt, Lê Đình Tú, Nguyễn Sĩ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Đình Hoàng*, 6C; *Nguyễn An Na, Thái Thị Thu Sang*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, **Đức Thọ**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 7/5, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa.**

HỒ QUANG VINH

Bài 3(157). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 7(x + y) = 3(x^2 + xy + y^2) + 5 \quad (1) \\ \sqrt{\dfrac{3}{x+1}} + \sqrt{\dfrac{3}{y+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \quad (2) \end{cases}$$

Lời giải. Biến đổi phương trình (1) như sau

$(x + y)(x^2 - xy + y^2) + 7(x + y) - (x^2 - xy + y^2 + 7)$

$= 2(x + y)^2 - 2$

$\Leftrightarrow (x + y - 1)(x^2 - xy + y^2 + 7)$

$- 2(x + y - 1)(x + y + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x + y - 1)(x^2 - xy + y^2 - 2x - 2y + 5) = 0.$ (3)

Đặt $A = x^2 - xy + y^2 - 2x - 2y + 5$ thì

$2A = 2x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 4y + 10$

$= (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 4y + 4) + 2$

$= (x - y)^2 + (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + 2 > 0.$

Suy ra $A > 0$.
Từ đó và (3) suy ra $x + y = 1$. (4)
Từ (4) ta có $(x + 1)(y + 1) = xy + x + y + 1 = xy + 2$
$\le \frac{1}{4}(x+y)^2 + 2 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$. (5)
Với điều kiện $x > 0$, $y > 0$ và (5), ta biến đổi phương trình (2) như sau

$$\left(\sqrt{\frac{3}{x+1}} + \sqrt{\frac{3}{y+1}}\right)^2 = \frac{16}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{y+1}+\sqrt{x+1})^2}{(x+1)(y+1)} = \frac{16}{x+y+2\sqrt{xy}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(y+x+2)+6\sqrt{(y+1)(x+1)}}{xy+2} = \frac{16}{1+2\sqrt{xy}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9+6\sqrt{xy+2}}{xy+2} = \frac{16}{1+2\sqrt{xy}}.$$

Từ đó kết hợp với (5) ta có

$$\frac{xy+2}{1+2\sqrt{xy}} = \frac{9+6\sqrt{xy+2}}{16} \le \frac{9+9}{16} = \frac{9}{8}.$$

Suy ra $8xy - 18\sqrt{xy} + 7 \le 0$, hay
$(2\sqrt{xy} - 1)(4\sqrt{xy} - 7) \le 0$. (6)
Do $2\sqrt{xy} \le x + y = 1$ và $4\sqrt{xy} \le 2 < 7$ nên (6) xảy ra chỉ khi $2\sqrt{xy} = 1 = x + y$, tức là khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Thử lại thấy $(x,y) = \left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn hệ phương trình ban đầu và là nghiệm duy nhất.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tạ Nam Khánh*, *Lê Ngọc Hoa*, *Nguyễn Công Huấn*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội.**

NGUYỄN VIỆT HẢI



Bài 4(157). Cho các số thực a, b, c và d thỏa mãn: $a \ge b \ge c \ge d$; $a + b + c + d = 9$; $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$. Chứng minh rằng $ab - cd \ge 2$.

Lời giải. Ta có
$(ab + cd) + (ac + bd) + (ad + bc)$

$$= \frac{(a+b+c+d)^2 - (a^2+b^2+c^2+d^2)}{2} = 30$$

Từ giả thiết $a \ge b \ge c \ge d$, nên $ab + cd \ge ac + bd \ge ad + bc$, suy ra $ab + cd \ge 10$.
Đặt $x = a + b$, ta có $x^2 + (9 - x)^2 = (a + b)^2 + (c + d)^2 = 21 + 2(ab + cd) \ge 41$.
Suy ra $x^2 - 9x + 20 \ge 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) \ge 0$.
Mặt khác do $x = a + b \ge c + d$ và $a + b + c + d = 9$, suy ra $x \ge 5$.
Do đó, $25 \le a^2 + b^2 + 2ab = 21 - (c^2 + d^2) + 2ab \le 21 + 2(ab - cd)$, suy ra $ab - cd \ge 2$.
Đẳng thức xảy ra khi $a = 3$, $b = c = d = 2$.

Nhận xét. Đây là bài toán khó nên có rất ít bạn tham gia giải bài. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Vũ Mạnh Tùng*, *Lương Hoàng Tùng*, *Nguyễn Minh Đức*, 9H1, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm, **Hà Nội.**

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(157). Cho một bảng ô vuông kích thước 7×7 (gồm 49 ô vuông đơn vị). Đặt 22 đấu thủ vào bảng sao cho mỗi ô đơn vị có không quá một đấu thủ. Hai đấu thủ được gọi là tấn công lẫn nhau nếu họ cùng trên một hàng hoặc cùng trên một cột. Chứng minh rằng với mỗi cách đặt bất kì luôn tồn tại ít nhất 4 đấu thủ không tấn công lẫn nhau.

Lời giải. Ta đánh số các ô vuông đơn vị bởi các số từ 1 đến 7 sao cho mỗi số dùng đúng 7 lần, mỗi ô điền 1 số, các số trên cùng một hàng và cùng một cột đôi một khác nhau như hình vẽ sau

1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	1
3	4	5	6	7	1	2
4	5	6	7	1	2	3
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

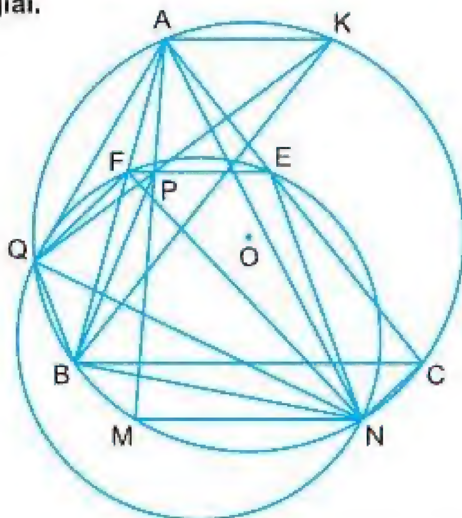
Như vậy, 49 ô vuông đơn vị được chia làm 7 loại ô vuông, mỗi loại có 7 ô ghi cùng một số.
Đặt 22 đấu thủ vào 7 loại ô vuông, theo nguyên lí Dirichlet thì tồn tại ít nhất $\left[\frac{22}{7}\right] + 1 = 4$ đấu thủ thuộc cùng một loại ô vuông nào đó, các đấu thủ này đôi một không tấn công nhau. Ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Tạ Nam Khánh, Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Trần Minh Huy*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc.**

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(157). Cho tam giác ABC nhọn, không cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Gọi M, N là hai điểm cố định thuộc cung nhỏ BC sao cho MN // BC và tia AM nằm giữa hai tia AB và AN. Gọi P là điểm nào đó trên đoạn thẳng AM. Đường thẳng đi qua P song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại E, F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác NEF cắt đường tròn (O) tại Q khác N. Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định khi điểm P di chuyển trên đoạn thẳng AM (P khác M).

Lời giải.



Gọi K là giao điểm thứ hai của PQ và đường tròn (O).

Vì MN // BC nên $\widehat{MAB} = \widehat{NAC}$. (1)

Do đó $\widehat{NAB} = \widehat{MAC}$.

Vì tứ giác ABNC nội tiếp và EP // BC nên

$\widehat{ANB} = \widehat{ACB} = \widehat{AEP}$.

Từ đó suy ra $\Delta ABN \backsim \Delta APE \Rightarrow \dfrac{AP}{AB} = \dfrac{AE}{AN}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\Delta ABP \backsim \Delta ANE \Rightarrow \widehat{PBA} = \widehat{ENA}$.

Kết hợp với các tứ giác AQBN, ENQF nội tiếp, ta có

$\widehat{PBQ} = \widehat{PBA} + \widehat{ABQ} = \widehat{ENA} + \widehat{ANQ}$

$= \widehat{ENQ} = 180^\circ - \widehat{EFQ} = 180^\circ - \widehat{PFQ}$.

Do đó tứ giác PBQF nội tiếp.

Kết hợp với tứ giác AQBK nội tiếp, suy ra

$\widehat{FPQ} = \widehat{FBQ} = \widehat{ABQ} = \widehat{AKQ}$.

Nói cách khác AK // FE // BC. Do đó điểm K cố định.

Vậy đường thẳng PQ luôn đi qua điểm K cố định.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH HÀ





ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư



Nguyễn Minh Thủy, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Tạ Nam Khánh, Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đường Hải Sáng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Sĩ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Nguyễn Minh Đức*, 9H1, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Hoàng Thị Phương Anh*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 7/5, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**.



Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).



20 NĂM HỌC BỔNG ASEAN CỦA SINGAPORE CHO HỌC SINH LỚP 9 VIỆT NAM

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Năm 1995 Việt Nam gia nhập ASEAN. Năm 1996 Việt Nam bắt đầu tham gia thi học bổng ASEAN của Singapore cùng với các nước trong khối ASEAN. Năm đầu tiên ấy đã có 110 em dự thi tại 2 hội đồng thi ở Hà Nội, Thành phố Hồ Chí Minh và có 8 em giành được học bổng. Đó là 4 em nam: Vũ Thành Nam, Mai Thanh Bình (Hà Nội), Vũ Thanh Hải (Hải Phòng), Lê Hồng Minh (Hà Bắc) và 4 em nữ: Đậu Phan Ngọc Thanh (Thừa Thiên - Huế), Phạm Nguyễn Anh Thư, Phạm Thị Thư Thư (TP. Hồ Chí Minh), Lý Phương Hạnh (Tiền Giang).

Cuộc thi gồm ba bài thi: một bài Tiếng Anh (thời gian thi 2 giờ), 1 bài toán 25 câu hỏi bằng Tiếng Anh (thời gian thi 2 giờ) và một bài trắc nghiệm thông minh IQ gồm 60 câu (làm trong 20 phút), diễn ra trong một ngày. Sau một tháng gần một nửa số thí sinh dự thi được Đại sứ quán Singapore báo đỗ vòng 1 và sau đó từng người được phỏng vấn. Một tháng sau 8 người được báo đỗ qua cả 2 vòng. Ngày 13.11.1996, 8 học sinh Việt Nam vừa hết lớp 9 sang Singapore theo học bổng ASEAN. Các em bắt đầu vào lớp Sec 3 tức lớp thứ 3 trong bậc Trung học Phổ thông (Secondary). Sau đó là 2 năm Tiền đại học (Preuniversity). Cuối 4 năm phải thi A level tức tốt nghiệp Trung học Phổ thông và giành học bổng vào Đại học. Bài thi được gửi sang Anh chấm. Cả 8 học sinh đều theo học ở các trường Phổ thông và Tiền đại học thuộc top 10 của Singapore. Các em đăng kí vào đại học và căn cứ vào điểm thi sẽ được xếp vào các ngành có điểm cao hoặc phải xuống ngành điểm thấp hơn tùy kết quả điểm sau đó. Trước đó, kì thi Olevel sau lớp Sec 4 cũng đã gửi sang Anh chấm. Khi đó các em cũng tự đăng kí vào các trường Tiền đại học trong top 10 trường tốt nhất. Tùy theo điểm sẽ quyết định các em được hay không vào các trường đã đăng kí và xuống trường hạng thấp hơn. Vào đại học đa số các em chọn các ngành về Tin học, Viễn thông, Kinh tế, Tài chính, Bất động sản để học tiếp. Mai Thanh Bình nay điều hành một công ty con chuyên về game online ở Việt Nam, công ty mẹ ở Singapore. Lê Hồng Minh làm ở văn phòng luật tư vấn về đăng kí sở hữu trí tuệ công nghiệp. Vũ Thanh Hải dạy khoa Kinh tế cho đại học NUS, Singapore. Vũ Thành Nam làm kĩ sư ở công ty Global Foundries tại Singapore. Nguyễn Anh Thư làm tài chính cho tập đoàn VinGroup ở Việt Nam. Phan Thị Thư Thư làm kĩ sư công ty dầu khí. Đậu Phan Ngọc Thanh làm kĩ sư công ty dầu khí Schlumberger. Lý Phương Hạnh học bất động sản nay làm ở TP. Hồ Chí Minh.

Năm thứ hai, năm học 1998 - 1999 có 13 học sinh, năm thứ ba có 21 học sinh. Năm học 2006 - 2007 có 25 học sinh giành được học bổng, là năm có số học sinh đỗ cao nhất.

Từ năm học 2005 - 2006 có thêm học bổng A*Star (The Agency for Science, Technology and Research) các trường trực tiếp làm việc với Việt Nam chọn học sinh giỏi và cấp học bổng.

Từ năm 2008 nước bạn bắt đầu tuyển học sinh lớp 6, 7 của Việt Nam sang học lớp đầu cấp Trung học (Sec 1). Các em này sẽ phải học 4 năm Trung học, 2 năm Tiền đại học và 3 hoặc 4 năm Đại học tùy ngành.

Với cách ra đề thi gồm nhiều bài, tiếng Anh ở mức độ khó và thêm IQ đã làm cho các kì thi của nước bạn tổ chức luôn chọn được những học sinh giỏi nhất. Các trường NTU, NUS, Raffles, NJC, Hwa chong, Nanyang, ACS, Victoria, Temasek,... của Singapore đã tuyển được hàng trăm học sinh giỏi ở Việt Nam. Ở Hà Nội, đó là các trường Trưng Vương, Hà Nội - Amsterdam, Khoa học Tự nhiên, Đại học Sư phạm, Chu Văn An, Việt Đức, Trần Phú, Kim Liên, Nguyễn Tất Thành, Ngô Sĩ Liên, Lương Thế Vinh, Marie Curie, Nguyễn Trường Tộ, Lô-mô-nô-xốp, Giảng Võ... Ở Nam Định là các trường Trần Đăng Ninh, Lê Hồng Phong. Ở Hải Phòng là trường Trần Phú. Ngoài ra còn có học sinh ở các tỉnh Bắc Ninh, Nghệ An, Vĩnh Phúc, TP Hồ Chí Minh, Gia Lai, Hưng Yên, Hải Dương, Thái Nguyên, Thái Bình, Kiên Giang, Thừa Thiên - Huế,...

Hai mươi năm tròn tính từ ngày 8 học sinh lớp 9 đầu tiên của Việt Nam sang Singapore học học bổng ASEAN và A*Star sau đó. Sau này, hàng nghìn sinh viên Việt Nam cũng được tuyển sang Singapore bằng học bổng ASEAN. Rất nhiều trong số đó đã sang học tiếp ở Anh, Mỹ, và nhiều người đã trở thành thạc sĩ, tiến sĩ được đào tạo ở Singapore, Anh, Mỹ, Úc...





Kẻ khả nghi

BÙI PHƯƠNG THẢO
(7B, THCS Phan Bội Châu, Tứ Kỳ, Hải Dương)

Đang trên đường về nhà sau giờ làm việc thì thám tử Sêlôccôc nhận được cuộc gọi của Thu Minh - một cô gái trẻ mà thám tử đã tình cờ quen biết trong một chuyến du lịch mấy năm về trước.

- Chú ơi! Chú giúp cháu với! Cháu vừa bị mất tiền... Tiền của công ty ạ.
- Chết! Mất nhiều không?
- Dạ, so với người khác thì chắc cũng không quá nhiều. Nhưng với cháu thì quá lớn ạ. Mẹ cháu đang nằm viện, cháu thì vừa mới được nhận vào công ty nên...
- Thôi được rồi, chú sẽ tới nhà cháu bây giờ. Nhắn địa chỉ cho chú luôn đi.

Hơn nửa tiếng sau, thám tử Sêlôccôc đã có mặt tại nhà Thu Minh.

- Sáng nay, cháu rút tiền ở ngân hàng rồi mang về nhà. Lẽ ra cháu mang luôn đến công ty, nhưng lúc đó cháu sực nhớ phải qua nhà lấy vài thứ để buổi trưa mang vào bệnh viện cho mẹ. Về tới nhà, cháu để cái túi đựng bọc tiền trên kệ TV rồi chạy vào bếp ăn tạm miếng bánh. Đang ăn thì cháu có điện thoại. Một người cùng phòng bệnh với mẹ cháu gọi, bảo cháu phải vào viện ngay. Hoảng quá, cháu vội vã khóa cửa rồi phóng xe đi mà chẳng nhớ gì tới bọc tiền.
- Thế lúc nào thì cháu phát hiện bọc tiền bị mất?
- Sau khi xong việc ở bệnh viện thì cháu sực nhớ ra. Lúc đó khoảng hai rưỡi, ba giờ chiều ạ. Cháu vội phóng xe về nhà thì chẳng thấy bọc tiền đâu cả.
- Từ lúc cháu để bọc tiền cho tới lúc phát hiện bị mất, trong nhà có những ai?

- Chỉ có 2 đứa em họ của cháu thôi ạ. Bác giúp việc thì vào bệnh viện với mẹ cháu từ sáng sớm, tối mới về.
- Cháu nói rõ hơn về 2 đứa em đi!
- Đó là Hải và Bình. Hải là con cô cháu, đang là sinh viên năm cuối. Hải ở nhờ nhà cháu suốt từ hồi vào đại học tới giờ. Bình là con của bác họ cháu. Bình vừa xin được việc, ở tạm nhà cháu vài tuần, khi nào tìm được chỗ ưng ý để thuê thì sẽ chuyển đi. Hàng ngày Hải và Bình đi từ sáng, buổi trưa thường về ăn ở nhà rồi chiều lại đi.
- Chú cần nói chuyện với hai cậu em của cháu.
- Vâng. Chú có thể đợi một chút không ạ? Hai đứa chắc sắp về tới nhà rồi.
Khi Hải về tới nhà, thám tử hỏi ngay xem cậu ta đã làm gì trong buổi trưa hôm qua.
- Dạ, cháu về sớm hơn mọi khi một chút để nấu cơm vì biết bác giúp việc phải ở trong bệnh viện.
- Thế Bình có về ăn cùng không?
- Có ạ. Trưa qua Bình lại rủ một bạn nữa về, thế là ba đứa bọn cháu cùng ăn cơm.
Đúng lúc đó, Bình về tới cửa. Thám tử Sêlôccôc vào việc luôn. Bình kể:
- Cháu về thì anh Hải đang nấu. Cháu và Huy - bạn cháu - ngồi ở phòng khách, sau đó thì vào bếp ăn cơm.
- Các cháu đã làm gì lúc ở phòng khách?
- Bạn Huy xem TV, còn cháu thì chat trên FB với đứa bạn thân đang đi công tác xa ạ. Mải chat nên anh Hải phải gọi mấy lần cháu mới đứng lên.
- Vậy à? Chắc có chuyện gì thú vị thì cháu mới chat quên cả đói chứ nhỉ?
- Vâng. Bạn cháu kể về chuyến đi tới một bản miền núi heo hút, chưa có điện. Thấy cảnh dân bản phải đi rất xa mới lấy được nước suối về dùng, bạn cháu và nhóm công tác đã góp tiền mua tặng một chiếc máy bơm.
- Thôi, cả hai cháu Hải và Bình có thể lên phòng. Chú có chút việc trao đổi riêng với Thu Minh.
Sau đó, thám tử nói với Thu Minh:
- Cháu nên nói chuyện thêm với một trong hai người em của cháu. Chú thấy nghi ngờ lắm.
** Thu Minh chưa thể đoán được người đó là ai. Các thám tử Tuổi Hồng có đoán ra không?*

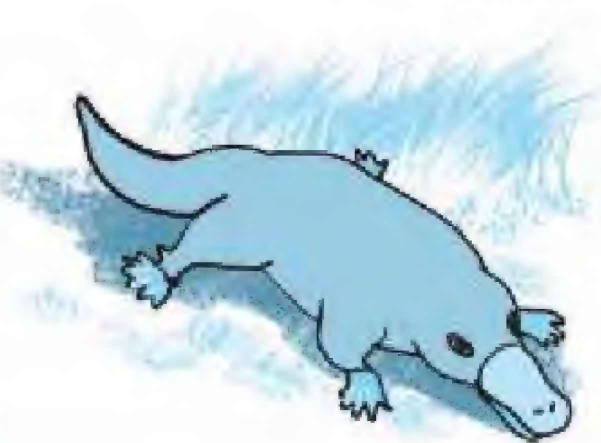
Kết quả Mất trộm vì ngủ quên (TTT2 số 157)

Thám tử nghi ngờ ông David bởi ông này nói rằng thú mỏ vịt đẻ con, nuôi con bằng sữa và sống dưới nước. Trên thực tế, thú mỏ vịt là một trong số rất ít những loài thú đẻ trứng. Hơn nữa, thú mỏ vịt còn là loài bán thủy sinh, tức là vừa sống trên cạn, vừa sống dưới nước.



Phần thưởng kì này được gửi tới: *Nguyễn Hải Khoa*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Thúy Hiền*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Minh Anh*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Xuân Thành Đạt*, 7D, THCS Thị trấn Gio Linh, Gio Linh, **Quảng Trị**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, 6A3, Trung học Thực hành Sài Gòn, P.4, Q.5, **TP. Hồ Chí Minh**.

Thám tử Sêlôccôc





Bài 67: 我从胡志明市来

Tôi từ thành phố Hồ Chí Minh tới

(Tiếp theo kì trước)

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Mẫu tóm tắt lí lịch cá nhân



个人简历

姓名：阮庆玲 (Ruǎn Qìng Líng - Nguyễn Khánh Linh)
性别：女
国籍:越南
出生日期：2004年12月04日
出生地点：越南河内
职业 (zhíyè - nghề nghiệp)：学生
住址：胡志明市
电话：38526xx,
电子邮件：ling@yahoo.com.



Tập đọc.

1. 你好，我叫Mike,我是一个学生。Nǐ hǎo, wǒ jiào Mike, wǒ shì yīgè xuéshēng.
2. 我是美国人，我在美国出生，现在我家在越南。
   Wǒ shì Měiguó rén, wǒ zài Měiguó chūshēng, xiànzài wǒjiā zài Yuènán
3. 我的生日是二零零四年八月十五号，我今年十二岁.
   Wǒ de shēngrì shì èr líng líng sì nián bā yuè shíwǔ hào, wǒ jīnnián shí'èr suì
4. 现在我有一个越南朋友，他从河内来，他是一个男孩子.
   Xiànzài wǒ yǒu yīgè Yuènán péngyǒu, tā cóng Hénèi lái, tā shì yīgè nán háizi

Bài tập. Đọc và nối

1) 你姓什么？
2) 你叫什么名字？
3) 你是哪国人？
4) 你在哪儿出生？
5) 你的生日是几月几号？
6) 你家在哪儿？
7) 你从哪儿来？
8) 你的电话是多少？

a) 我是越南人。
b) 我的出生日期是二零零四年十二月四号。
c) 我从胡志明市来。
d) 我姓阮。
e) 我的电话是38526xx
f) 我在河内出生。
g) 我叫小玲.
h) 我家在胡志明市



GEOMETRY
HÌNH HỌC

(Tiếp theo kì trước)

VŨ ĐÔ QUAN

Polygons

A polygon is a closed plane figure formed by three or more line segments, called the sides of the polygon. Each side intersects exactly two other sides at their endpoints. The points of intersection of the sides are vertices. The term polygon will be used to mean a convex polygon, a polygon in which each interior angle has a measure of less than 180°.

For example,



are polygons.

The following figures are not polygons:



A polygon with three sides is a triangle.

A polygon with four sides is a quadrilateral.





Maths Terms

polygon	đa giác
plane	phẳng, mặt phẳng
figure	hình, chữ số
line segment	đoạn thẳng
side	cạnh
intersect	cắt
endpoint	đầu mút, điểm đầu mút
points of intersection	các giao điểm
vertex	đỉnh
convex	lồi
interior	trong
measure	số đo
less than	nhỏ hơn
quadrilateral	tứ giác

Practice. Bạn dùng các từ vựng đã được gợi ý để dịch bài khóa trên. Bài dịch tốt được chọn đăng, được nêu tên và có phần thưởng. Bạn cần gửi trước ngày 15.6.2016 mới được tham dự chọn trao thưởng.

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI BẢY

Người thách đấu: *Trần Bá Duy Linh*, 12T1, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, **Vĩnh Long.**

Bài toán thách đấu: Cho tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn tâm I thỏa mãn $(AI + DI)^2 + (BI + CI)^2 = (AB + CD)^2$. Chứng minh rằng ABCD là hình thang cân.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.06.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI LĂM (TTT2 số 157)

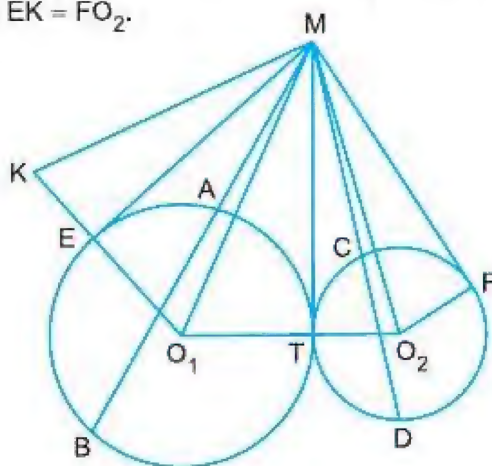
Bổ đề 1. Nếu tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại M thì $MA^2 = MB.MC$.

Bạn đọc tự chứng minh bổ đề này.

Bổ đề 2. Cho hai đường tròn (O_1), (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại T. Các điểm A, B thuộc (O_1), các điểm C, D thuộc (O_2) và M là giao điểm của AB và CD thỏa mãn MA.MB = MC.MD thì MT là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O_1), (O_2).

Chứng minh (hình 1)

Qua M lần lượt kẻ các tiếp tuyến ME, MF đến (O_1), (O_2) . Trên tia đối của tia EO_1 lấy điểm K sao cho $EK = FO_2$.



Hình 1

Theo bổ đề 1, chú ý rằng MA.MB = MC.MD, ta có

$ME = \sqrt{MA.MB} = \sqrt{MC.MD} = MF.$

Kết hợp với $EK = FO_2$ và $\widehat{MEK} = 90° = \widehat{MFO_2}$, suy ra $\Delta MEK = \Delta MFO_2$.

Do đó $MK = MO_2$.

Từ đó, chú ý rằng

$O_1K = O_1E + EK = O_1T + FO_2 = O_1T + TO_2 = O_2O_1$.

Suy ra $\Delta MO_1K = \Delta MO_1O_2$.

Kết hợp với $O_1E = O_1T$, suy ra $\Delta MO_1E = \Delta MO_1T$.

Vậy $\widehat{MTO_1} = \widehat{MEO_1} = 90°$.

Điều đó có nghĩa là MT là tiếp tuyến chung của (O_1), (O_2).



Trở lại giải bài toán thách đấu

- *Phần thuận (hình 2)*

Gọi S là trung điểm cung $\overset{\frown}{AB}$ của (O), thuộc nửa mặt phẳng bờ AB không chứa (I), (K); M, N tương ứng là tiếp điểm của (I), (K) với AB; P, Q tương ứng là tiếp điểm của (I), (K) với (O).

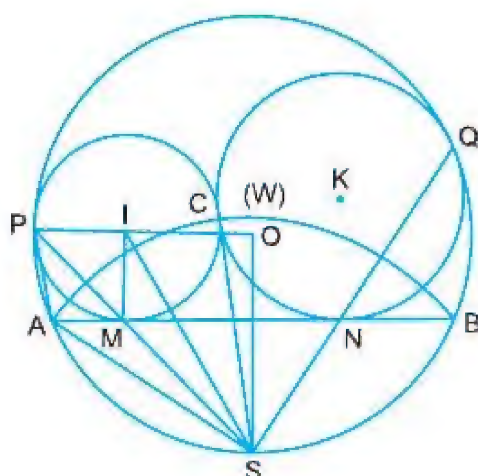
Dễ thấy IM // OS.

Kết hợp với IP = IM; OP = OS, suy ra

$$\widehat{IPM} = \frac{180° - \widehat{MIP}}{2} = \frac{180° - \widehat{SOP}}{2} = \widehat{OPS}.$$

Do đó S, M, P thẳng hàng.

Điều đó có nghĩa là $\widehat{PSA} = \widehat{ASM}$.



Hình 2

Dễ thấy $\widehat{SPA} = \frac{1}{2}$sđ$\widehat{SA} = \frac{1}{2}$sđ$\widehat{SB} = \widehat{SAB} = \widehat{SAM}$.

Vậy ΔSPA ∽ ΔSAM. Do đó SM.SP = SA^2.

Tương tự S, N, Q thẳng hàng và SN.SQ = $SB^2 = SA^2$.

Vậy SM.SP = SN.SQ.

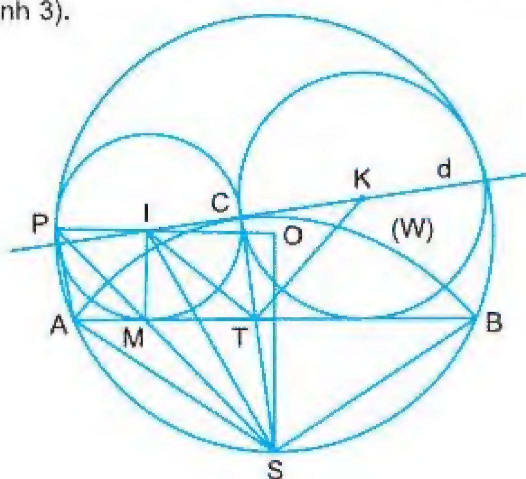
Từ đó, chú ý rằng (I), (K) tiếp xúc với nhau tại C, theo bổ đề 2, suy ra SC là tiếp tuyến chung của (I), (K).

Vậy theo bổ đề 1, $SC = \sqrt{SM.SP} = SA$.

Từ đó, chú ý rằng C nằm trong (O), suy ra C thuộc phần đường tròn tâm S, bán kính SA, vẽ trong (O), kí hiệu là (W).

● *Phần đảo*

Gọi S là trung điểm cung $\widehat{AB}$ của đường tròn (O), thuộc nửa mặt phẳng bờ AB không chứa (W) (hình 3).



Hình 3

Lấy điểm C bất kì trên (W).

Gọi d là đường thẳng đi qua C và vuông góc với SC; T là giao điểm của SC và AB; I, K theo thứ tự là giao điểm của d với đường phân giác của các góc $\widehat{CTA}$, $\widehat{CTB}$; (I), (K) theo thứ tự là các đường tròn tâm I, K, đi qua C.

Dễ thấy (I), (K) tiếp xúc ngoài với nhau tại C.

Vì $\widehat{ITC} = \widehat{ITA}$ và (I) tiếp xúc với TC nên (I) tiếp xúc với TA.

Gọi M là tiếp điểm của (I) và TA; P là giao điểm thứ hai của SM và (I).

Vì SC tiếp xúc với (I) và C thuộc (W) nên, theo bổ đề 1 ta có SM.SP = $SC^2 = SA^2$.

Do đó $\frac{SP}{SA} = \frac{SA}{SM}$.

Điều đó có nghĩa là ΔSPA ∽ ΔSAM.

Kết hợp với SA = SB.

Suy ra $\widehat{SPA} = \widehat{SAM} = \widehat{SAB} = \widehat{SBA}$.

Do đó tứ giác PASB nội tiếp.

Vậy P thuộc (O).

Dễ thấy IM // OS.

Kết hợp với IP = IM; OP = OS, suy ra

$\widehat{IPM} = \widehat{IMP} = \widehat{OSP} = \widehat{OPS}$.

Điều đó có nghĩa là P, I, O thẳng hàng.

Vậy (I) tiếp xúc trong với (O).

Tương tự (K) tiếp xúc với TB và tiếp xúc trong với (O).

● *Kết luận*

Quỹ tích của C là phần đường tròn tâm S, bán kính SA, vẽ trong (O).

Nhận xét. Bài toán này khó nên không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

NGUYỄN MINH HÀ





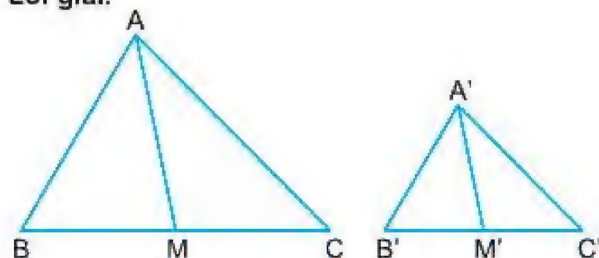
TÌM NHANH LỜI GIẢI NHỜ PHÁT HIỆN TRÊN HÌNH VẼ CÓ HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ TRUNG ĐIỂM CỦA CẠNH

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Chúng ta bắt đầu từ bài toán cơ bản sau:

Bài toán. Cho AM, A'M' lần lượt là các đường trung tuyến của các tam giác ABC, A'B'C'. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ khi và chỉ khi $\Delta ABM \backsim \Delta A'B'M'$.

Lời giải.



Ta có $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} \\ \hat{B} = \widehat{B'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{2BM}{2B'M'} \\ \hat{B} = \widehat{B'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BM}{B'M'} \\ \hat{B} = \widehat{B'} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \Delta ABM \backsim \Delta A'B'M'$.

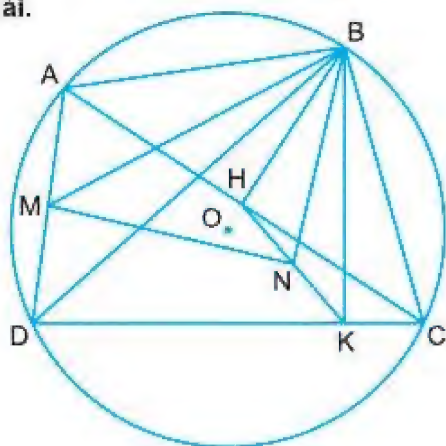
Bài toán cơ bản trên giúp ta có được lời giải nhiều bài toán khó.

Sau đây là các bài toán minh họa.

Bài toán 1. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). H, K thứ tự là hình chiếu của B lên AC, CD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, HK. Chứng minh rằng MN vuông góc với NB.

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên toán, trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, năm học 2014 - 2015)

Lời giải.



Dễ chứng minh được tứ giác BHKC nội tiếp, do vậy ta có $\widehat{BKH} = \widehat{BCH}$, $\widehat{BHK} + \widehat{BCD} = 180^o$.

Do đó $\widehat{BAD} = \widehat{BHK}$, $\widehat{BDA} = \widehat{BKH}$

$\Rightarrow \Delta BAD \backsim \Delta BHK$ (g.g) nên $\Delta BDM \backsim \Delta BKN$

$\Rightarrow \widehat{DBM} = \widehat{KBN}, \dfrac{BD}{BK} = \dfrac{BM}{BN}$

$\Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{DBK}, \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{BK}{BD}$.

Như vậy $\Delta BMN \backsim \Delta BDK$ (c.g.c)

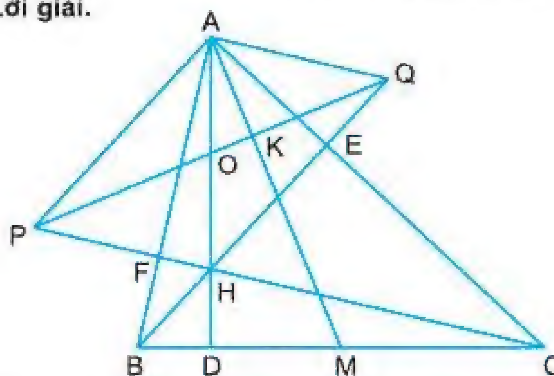
$\Rightarrow \widehat{BNM} = \widehat{BKD}$. Mà $\widehat{BKD} = 90^o$.

Do đó $\widehat{BNM} = 90^o$. Vậy $MN \perp NB$.

Bài toán 2. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Các đường thẳng qua A song song với BE, CF lần lượt cắt CF, BE tại P, Q. Chứng minh rằng PQ vuông góc với đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

(Thi giải toán qua thư - Tạp chí Toán Tuổi thơ 2 số 4 tháng 6 năm 2003)

Lời giải.



Gọi O, K lần lượt là giao điểm của PQ với AD, AM. Vì tứ giác APHQ là hình bình hành nên O là trung điểm của AH.

Do AP // BE, $BE \perp AC \Rightarrow AP \perp AC$.

Ta có $\widehat{PAD} = \widehat{BCA}$ (cùng phụ với $\widehat{DAC}$)

và $\widehat{APH} = \widehat{BAC}$ (cùng phụ với $\widehat{PAB}$)

nên $\Delta ABC \backsim \Delta PHA$ (g.g) $\Rightarrow \Delta AMC \backsim \Delta POA$

$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{OPA}$.

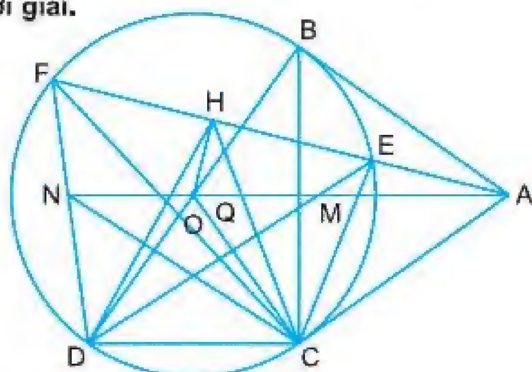
Ta có $\widehat{OPA} + \widehat{PAK} = \widehat{MAC} + \widehat{PAK} = 90^o$.

Do đó $\widehat{AKP} = 90^o$. Vậy $PQ \perp AM$.

Bài toán 3. Từ một điểm A bên ngoài đường tròn (O), vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AEF đến đường tròn (EF không qua O và B, C là tiếp điểm). Gọi D là điểm đối xứng của B qua O. Các tia DE, DF cắt AO theo thứ tự tại M, N. Chứng minh OM = ON.

(Đề thi vào lớp 10 chuyên Toán, THPT chuyên TP. Hồ Chí Minh, năm học 2013 - 2014)

Lời giải.



Vẽ $OH \perp EF$ tại H $\Rightarrow$ HE = HF.

Ta có $OA \perp BC$, $DC \perp BC$ nên OA // CD

$\Rightarrow \widehat{CDN} + \widehat{DNM} = 180^o$. Mà $\widehat{CDN} + \widehat{CEF} = 180^o$.

Do đó $\widehat{DNM} = \widehat{CEF}$. (1)

Ta có $\Delta DNM \backsim \Delta CEF$ (g.g). Gọi Q là trung điểm của NM thì $\Delta DNQ \backsim \Delta CEH$

$\Rightarrow \dfrac{DN}{CE} = \dfrac{QN}{HE}$. (2)

Vì năm điểm O, H, B, A, C cùng thuộc một đường tròn đường kính OA nên $\widehat{CHA} = \widehat{CBA}$

$\Rightarrow \widehat{CHA} = \widehat{BOA}$. Mà $\widehat{BOA} = \widehat{DON}$ nên $\widehat{DON} = \widehat{CHE}$

Từ đó và (1) có $\Delta DON \backsim \Delta CHE$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{DN}{CE} = \dfrac{ON}{HE}$. (3)

Từ (2) và (3) có QN = ON $\Rightarrow$ Q $\equiv$ O $\Rightarrow$ OM = ON.

Bài toán 4. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O). Gọi H là giao điểm của AB và OM, I là trung điểm của MH. Đường thẳng AI cắt (O) tại K (K khác A). Chứng minh $HK \perp AI$.

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên Toán, THPT chuyên TP. Hồ Chí Minh, năm học 2014 - 2015)

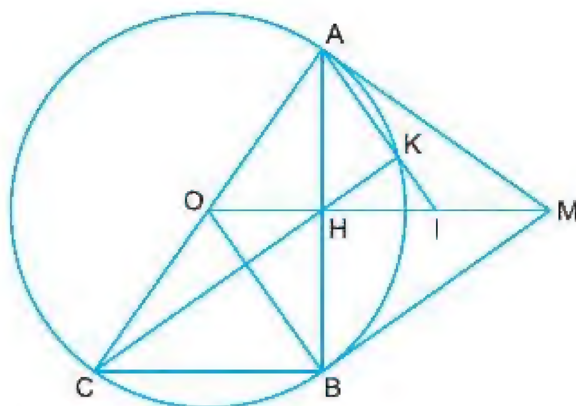
Lời giải. Vẽ đường kính AC của đường tròn (O).

Ta có $\widehat{CBA} = \widehat{AHM}$ (= 90^o) và $\widehat{CAB} = \widehat{AMH}$.

Suy ra $\Delta CBA \backsim \Delta AHM$ (g.g).

Lại có IM = IH, HA = HB nên $\Delta CHA \backsim \Delta AIM$

$\Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{IAM}$ mà $\widehat{KCA} = \widehat{IAM}$ (cùng phụ với $\widehat{CAI}$)



$\Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{KCA}$.

$\Rightarrow$ Hai tia CH, CK trùng nhau do đó C, H, K thẳng hàng.

Mà $\widehat{AKC} = 90^o$. Vậy $HK \perp AI$.



Bài tập vận dụng.

Bài 1. *(Lớp 8)* Cho tam giác nhọn ABC (AB > AC), các đường cao BD, CE. Gọi F là giao điểm của BC và DE. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BD, CE. Chứng minh rằng hai góc CFD và MFN có chung tia phân giác.

Bài 2. *(Lớp 9)* Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) (I khác O) và AC cắt BD tại I. Đường thẳng vuông góc với OI tại I cắt AD tại E. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Chứng minh rằng $\widehat{EOI} = \widehat{BNI}$.

Bài 3. *(Lớp 9)* Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O), AD là đường phân giác của tam giác ABC. E chính là điểm chính giữa cung lớn BC. Gọi M là giao điểm của ED và đường tròn (O). K, I lần lượt là hình chiếu của M trên AB, BC. Đường thẳng qua B song song với KI cắt AI, AC lần lượt tại N, F. Chứng minh rằng N là trung điểm của đoạn thẳng BF.



SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC QUEN THUỘC ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ HÌNH HỌC

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
(Khoa Toán Đại học Vinh)

Khi giải toán giải bài toán cực trị hình học, chúng ta thường sử dụng các bất đẳng thức đại số quen thuộc. Sau đây chúng tôi sẽ giới thiệu một số bài toán minh họa.

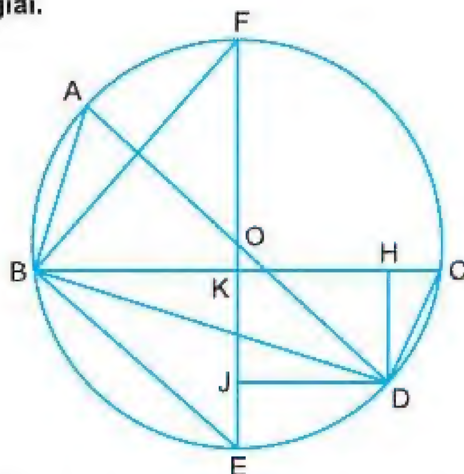
1. Bất đẳng thức AM-GM với hai số

● Cho a, b là hai số không âm thì $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b.

Bài toán 1. Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung BC (với BC < 2R). Hãy xác định vị trí điểm A trên cung lớn BC và điểm D trên cung nhỏ BC để tổng $\frac{1}{DA}+\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



Nhận xét. Vì AD ≤ 2R nên với mỗi điểm D trên cung nhỏ BC luôn chọn được điểm A trên cung lớn BC sao cho AD = 2R để $\frac{1}{AD}=\frac{1}{2R}$ nhỏ nhất. Do đó chỉ cần xác định vị trí của A, D sao cho AD là đường kính của đường tròn và $\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải. Theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC} \geq 2\sqrt{\frac{1}{DB}\cdot\frac{1}{DC}}.$$

Kẻ đường kính EF của đường tròn (O) vuông góc với BC tại K, gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC. Khi đó E, K, F cố định. Vẽ đường kính DA.

Vì $\widehat{ABD} = \widehat{CHD} = 90^\circ$, $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ (cùng chắn cung DB) nên $\Delta ABD \backsim \Delta CHD$ (g.g).

Từ đó $\frac{DB}{DA}=\frac{DH}{DC} \Rightarrow DB.DC = 2R.DH$.

Kẻ DJ ⊥ OE tại J thì DH = KJ ≤ KE.

Từ đó $\frac{1}{DA}+\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC} \geq \frac{1}{2R}+\frac{2}{\sqrt{2R.EK}}=\frac{1}{2R}+\frac{2}{BE}$

(vì trong tam giác vuông EBF với đường cao BK có $2R.EK = EF.EK = BE^2$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{DA}+\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC}$ là $\frac{1}{2R}+\frac{2}{BE}$ đạt được khi và chỉ khi DA trùng với đường kính EF, nghĩa là DA là đường kính vuông góc với BC.

● Bất đẳng thức quen thuộc. Với mọi x, y, z thì

* $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$.
* $(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y = z.

Bài toán 2. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. M là một điểm nào đó nằm trong tam giác. Đường thẳng qua M, song song với BC cắt AB và AC tương ứng tại E và D'. Đường thẳng qua M, song song với AC cắt BC và AB tương ứng tại F và E'. Đường thẳng qua M, song song với AB cắt AC và BC tương ứng tại D và F'. Hãy xác định vị trí của điểm M để diện tích tam giác DEF đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

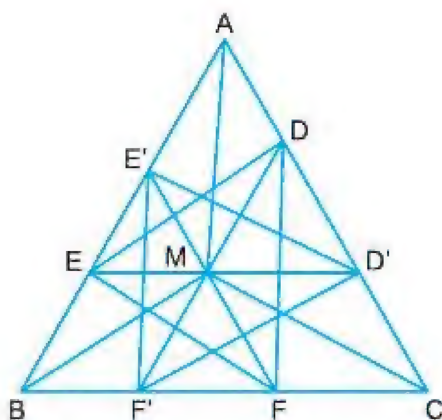
Lời giải. Đặt MD = x, ME = y, MF = z.

Do tính chất tam giác đều ta có

x + y + z = DD' + DA + D'C = AC = a.

Ta lại có $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{AE.AD}{AB.AC}=\frac{AD.AE}{a^2}$.

Tương tự $\frac{S_{BEF}}{S_{ABC}}=\frac{BE.BF}{a^2}$, $\frac{S_{CFD}}{S_{ABC}}=\frac{CF.CD}{a^2}$.



Từ đó

$S_{DEF} = S_{ABC} - (S_{ADE} + S_{BEF} + S_{CFD})$

$\Rightarrow \dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = 1 - \left(\dfrac{AD.AE}{a^2} + \dfrac{BE.BF}{a^2} + \dfrac{CF.CD}{a^2}\right)$

$= \dfrac{a^2 - (x(a-x) + y(a-y) + z(a-z))}{a^2}$

$= \dfrac{xy + xz + yz}{(x+y+z)^2} \le \dfrac{1}{3} \Rightarrow S_{DEF} \le \dfrac{1}{3} S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{12} a^2.$

Vậy giá trị lớn nhất của S_{DEF} bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^2$, đạt được khi và chỉ khi $x = y = z = \dfrac{a}{3} \Leftrightarrow$ M là tâm của tam giác đều ABC.

2. Bất đẳng thức AM-GM với ba số

- Nếu a, b, c là ba số không âm thì $\dfrac{a+b+c}{3} \ge \sqrt[3]{abc}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

- Nếu a, b, c là ba số dương thì

$(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right) \ge 9.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

Bài toán 3. Cho tam giác ABC và một điểm M trong tam giác. Gọi A', B', C' tương ứng là giao điểm của các đường thẳng AM, BM, CM với BC, CA, AB. Xác định vị trí M để

a) $\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) $\dfrac{MA}{MA'} \cdot \dfrac{MB}{MB'} \cdot \dfrac{MC}{MC'}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

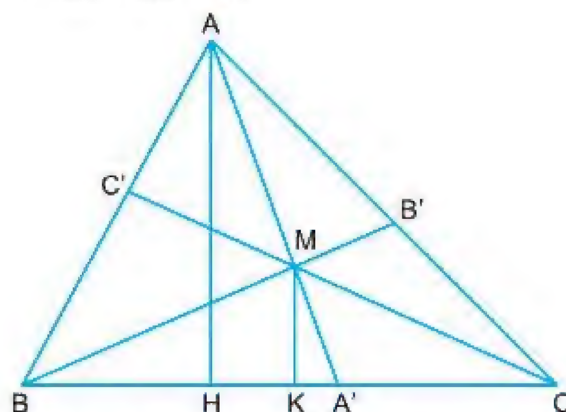
a) Gọi H và K thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ A và M xuống BC.

Theo định lí Ta-lét có $\dfrac{MA'}{AA'} = \dfrac{MK}{AH} = \dfrac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$.

Tương tự $\dfrac{MB'}{BB'} = \dfrac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$, $\dfrac{MC'}{CC'} = \dfrac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$.

Mà $S_{MBC} + S_{MAC} + S_{MAB} = S_{ABC}$

nên $\dfrac{MA'}{AA'} + \dfrac{MB'}{BB'} + \dfrac{MC'}{CC'} = 1.$



Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có

$\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}$

$= \left(\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}\right)\left(\dfrac{MA'}{AA'} + \dfrac{MB'}{BB'} + \dfrac{MC'}{CC'}\right) \ge 9.$

Do đó giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}$ bằng 9, đạt được khi và chỉ khi $\dfrac{MA'}{AA'} = \dfrac{MB'}{BB'} = \dfrac{MC'}{CC'} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow$ M là trọng tâm của ΔABC.

b) Đặt $\dfrac{AA'}{MA'} = x$, $\dfrac{BB'}{MB'} = y$, $\dfrac{CC'}{MC'} = z$.

Khi đó x, y, z > 1 và

$\dfrac{MA}{MA'} = \dfrac{AA'}{MA'} - 1 = x - 1$; $\dfrac{MB}{MB'} = y - 1$; $\dfrac{MC}{MC'} = z - 1$.

Ta lại có $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \Rightarrow xy + yz + zx = xyz.$



Từ đó $\frac{MA}{MA'} \cdot \frac{MB}{MB'} \cdot \frac{MC}{MC'} = (x-1)(y-1)(z-1)$

$= xyz - (xy + yz + zx) + x + y + z - 1 = x + y + z - 1$

$= (x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) - 1 \geq 8.$

Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{MA}{MA'} \cdot \frac{MB}{MB'} \cdot \frac{MC}{MC'}$ bằng 8, đạt được khi và chỉ khi $x = y = z = 3$

$\Leftrightarrow \frac{MA'}{AA'} = \frac{MB'}{BB'} = \frac{MC'}{CC'} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow$ M là trọng tâm ΔABC.

3. Bất đẳng thức Bunhiacốpxki với hai cặp số

● Với mọi a, b, x, y khác không thì

$(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a : x = b : y$.

Bài toán 4. Cho góc vuông xAy. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BC}{AB + AC\sqrt{3}}$. Với các điểm B, C khác A di động trên các tia Ax, Ay tương ứng.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có $(AB + AC\sqrt{3})^2 \leq 4(AB^2 + AC^2) = 4BC^2$.

Suy ra $AB + AC\sqrt{3} \leq 2BC$. Do đó $\frac{BC}{AB + AC\sqrt{3}} \geq \frac{1}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$\frac{AB}{1} = \frac{AC}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow AC = AB\sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BC}{AB + AC\sqrt{3}}$ bằng $\frac{1}{2}$, khi đó ΔABC vuông tại A có $\widehat{C} = 30^o$.

4. Bất đẳng thức Bunhiacốpxki với ba cặp số

● Với mọi a, b, c, x, y, z khác không thì

$(ax + by + cz)^2 \leq (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a : b : c = x : y : z$.

● Đặc biệt khi $x = y = z = 1$ thì

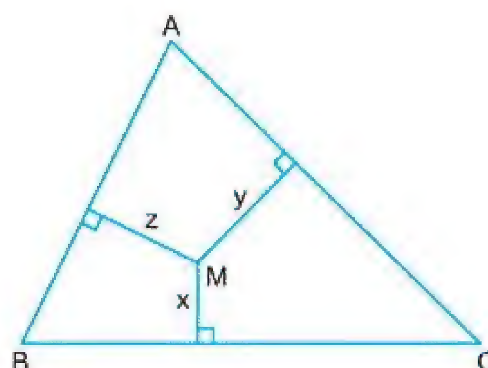
$(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Bài toán 5. Cho ΔABC có các cạnh là $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và một điểm M nào đó nằm trong tam giác. Gọi x, y, z là các khoảng cách từ M đến các cạnh BC, CA, AB. Xác định vị trí của điểm M để biểu thức $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải. Đặt $S = S_{ABC}$ (không đổi).

Khi đó $S = S_{MBC} + S_{MAB} + S_{MAC} = \frac{1}{2}(ax + by + cz)$.



Suy ra $ax + by + cz = 2S$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$(a+b+c)^2 = \left(\sqrt{ax} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} + \sqrt{by} \cdot \sqrt{\frac{b}{y}} + \sqrt{cz} \cdot \sqrt{\frac{c}{z}}\right)^2$

$\leq (ax + by + cz)\left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}\right) = 2S\left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}\right)$.

Từ đó $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{2S}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$ bằng $\frac{(a+b+c)^2}{2S}$, đạt được khi và chỉ khi $x = y = z$, hay M là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.



Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho tam giác ABC và một điểm M nào đó nằm trong tam giác. Các đường thẳng AM, BM, CM cắt các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức

a) $\left(\frac{MA}{AD}\right)^2 + \left(\frac{MB}{BE}\right)^2 + \left(\frac{MC}{CF}\right)^2$;

b) $\sqrt{\frac{AM}{MD}} + \sqrt{\frac{BM}{ME}} + \sqrt{\frac{CM}{MF}}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC và một điểm M nào đó nằm trong giác. Các đường thẳng đi qua M song song với các cạnh BC, CA, AB tạo thành ba tam giác nhỏ có diện tích S_1, S_2, S_3. Xác định vị trí điểm M để tổng $S_1 + S_2 + S_3$ đạt giá trị nhỏ nhất.





KHƠI DẬY KHẢ NĂNG TỰ HỌC VÀ PHÁT HUY TÍNH SÁNG TẠO CỦA HỌC SINH QUA HOẠT ĐỘNG NHÓM NGOÀI GIỜ HỌC

NGUYỄN THỊ BÍNH *(707 tòa B, Mulberry Lane, Mỗ Lao, Hà Đông, Hà Nội)*

Tại sao phải học *Ngoài giờ học ?* Thực tiễn trong các năm gần đây, chúng ta cũng đã áp dụng cách dạy: cho học sinh hoạt động nhóm trên lớp. Thực tế cho thấy nhiều tình huống, nhiều bài toán đòi hỏi có sự hợp tác của nhiều người mới nghĩ được cách giải hoặc nghĩ được nhiều phương pháp giải khác nhau, thế nên hoạt động nhóm trên lớp đã phát huy được ưu thế của nó.

Tuy nhiên, cũng thực tế cho thấy lớp học của ta học sinh quá đông, lớp học thì không đủ tiện ích, và đặc biệt có nhiều vấn đề đòi hỏi phải có thời gian thu thập tài liệu, bàn bạc kĩ lưỡng, tổng kết một cách khoa học.

Xuất phát từ lẽ đó, chúng tôi đã chọn thêm một giải pháp nữa để tiết học được thêm hiệu quả: *Hoạt động nhóm ngoài giờ học*.

Khi đưa ra vấn đề này, chúng tôi có lường đến một số rào cản. Thứ nhất, một số giáo viên nghĩ rằng học sinh bây giờ đã học quá nhiều: học trên lớp, học thêm, học tiếng Anh, học vi tính, ... dẫn đến không còn thời gian để học nhóm; Thứ hai, gia đình các em không muốn cho con em mình tụ tập khi không có sự quản lí của giáo viên, ... còn nhiều lí do khác chưa kể đến. Nhưng thực tế hoạt động nhóm mà chúng tôi đưa ra ở đây không yêu cầu học sinh phải đến nhà nhau mà mục đích giúp học sinh biết chủ động suy nghĩ, biết đoàn kết với nhau, biết cộng tác làm việc để đạt kết quả cao hơn mà lại không tốn nhiều thời gian như khi làm việc một mình, điều mà người Việt ta còn chưa quen.

Chúng tôi thực hiện như sau:

1. Chia lớp thành các nhóm khoảng 5 học sinh, mỗi nhóm chọn một học sinh có khả năng làm nhóm trưởng, các thành viên còn lại trong mỗi nhóm phải có sự đồng đều *(về học lực và khả năng sử dụng vi tính)*. Các nhóm này có thể duy trì trong cả một năm học.

2. Khi được giáo viên phân công, nhóm trưởng phân việc chi tiết cho mỗi thành viên trong nhóm. Việc này làm vào giờ nghỉ giữa các tiết hoặc sau buổi học.

3. Các thành viên nghiên cứu để hoàn thành phần công việc của mình. Khi cần trao đổi trong nhóm, cũng tranh thủ gặp nhau trên lớp, hoặc nếu cần có thể gọi điện thoại, hoặc trao đổi qua email.

4. Nhóm trưởng tập hợp, quyết định đáp án rồi trình bày thành bài.

5. Giáo viên lựa chọn các nhóm có bài làm tốt, cho đại diện nhóm trình bày trước lớp ở thời điểm thích hợp.

6. Các bài của các nhóm còn lại, cùng với những bài đã được trình bày, cho dán vào *Báo toán* của lớp hàng ngày trên lớp để mọi người có thời gian tham khảo, học hỏi thêm. Nội dung này sẽ được gỡ bỏ khi có nội dung khác kế tiếp.

• Như vậy, để có được bài tập giao cho các nhóm và các nhóm có thời gian chuẩn bị kĩ lưỡng, giáo viên phải chuẩn bị và giao nội dung bài tập cho học sinh trước khoảng bốn, năm ngày đến một tuần.

• Phương pháp hoạt động theo nhóm ngoài giờ học này đặc biệt có hiệu quả cao đối với những bài ôn tập chương. Nội dung kiến thức và các dạng bài tập đã học trong cả một chương chỉ được ôn lại trong một tiết hoặc nhiều nhất là hai

tiết (Chương I, Chương II - Đại số lớp 8, Chương I, Chương II, Chương IV - Hình học lớp 8 đều chỉ có một tiết ôn tập). Hoạt động của các nhóm ngoài giờ sẽ giúp cho học sinh chủ động ôn tập trước một cách có hệ thống và giúp giáo viên chuyển tải hết khối lượng kiến thức trong một thời lượng nhất định.

Sau đây là một số ví dụ mà chúng tôi đã thực hiện.

Ví dụ 1. Tiết 18. Ôn tập chương I Đại số 8: *Phép nhân và phép chia các đa thức.*

Hãy phân loại các dạng bài tập trong chương này.

Yêu cầu cụ thể khi trình bày:

- Trong chương, có mấy dạng bài tập cơ bản, là những dạng nào?
- Mỗi dạng chọn một bài trong sách giáo khoa hoặc sách bài tập (phần Bài tập ôn tập chương I) để minh họa, trình bày chi tiết lời giải của bài tập này.
- Những chú ý khi giải bài tập dạng này.
- Những sai lầm thường mắc phải khi giải dạng bài tập này (học sinh sẽ nhớ lại những lưu ý mà giáo viên khắc sâu trong từng bài học hoặc từ chính những cái sai của bản thân hoặc của bạn bè đã xảy ra trong quá trình học tập).

● Tất cả nội dung trên đây, giáo viên photo và phát cho các nhóm. Khi nhận được, các nhóm họp nhanh: nhìn vào phần Bài tập ôn tập chương I của sách giáo khoa và sách bài tập để phân loại sơ bộ (ví dụ: 6 dạng bài tập chính), rồi phân cho mỗi cá nhân phụ trách việc chọn bài, giải bài, nêu chú ý cho mỗi loại bài tập, hẹn lịch họp lần 2. Trong khoảng thời gian từ lần 1 đến lần 2, các thành viên trong nhóm trao đổi kĩ hơn sau khi đã có thời gian nghiên cứu. Lần 2: các cá nhân tham khảo phần việc của bạn trong nhóm, góp ý, sửa đổi (nếu cần) bổ sung, nhóm trưởng nêu ý kiến tổng hợp và quyết định, sau đó phân công người trình bày thành văn bản.

● Thực tế diễn ra là: Vẫn cùng một nội dung bài tập này, nhưng có nhóm phân làm 5 dạng, có nhóm phân thành 6 dạng, thậm chí có nhóm phân thành 10 dạng bài. Chỉ cần một con số phân loại như vậy, giáo viên cũng có thể thấy được nhóm nào đã đầu tư suy nghĩ nhiều hoặc nhóm nào đã biết khái quát hóa vấn đề.

Tất nhiên việc phân loại bài tập mang tính chất tương đối nhưng chúng ta có thể phân loại các dạng bài tập cơ bản của chương I thành 6 dạng bài tập như sau:

+ Dạng 1. Thực hiện phép tính.
+ Dạng 2. Phân tích đa thức thành phân tử.
+ Dạng 3. Tính nhanh.
+ Dạng 4. Rút gọn biểu thức.
+ Dạng 5. Tìm x.
+ Dạng 6. Chứng minh biểu thức luôn dương, luôn âm hoặc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một biểu thức.



● Vẫn giao bài tập cho nhóm như đã nêu ở trên, giáo viên cho học sinh chuẩn bị ôn tập tất cả mỗi chương còn lại của chương trình đại số. Việc này giáo viên có thể thông báo từ trước để các nhóm chủ động hơn về mặt thời gian trong quá trình học tập. Thực tế cho thấy: Ở chương I, bài của các nhóm thực hiện còn có phần lúng túng, nhưng đến chương III thì kết quả rất khả quan: Hầu hết các nhóm đều đã phân tích được 2 dạng chính trong chương *Phương trình bậc nhất một ẩn* đó là:

1. Giải các loại phương trình bậc nhất một ẩn và phương trình quy về bậc nhất một ẩn.

2. Giải toán bằng cách lập phương trình.

+ Trong dạng 1 lại chia nhỏ thành: Phương trình bậc nhất một ẩn; phương trình tích; phương trình chứa ẩn ở mẫu.

+ Trong dạng 2 có mấy loại toán cơ bản: Toán chuyển động, toán năng suất, toán phần trăm, toán quan hệ về số, toán lên quan đến hình học, toán phân chia đều đặn, ...

Từng chú ý khi giải mỗi dạng toán được các em nêu rất rõ ràng. Như vậy 80% mục đích dạy học của người thầy coi như đã đạt được.

● Một vấn đề đặt ra là: ngoài những bài ôn tập chương mà ta đã thấy rõ tác dụng của "Hoạt động nhóm ngoài giờ học", thì những tiết học khác có áp dụng được không và tác dụng đến mức nào? Câu trả lời là: Tiết Lý thuyết và tiết Luyện tập đều áp dụng được.

Ví dụ 2. Tiết 12. *Bài hình bình hành* (lớp 8).

Đây là một bài lý thuyết có rất nhiều kiến thức: Định nghĩa, tính chất, dấu hiệu nhận biết hình bình hành. Nếu không khéo, người giáo viên rất dễ đẩy học sinh vào hoàn cảnh tiếp nhận kiến thức một cách bị áp đặt, một điều nên tránh đối với học sinh đã tương đối lớn là học sinh lớp 8. Để tránh được điều đó, giáo viên giao bài cho các nhóm như sau:

+ Hãy đọc trước bài Hình bình hành trong sách giáo khoa.

+ $\frac{1}{3}$ số nhóm chứng minh tính chất 1; $\frac{1}{3}$ số nhóm chứng minh tính chất 2 và $\frac{1}{3}$ số nhóm chứng minh tính chất 3.

+ Tương tự, mỗi $\frac{1}{5}$ số nhóm chứng minh dấu hiệu nhận biết dạng 1; 2; 3; 4; 5.

+ Hai nhóm chuẩn bị bảng phụ.

Dưới sự dẫn dắt khéo léo bằng hệ thống câu hỏi tích hợp, học sinh gần như cùng nhau xây dựng và hiểu thấu đáo được bài học. Các chứng minh đó chính là những bài toán giúp học sinh vận dụng kiến thức mà các em vừa tìm được, cộng với những hình vẽ mà các em trình bày trên máy tính sẽ giúp các em dễ nhớ và nhớ rất lâu.

Ví dụ 3. Tiết 12. *Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp* (lớp 8).

Trong bài này, ngoài việc thông qua các ví dụ, giáo viên giúp học sinh nắm bắt được cách phối hợp các phương pháp đã học: Đặt nhân tử chung, dùng hằng đẳng thức, nhóm các hạng tử để đạt được mục đích là phân tích được đa thức thành tích, thì còn một phần việc cũng cần thiết là giới thiệu cho học sinh phương pháp tách hạng tử. Đây không phải là trọng tâm của tiết học nhưng hoạt động nhóm ngoài giờ học của tiết này lại gây được hứng thú cho học sinh bởi nó đòi hỏi sự sáng tạo của học sinh, học sinh phải hợp lực để nghĩ ra một cách giải không có trong sách giáo khoa. Bài tập phần này là: Đọc sách giáo khoa để hiểu 2 cách tách rồi vận dụng làm câu b, c; mỗi nhóm nghĩ thêm một cách khác.

Kết quả là hầu hết các nhóm nghĩ ra cách thứ 3 theo yêu cầu của giáo viên, mà lại là cách khác nhau. Điều này khiến các em rất thích thú! Tuy nhiên cũng có nhóm quan niệm "cách" chưa đúng: vẫn chỉ làm tương tự như cách 1, cách 2 nhưng có khác một chút mà vẫn cho là cách khác.

Thông qua việc trình bày của các nhóm, các em chọn được cho mình cách làm ngắn nhất, lại dễ nhớ bởi giáo viên có thể gọi đó là cách của nhóm bạn Hà hay bạn Nam.

● Bài tập nhóm trên cũng có thể giao cho học sinh trong tiết luyện tập phân tích đa thức thành nhân tử tiếp sau đó.

Trên đây chỉ là 3 trong rất nhiều ví dụ mà mỗi giáo viên đều có thể suy nghĩ để đưa ra cho hoạt động nhóm. Kết quả thực hiện cho thấy học sinh được khơi dậy sự say mê tự học, phát huy được tính sáng tạo của học sinh. Hoạt động nhóm giúp phát huy được sức mạnh tổng hợp của các em, rèn luyện cho các em dám nói, dám trình bày một cách rõ ràng ý tưởng của mình trước đám đông. Các em thấy mình làm chủ kiến thức, thấy được trân trọng bởi kết quả của các em tìm ra còn được lưu trên "Báo toán" của lớp nữa. Dường như các em say sưa học hơn hẳn và chỉ mong đợi để được cô giáo giao nhiệm vụ mới. Bản thân chúng tôi cũng thấy rất tâm đắc khi áp dụng phương pháp dạy học này.



CUỘC THI
Vui Chào Hè 2016

Hè đã về, chúng ta lại cùng nhau tham dự Cuộc thi vui chào hè, nhằm giúp các bạn cùng bàn luận, chia sẻ và giải trí với những bài toán vui sau một năm học. Cuộc thi **Vui chào hè 2016** dành cho mọi độc giả của Toán Tuổi thơ. Các bạn học sinh, các bậc phụ huynh, các thầy cô giáo hay bất cứ độc giả nào thấy vui và trả lời được câu hỏi là có thể tham dự.

- Đề bài sẽ được đăng trên Toán Tuổi thơ 2 các số 159+160 và 161+162 (ra tháng 5 và 8 năm 2016).
- Các bài toán sẽ được chấm riêng và cuối cuộc thi sẽ tính tổng điểm của cá nhân, tập thể tham dự. Các cá nhân và tập thể có điểm cao nhất sẽ được nhận giải thưởng gồm: Quà tặng, giấy chứng nhận và tiền mặt.
- Đáp án và danh sách đoạt giải sẽ đăng trên Toán Tuổi thơ 2 số 164.
- Bài tham dự gửi về ***Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội***. Ngoài phong bì ghi rõ **"Tham dự cuộc thi Vui chào hè 2016"**.
- Thời hạn nhận bài giải: Hết ngày 20.9.2016 (theo dấu bưu điện).

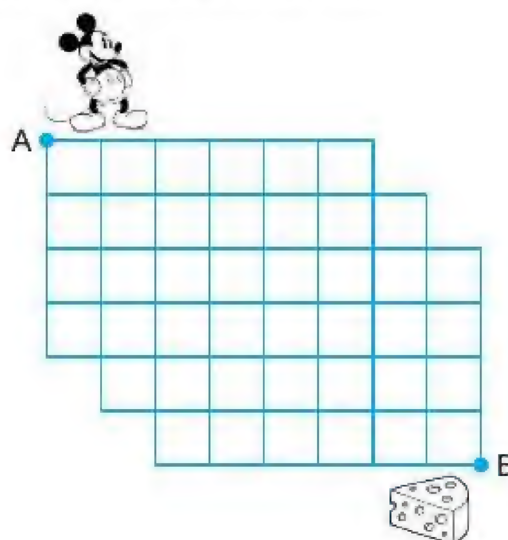
Sau đây là nội dung câu hỏi của kì này:

Bài 1. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau lập được từ các chữ số đã cho và các chữ số 2 và 3 đứng cạnh nhau?

CAO VĂN DŨNG
(GV. THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)

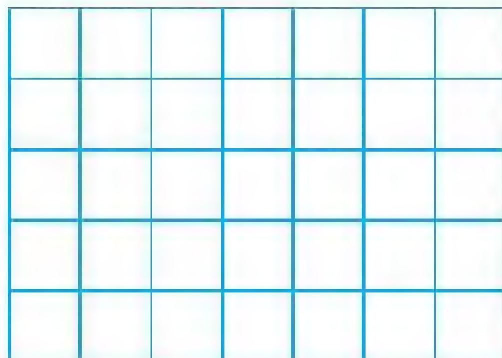


Bài 2. Một chú chuột xuất phát từ đỉnh A của lưới ô vuông để đến lấy miếng pho mát ở đỉnh B của lưới ô vuông đó. Biết rằng chú chuột chỉ được phép di chuyển trên các đường lưới. Hỏi có bao nhiêu đường đi ngắn nhất để chú chuột lấy được miếng pho mát?



NGUYỄN TIẾN LÂM
(GV. THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

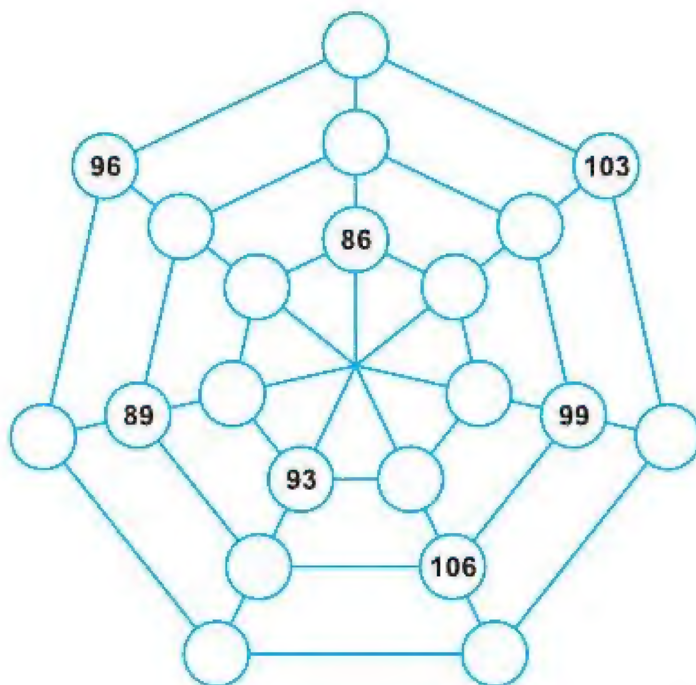
Bài 3. Cho bảng 7 × 5 ô vuông (hình vẽ). Hai bạn Nam và Hà chơi theo quy tắc sau: Từng người lần lượt đánh dấu x vào một ô vuông, đến lượt người đi tiếp theo phải đánh dấu x vào ô có một cạnh chung với ô người đi trước vừa đánh dấu. Người nào không có cách để đánh dấu nữa thì là người thua cuộc. Hà đi trước, hãy chỉ ra cách đi để Hà chắc chắn thắng Nam trong cuộc chơi này.



NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

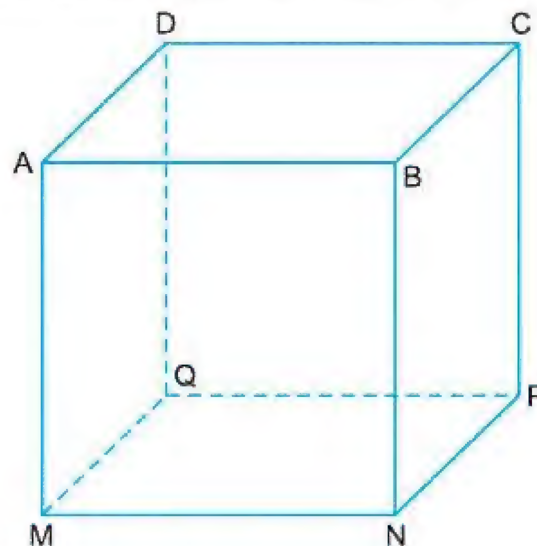


Bài 4. Bạn Thân tách số 2016 thành tổng của 21 số nguyên liên tiếp từ 86 đến 106 để điền mỗi số vào một ô tròn trên "mạng nhện" sao cho các tổng ba số trên mỗi đường thẳng thì bằng nhau và các tổng bảy số trên đỉnh mỗi đa giác đều thì bằng nhau. Bạn Thân mới điền được bảy số và chờ bạn điền tiếp xem được bao nhiêu cách đấy.



NGUYỄN VIỆT HẢI
(Hà Nội)

Bài 5. Cho hình lập phương ABCD.MNPQ như hình vẽ. Trên mỗi mặt của hình lập phương được viết một số nguyên dương. Tại mỗi đỉnh của hình lập phương ta viết số bằng tổng của 3 số trên 3 mặt chứa đỉnh đó. Giả sử các số tại các đỉnh A, B và P là 4, 5 và 6.



a) Tìm số viết trên đỉnh Q;

b) Tìm số cách điền số vào các mặt của hình lập phương.

HOÀNG TRỌNG HẢO
(TP. Hồ Chí Minh)



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015

UPPER PRIMARY DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 5 AND 6

Time allowed: *60 minutes*

(Tiếp theo kì trước)

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

17. A square piece of paper is folded along the dashed lines shown and then the top is cut off.



The paper is then unfolded. Which shape shows the unfolded piece?



18. Sally, Li and Raheelah have birthdays on different days in the week beginning Sunday 2 August. No two birthdays are on following days and the gap between the first and second birthday is less than the gap between the second and third. Which day is definitely not one of their birthdays?



(A) Monday (B) Tuesday (C) Wednesday
(D) Thursday (E) Friday

19. A square of side length 3 cm is placed alongside a square of side 5 cm.



What is the area, in square centimetres, of the shaded part?

(A) 22.5 (B) 23 (C) 23.5
(D) 24 (E) 24.5

20. A cube has the letters A, C, M, T, H and S on its six faces. Here are two views of this cube.



Which one of the following could be a third view of the same cube?



Questions 21 to 25, 5 marks each

21. A teacher gives each of three students Asha, Betty and Cheng a card with a 'secret' number on it. Each looks at her own number but does not know the other two numbers. Then the teacher gives them this information.

All three numbers are different whole numbers and their sum is 13. The product of the numbers is odd. Betty and Cheng now know what the numbers are on the other two cards, but Asha does not have enough information. What number is on Asha's card?

(A) 9 (B) 7 (C) 5
(D) 3 (E) 1

22. In this multiplication, L, M and N are different digits. What is the value of L + M + N?

$$\begin{array}{r} L\ L\ M \\ \times\quad\ \ M \\ \hline N\ M\ 5\ M \end{array}$$

(A) 13 (B) 15 (C) 16
(D) 17 (E) 20

23. A scientist was testing a piece of metal which contains copper and zinc. He found the ratio of metals was 2 parts copper to 3 parts zinc. Then he melted this metal and added 120 g of copper and 40 g of zinc into it, forming a new piece of metal which weighs 660 g. What is the ratio of copper and zinc in the new metal?



(A) 1 part copper to 3 parts zinc
(B) 2 parts copper to 3 parts zinc
(C) 16 parts copper to 17 parts zinc
(D) 8 parts copper to 17 parts zinc
(E) 8 parts copper to 33 parts zinc

24. Jason had between 50 and 200 identical square cards. He tried to arrange them in rows of 4 but had one left over. He tried rows of 5 and then rows of 6, but each time he had one card left over. Finally, he discovered that he could arrange them to form one large solid square. How many cards were on each side of this square?

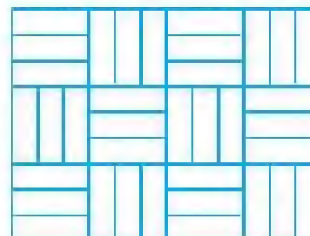
(A) 8 (B) 9 (C) 10
(D) 11 (E) 12

25. Eve has $400 in Australian notes in her wallet, in a mixture of 5, 10, 20 and 50 dollar notes. As a surprise, Viv opens Eve's wallet and replaces every note with the next larger note. So, each $5 note is replaced by a $10 note, each $10 note is replaced by a $20 note, each $20 note is replaced by a $50 note and each $50 note is replaced by a $100 note. Eve discovers that she now has $900. How much of this new total is in $50 notes?

(A) $50 (B) $100 (C) $200
(D) $300 (E) $500

For questions 26 to 30, shade the answer as a whole number from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet.
Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

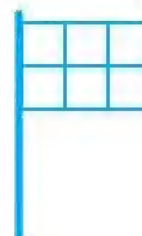
26. Alex is designing a square patio, paved by putting bricks on edge using the basketweave pattern shown. She has 999 bricks she can use, and designs her patio to be as large a square as possible. How many bricks does she use?



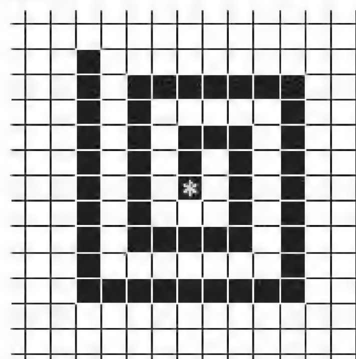
27. There are many ways that you can add three different positive whole numbers to get a total of 12. For instance, 1 + 5 + 6 = 12 is one way but 2 + 2 + 8 = 12 is not, since 2, 2 and 8 are not all different. If you multiply these three numbers, you get a number called the product. Of all the ways to do this, what is the largest possible product?

28. I have 2 watches with a 12 hour cycle. One gains 2 minutes a day and the other loses 3 minutes a day. If I set them at the correct time, how many days will it be before they next together tell the correct time?

29. A 3 × 2 flag is divided into six squares, as shown. Each square is to be coloured green or blue, so that every square shares at least one edge with another square of the same colour. In how many different ways can this be done?



30. The squares in a 25 × 25 grid are painted black or white in a spiral pattern, starting with black at the centre ✻ and spiralling out. The diagram shows how this starts. How many squares are painted black?



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015
JUNIOR DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 7 AND 8

Time allowed: 75 minutes

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. 2015 + 201.5 equals
(A) 2036.5 (B) 2116.5 (C) 2225.5
(D) 2216.5 (E) 2115.5

2. The value of x in the diagram is



(A) 100° (B) 130° (C) 110°
(D) 120° (E) 90°

3. The trip to school takes 23 minutes. I need to be at school at 9:05 am. The latest I can leave home is
(A) 8:46 am (B) 8:37 am (C) 8:52 am
(D) 8:42 am (E) 8:48 am

4. What is the value of 100 twenty-cent coins?
(A) $20 (B) $10 (C) $200
(D) $2 (E) $100

5. What is the area of this triangle in square centimetres?

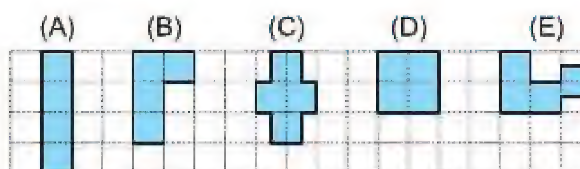


(A) 10 (B) 12 (C) 14
(D) 7 (E) 6

6. When the bell rang, there were 3 teachers and 6 students in the classroom. Several students arrived after the bell. Once everyone had arrived, there were 4 students for every teacher. How many students arrived after the bell?
(A) 18 (B) 12 (C) 6
(D) 3 (E) 9

7. A movie lasts for $2\frac{1}{3}$ hours. The movie is shown in two equal sessions. For how many minutes does each session last?
(A) 85 (B) 70 (C) 80
(D) 65 (E) 75

8. Four unit squares are laid out in five different arrangements as shown below. Which one has the largest perimeter?

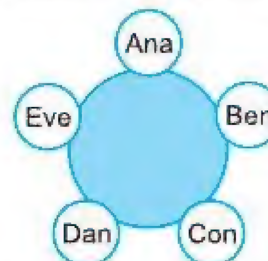


9. Ari, Bryce, Cy and Eric are members of our school's basketball team. Ari is 186 cm tall. He is 14 cm taller than Bryce who in turn is 6 cm shorter than Cy. Eric is 11 cm taller than Cy. Eric's height is



(A) 183 cm (B) 205 cm (C) 178 cm
(D) 189 cm (E) 177 cm

10. Ana, Ben, Con, Dan and Eve are sitting around a table in that order. Ana calls out the number 1, then Ben calls out the number 2, then Con calls out the number 3, and so on. After a person calls out a number, the next person around the table calls out the next number. Anyone who calls out a multiple of 7 must immediately leave the table.

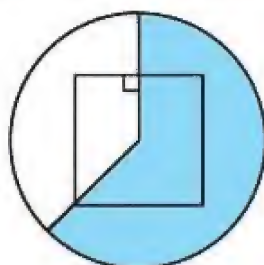


Who is the last person remaining at the table?
(A) Ana (B) Ben (C) Con
(D) Dan (E) Eve

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. $\frac{5}{19}$ of 38 is equal to
(A) 76 (B) 19 (C) $\frac{2}{5}$
(D) $2\frac{1}{2}$ (E) 10

12. The diagram shows a circle and a square with the same centre. What fraction of the circle is shaded?



(A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{3}{5}$
(D) $\frac{6}{11}$ (E) $\frac{2}{3}$

13. In the addition below x, y and z represent three different digits. What is the value of x + y + z?

$$\begin{array}{r} 4\ x \\ +\ x\ 4 \\ \hline z\ y\ z \end{array}$$

(A) 9 (B) 8 (C) 10
(D) 7 (E) 6

14. A cube has the letters A, C, M, T, H and S on its six faces. Here are two views of this cube.



Which one of the following could be a third view of the same cube?



(A) (B) (C) (D) (E)

15. Five students are to be photographed in a row with the tallest in the centre and the shortest two at the ends. If no two students are the same height, how many different arrangements are possible?
(A) 6 (B) 2 (C) 10
(D) 5 (E) 4

16. Three boys and three girls all celebrate their birthday today, but they are each different ages. The youngest is 1 year old. The sum of the ages of the three girls is the same as the sum of the ages of the three boys. What is the smallest possible total of all six ages?
(A) 22 (B) 24 (C) 28
(D) 21 (E) 26

17. Jenna measures three sides of a rectangle and gets a total of 80 cm. Dylan measures three sides of the same rectangle and gets a total of 88 cm. What is the perimeter of the rectangle?
(A) 112 cm (B) 132 cm (C) 96 cm
(D) 168 cm (E) 156 cm

18. Jim is running five laps of the school oval. When he is $\frac{3}{4}$ of the way round his fourth lap, what fraction of his run has he completed?



(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$
(D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

19. How many two-digit numbers have the property that the sum of the digits is a perfect square?
(A) 15 (B) 18 (C) 13
(D) 19 (E) 17

20. On this cube, opposite faces add to the same sum and all faces are prime numbers. (Note that 1 is not prime.) What is the smallest possible total of the faces which cannot be seen?



(A) 41 (B) 35 (C) 45
(D) 47 (E) 37

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. A recipe requires 2 kg sugar, 4 kg butter, and 6 kg flour to make 8 cakes. How many cakes can you make if you have 9 kg sugar, 17 kg butter and 28 kg flour?
(A) 40 (B) 34 (C) 37
(D) 32 (E) 36

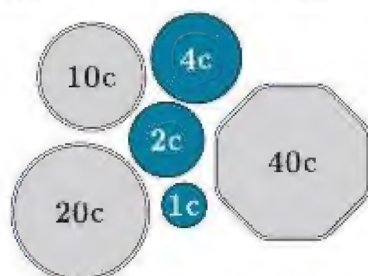
22. Two ordinary dice are rolled. The two resulting numbers are multiplied together to create a score. The probability of rolling a score that is a multiple of six is
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

23. Jill and Jack are exercising at a beach. They both start from the car park at one end of the beach. Jill runs at a constant speed and Jack walks at a constant speed. When Jill turns at the end of the beach to run back, she notices that Jack is then halfway along the beach. How far

along the beach will Jack be when Jill next passes him?

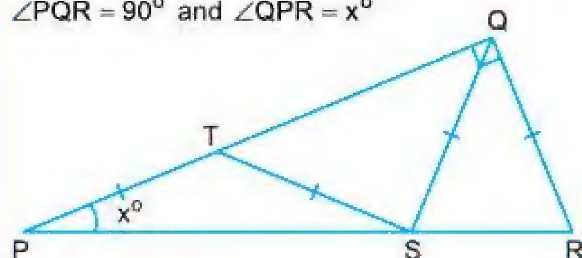
(A) Two-thirds of the way
(B) Five-sixths of the way
(C) Three-quarters of the way
(D) Five-eighths of the way
(E) Seven-eighths of the way

24. The country of Numismatica has six coins of the following denominations: 1 cent, 2 cents, 4 cents, 10 cents, 20 cents and 40 cents. Using the coins in my pocket, I can pay exactly for any amount up to and including 200 cents. What is the smallest number of coins I could have?



(A) 12 (B) 10 (C) 11
(D) 9 (E) 8

25. In the diagram, PT = TS = SQ = QR, $\angle PQR = 90^o$ and $\angle QPR = x^o$



Then x is equal to

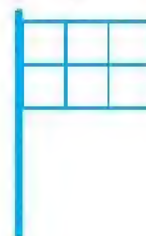
(A) 20 (B) 25 (C) 27.5
(D) 22.5 (E) 30

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet. Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

26. I write down three different positive whole numbers that add to 96. The sum of any two is divisible by the third. What is the largest of these three numbers?

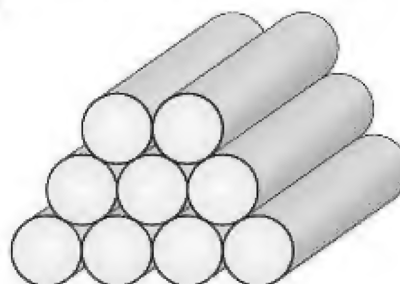
27. At a football match, one-third of spectators support the Reds and the rest support the Blues. At half-time 345 Blues supporters leave because their team is losing, and the remaining Blues supporters now make up one-third of the total. How many Reds supporters are there?

28. A 3 × 2 flag is divided into six squares, as shown. Each square is to be coloured green or blue, so that every square shares at least one edge with another square of the same colour. In how many different ways can this be done?



29. Zoltan has a list of whole numbers, all larger than 0 but smaller than 1000. He notices that every number in his list is either one-third of another number in the list or three times another number in the list. What is the largest number of different whole numbers that can be on Zoltan's list?

30. In a stack of logs, each row has exactly one fewer log than the row below. With 9 logs, the tallest possible stack is shown. With 2015 logs, how many rows are there in the tallest possible stack?





Dành cho các thầy cô giáo

CUỘC THI SÁNG TÁC CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔN TOÁN CỦA HỌC SINH BẬC THCS

Nhằm tạo ra ngân hàng câu hỏi giúp phát triển năng lực của học sinh đồng thời động viên, khuyến khích các thầy cô giáo sáng tạo nhiều hơn nữa để có những giờ dạy hiệu quả cao, có thệ thống câu hỏi, bài tập có chất lượng tốt, tạp chí Toán Tuổi thơ tổ chức **Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS**. Đây là một cuộc thi mới và là một cuộc thi lớn trong năm 2016 và năm 2017 trên tạp chí.

1. Nội dung bài tập, câu hỏi. Các bài tập, câu hỏi môn toán giúp phát triển năng lực học toán của học sinh. Ban tổ chức hoan nghênh các bài tập, câu hỏi có hình vẽ minh họa để các em học sinh thấy rằng môn toán thật thú vị. Các bài tập, câu hỏi phải là các bài mới chưa xuất hiện trên bất kì sách, báo nào. Mỗi cá nhân, tập thể gửi một lần hệ thống bài tập và câu hỏi gồm ít nhất 40 bài tập, câu hỏi cho cả bốn lớp 6, 7, 8 và 9 (mỗi bài tập, câu hỏi cần ghi rõ dành cho lớp mấy).

2. Đối tượng dự thi. Các thầy, cô giáo, các cán bộ quản lí giáo dục.

3. Thời hạn nhận bài dự thi. Kể từ tháng 1.2016 đến hết tháng 12.2017. Các bài dự thi cần viết rõ trên phong bì: **Tham dự Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS**. Trong bài dự thi ghi rõ: Họ và tên, địa chỉ, số điện thoại, email và gửi về: *Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội*. Tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ đăng các bài tập, câu hỏi hay và các tác giả sẽ được nhận nhuận bút.

4. Tổng kết và trao giải. Hết tháng 12.2017, tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ tổng kết cuộc thi. Ban tổ chức sẽ chấm các bài thi dựa trên các tiêu chí: Số lượng bài tập, câu hỏi, chất lượng chuyên môn của từng bài, từng câu và sự đa dạng về nội dung. Giải thưởng gồm Giấy chứng nhận, tiền mặt và quà tặng.

Theo đề nghị của bạn đọc, Tạp chí lùi thời hạn nhận bài dự thi đến tháng 12.2017.

BAN TỔ CHỨC

CÁCH THỨC GỬI BÀI CHO TOÁN TUỔI THƠ

❋ **Với học sinh giải bài.** Mỗi bài toán trong mục thi Giải toán qua thư, mỗi bài tham dự trên các chuyên mục khác, đều phải làm riêng trên một tờ giấy và ghi rõ các thông tin cần thiết: Tham dự mục gì, số tạp chí, tên đề bài, họ và tên học sinh, lớp, trường, quận (huyện), tỉnh (thành).

❋ Học sinh nên ghi thêm địa chỉ nhà, số điện thoại nhà riêng, số điện thoại phụ huynh (nếu có) để Tòa soạn tiện gửi phần thưởng.

❋ Riêng cuộc thi dành nữ sinh, mỗi số tham dự, thí sinh cần dán 1 ảnh 4×6 vào bài giải.

❋ **Với các cộng tác viên gửi bài.** Các bài viết của tác giả gửi đến Toán Tuổi thơ chưa được đăng ở bất cứ đâu. Bài đã gửi Tạp chí không gửi cho báo khác. Nếu là bài sưu tầm, tác giả cần viết rõ vào bài gửi là sưu tầm và dẫn nguồn sưu tầm. Nếu là bài dịch, tác giả cần ghi rõ vào bài gửi là dịch và gửi kèm bản gốc.

❋ Các cộng tác viên có thể gửi bài qua đường bưu điện đến Tòa soạn: *Số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội* hoặc gửi email đến: *toantuoitho@vnn.vn*

TTT



CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016

Từ ngày 6.6.2016 đến ngày 8.6.2016 sẽ diễn ra Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 tại trường Ngôi Sao Hà Nội, Q. Thanh Xuân, Hà Nội. Tham dự là các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ đến từ mọi miền đất nước. Khác với Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc, đề của Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 là các bài toán bằng tiếng Anh để các em học sinh được tiếp cận với cách thi chuẩn Quốc tế. Với các bạn học sinh bậc THCS thì có thêm hai vòng thi là *Tiếp sức toán* và *Du lịch Toán học*.

● **Thi cá nhân**

- Đề thi gồm có 16 câu bằng tiếng Anh, 15 câu đầu chỉ ghi đáp số *(mỗi câu 5 điểm)*, câu 16 *(25 điểm)* học sinh trình bày lời giải bằng tiếng Anh vào tờ trả lời.
- Thời gian làm bài là 30 phút.

● **Thi liên CLB (Dành cho học sinh cấp THCS)**

❋ **Vòng 1. Tiếp sức toán**

- Sáu thí sinh của mỗi CLB lần lượt giải 6 bài toán chỉ ghi đáp số *(các thí sinh ngồi theo thứ tự số báo danh tăng dần)*. Thí sinh nào giải xong, nộp bài cho giám khảo, thí sinh tiếp theo mới được nhận đề để giải. Thời gian tối đa là 30 phút cho 6 bài toán.
- Mỗi bài giải đúng được 2 điểm, giải sai 0 điểm.
- Các CLB giải bài nhanh nhất được cộng 1 điểm *(có không quá 10% tổng số các CLB tham gia thi đấu được cộng điểm)*.
- Sau khi các CLB giải bài xong và nộp bài cho giám khảo thì giám khảo mở đáp án và chấm trực tiếp vào bài và cộng tổng điểm. Thư kí trường thi sẽ thu kết quả tại bàn của giám khảo.
- Có 6 đến 8 CLB điểm cao điểm nhất được vào thi đấu *vòng 2. Du lịch Toán học* để tranh giải Vàng, Bạc, Đồng *(nếu có các CLB bằng điểm nhau thì dùng câu hỏi phụ để phân loại)*.

❋ **Vòng 2. Du lịch Toán học**

- Có 6 thành phố Hà Nội, Nam Định, Thanh Hóa, Vinh, Huế, TP. Hồ Chí Minh cho các CLB đến tham quan. Đây là 6 nơi đặt trường thi xưa. Hai giám khảo sẽ là chủ nhân của bàn đại diện mỗi thành phố đó.
- Sáu thí sinh của mỗi CLB cùng giải 6 bài toán. Đội trưởng đến thành phố thứ nhất để lấy đề bài 1 *(theo chỉ định của Ban tổ chức)* sau đó các em học sinh của CLB cùng giải bài rồi đội trưởng nộp kết quả cho giám khảo ở thành phố thứ nhất, nếu kết quả chưa đúng thì giám khảo sẽ yêu cầu làm lại đến khi nào CLB đó đưa ra được kết quả đúng bài 1 thì CLB đó mới có được chữ kí của giám khảo ở thành phố thứ nhất để đến thành phố thứ hai nhận đề bài 2 giải tiếp, cứ tiếp tục như thế cho đến bài 6. Tổng thời gian tối đa để làm cả 6 bài toán là 30 phút. Vòng 2 sẽ kết thúc khi hết giờ hoặc đã có 2 CLB về đích *(CLB nào đã về đích thì tình nguyện viên phụ trách CLB đó phất cờ để Ban tổ chức biết)*. Sau khi có trống báo hiệu hết giờ thì Thư kí trường thi sẽ đến thu kết quả tại bàn của các CLB. Mỗi bài giải đúng được 2 điểm.
- Sau khi kết thúc hai vòng thi, Ban tổ chức sẽ cộng tổng điểm cả hai vòng thi và xếp giải.

TTT

CLB11. Find x given that
$$\frac{x-500}{43}+\frac{x-403}{61}+\frac{x-71}{103}=10.$$

CLB12. Prove that $n^{20} - 11$ is not divisible by 2016 for all positive integers n.

CLB13. Given $x > 0$. Find the minimum value of the following expression.
$$M=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+4\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-3\left(x+\frac{1}{x}\right)+10.$$

CLB14. Given the numbers a, b, c, and d such that $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 2016$ and $ac + bd = 0$. Find the value of the following expression $M = (a + b)^2 + (c + d)^2$.

CLB15. Let ABC be an equilateral triangle with its height equal to h. M is a point on the inside of the angle BAC. Let MD be a line perpendicular to BC at D, ME perpendicular to AC at E, and MF perpendicular to AB at F (MD = x, ME = y, and MF = z). Given that $2x = y + z$, calculate x in terms of h.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ (TTT2 số 157)

CLB1. Ta có $M = 1 + \frac{52}{1963 - x}$ (ĐKXĐ $x \neq 1963$).

● Xét $x > 1963 \Rightarrow 1963 - x < 0$.

Do đó $M < 1$. (1)

● Xét $x < 1963 \Rightarrow x \leq 1962$ (vì $x \in \mathbb{Z}$)

$\Rightarrow 1963 - x \geq 1$. Do đó $M \leq 53$. (2)

Từ (1), (2) thì $M \leq 53$, $\forall x \in \mathbb{Z}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 1962$.

Vậy M có giá trị lớn nhất là 53 khi $x = 1962$.

CLB2. Đặt d = ƯCLN(a, b) thì $a = dx$, $b = dy$, với x, y nguyên dương và ƯCLN(x, y) = 1.

Ta có $a^2 + b^2 = d^2(x^2 + y^2)$ chia hết cho $ab = d^2xy$

Từ đó $x^2 + y^2 \vdots xy \Rightarrow x^2 + y^2 \vdots x$ và $x^2 + y^2 \vdots y$

$\Rightarrow y^2 \vdots x$ và $x^2 \vdots y$ mà ƯCLN(x, y) = 1 nên $x = y = 1$.

Do đó $a = b$. Vậy $P = 2$.

CLB3. Ta có $1 + a^2b^2 = abc(a + b + c) + a^2b^2$

$= ab[ca + c(b + c) + ab]$

$= ab[a(b + c) + c(b + c)]$

$= ab(a + c)(b + c)$.

Tương tự $1 + b^2c^2 = bc(a + b)(a + c)$

và $1 + c^2a^2 = ca(a + b)(b + c)$.

Do đó $Q = \frac{c^2(a+b)^2ab(a+c)(b+c)}{bc(a+b)(a+c)ca(a+b)(b+c)} = 1$.

CLB4. Ta có $T = n^2 - 2015n + 8$ là tổng các chữ số của số tự nhiên n nên $0 \leq T \leq n$.

Dễ thấy $n > 1 \Rightarrow T > 0$

$\Rightarrow (n - 1)(n - 2014) > T > 0 \Rightarrow n > 2014$. (1)

Mặt khác $T \leq n \Rightarrow n^2 - 2016n + 8 \leq 0$

$\Rightarrow n^2 - 2016n < 0 \Rightarrow n(n - 2016) < 0$

$\Rightarrow n < 2016$. (2)

Từ (1), (2) và $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 2015$.

Thử lại $n = 2015$ có tổng các chữ số là $2 + 0 + 1 + 5 = 8$ và $n^2 - 2015n + 8 = 8$, thỏa mãn.

Vậy $n = 2015$.

CLB5. Gọi K là trung điểm của AE.

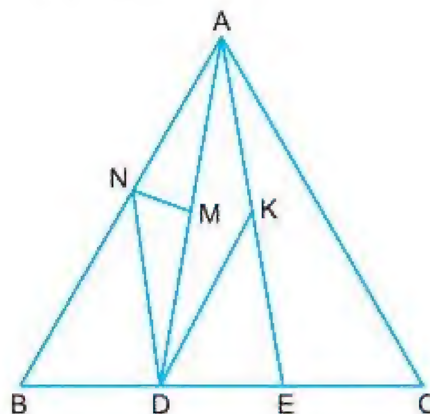
Ta có $\Delta ABD = \Delta ACE$ (g.c.g)

$\Rightarrow S_{ABD} = S_{ACE}$. (1)

Ta có $\Delta ADN = \Delta ADK$ (c.g.c)

$\Rightarrow S_{ADN} = S_{ADK}$. (2)

Vì $AK = \frac{1}{2}AE \Rightarrow S_{ADK} = \frac{1}{2}S_{ADE}$. (3)



Từ (1), (2), (3) suy ra

$S_{ABD} + S_{ADN} = \frac{1}{2}(S_{ABD} + S_{ACE}) + \frac{1}{2}S_{ADE}$

$= \frac{1}{2}(S_{ABD} + S_{ACE} + S_{ADE}) = \frac{1}{2}S$.



Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Lê Ngọc Hoa, Trần Bình Minh, Nguyễn Công Huấn*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khắc Thái Bình*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuệ An*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An.**

NGUYỄN HIỆP





PHỎNG VẤN

VŨ KIM THƯ
(Nghĩa Đô, Hà Nội)

Nếu bạn muốn được đi du học thì sau khi vượt qua các bài kiểm tra viết, bạn cần phải trải qua vòng thi phỏng vấn. Thường các bài phỏng vấn có nội dung xung quanh những câu hỏi về bản thân, gia đình và trường học của bạn. Dưới đây là một ví dụ về bài phỏng vấn đó. Bạn hãy tự trả lời và gửi câu trả lời về tòa soạn. Kì sau chúng tôi sẽ đăng bài trả lời.

- Hello.
- My name is ___________. I am conducting your interview today.
- Please sit down. / Please have a seat.
- First of all, what is your name? / Are you Vu Thanh Nam? / You are Vu Thanh Nam, aren't you?
- Are you a student? / Are you a pupil?
- What grade are you in? / Have you finished grade 9? / You've finished grade 9 haven't you?
- When did you finish grade 9? / How long ago did you finish grade 9? / Did you finish grade 9 this year or last year? You finished grade 9 this year, didn't you /
- Where do you study? / What is your school? / What is the name of your school?
- Where is it? / Where is your school located? / Is your school in the city or in the suburb? / Is your school in near the centre of the city?
- Is it a public school? / Is it a Government school? / Is it a private school? / Is it a public or a private school?
- Is it a good school? / Is it a good one?
- Is the school far from your house? / How far is it from your school to your house?
- How do you often go to school? / Do you go to school by bicycle, by bus or by motorbike?
- Is your school very big? / How big is your school? / How many students are there in your school? / How many teachers are there in your school?
- Oh, that's very big, isn't it?
- Do you love your school?
- Why do you love your school?
- How many days a week do you go to school? / On which days of the week do you go to school? / Do you go to school every day of the week?
- Are you going to school now? / Why? / Why not?
- Do you go to school in the morning or in the afternoon?
- How many lessons / periods do you usually have every day?
- What subjects do you study at school? / Can you tell me what subjects you study at school?
- What subjects are you good at? / What subjects are you not very good at? Are you good at Mathematics? Physics?
- Oh, you do study English, don't you? / Are you good at English? / How many years have you studied English?
- Do you like English? / Mathematics? / Literature? / Why? / Why not? What subjects do you like? / What subjects don't you like?
- What are your marks / scores in Mathematics? Physics? / What is your average in Mathematics?
- Do you receive / Have you received any awards for your study achievements? / What awards have you received for your achievements?
- How do you assess / judge your own study results? Are you a good student? / an excellent student? / an average student?
- Do you bring your school records? / Can I see them? / Can I see your school records?
- Tell me something about your family.
- Is your family a big one? How many people are there in your family? Have you got any brothers? / Have you got any sisters?
- Is she your elder or your younger sister? / How old is she? / How old are you?
- What's your father's job / occupation? What does your father do?
- What's your mother's job / occupation? What does your mother do?
- Does your mother / father / Do your parents help you in your study? Do you ask your mother / father / parents to help when you have a difficult problems / questions?
- Does your mother teach your class? Has your mother ever taught your class? / Does your mother teach your sister's class?
- Is she a good teacher?
- Do you think it's a good thing / an advantage to have your mother as a teacher in your school?
- Do you take extra lessons out of class?



Kì này AI ĐÚNG?

Bài toán. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R), với OA = 2R. Gọi N, P thứ tự là giao điểm của OA với (O) sao cho P nằm giữa A và N. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (O) với B, C là các tiếp điểm. M là điểm trên cung BC chứa P của đường tròn (O). Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại D, E.

Bạn Mùi nói rằng: "Số đo của góc DNE nhỏ hơn 30^o".

Bạn Thân nói rằng: "Số đo của góc DNE lớn hơn 30^o".

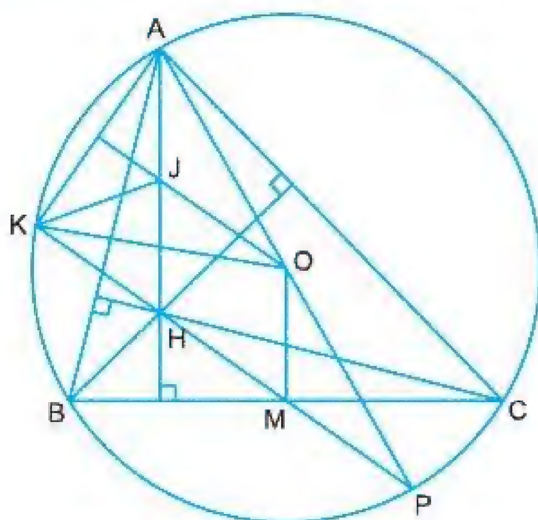
Bạn Dậu nói rằng: "Số đo của góc DNE bằng 30^o".

Theo bạn thì ai nói đúng?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*



Kết quả KHÔNG VẼ ĐƯỜNG TRÒN (TTT2 số 157)



● Giả sử tam giác nhọn ABC có trực tâm H, nội tiếp đường tròn (O). Gọi J là trung điểm của AH thì J là tâm đường tròn đường kính AH.

Cách 1. Dựng đường kính AP của đường tròn (O). Kẻ đường thẳng PH cắt đường tròn (O) tại điểm K thì $\widehat{AKP} = 90^o$ nên $\widehat{AKH} = 90^o$, do đó điểm K thuộc đường tròn đường kính AH và K là giao điểm của (O) và (J).

Cách 2. Kẻ đường thẳng AK $\perp$ OJ và cắt đường tròn (O) tại điểm K thì OJ là đường trung trực của AK, do đó JK = JA = JH, suy ra điểm K thuộc đường tròn đường kính AH và K là giao điểm của (O) và (J).

Cách 3. Dựng trung điểm M của đoạn thẳng BC. Kẻ đường thẳng MH cắt đường tròn (O) tại điểm K.

Gọi AP là đường kính của (O) thì $\widehat{ABP} = \widehat{ACP} = 90^o$ nên BHCP là hình bình hành, do đó PH đi qua trung điểm M của BC, suy ra $\widehat{AKM} = \widehat{AKP} = 90^o$. Vậy điểm K thuộc đường tròn đường kính AH và K là giao điểm của (O) và (J).

● **Chú ý.** - Trong trường hợp riêng khi AB = AC thì điểm K trùng với điểm A.

- Với tam giác ABC tù thì bốn điểm H, P, M, K vẫn thẳng hàng, chứng minh tương tự.



Nhận xét. Các bạn sau được nhận phần thưởng vì có lời giải đúng và chứng minh đầy đủ: *Lê Thị Thu Thái*, 9E1, *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn Minh Trang*, 9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

ANH COMPA

Câu lạc bộ Dễ hay Khó

THỬ TRẢ LỜI TOÁN HỌC LÀ GÌ?

VŨ KIM THỦY

Thầy chủ nhiệm và các em học sinh ngồi quây quần kiểu bàn tròn.

Học sinh 1: Cậu có được về quê nghỉ hè không?

Học sinh 2: Không nhưng tớ được đi nghỉ mát ở Thịnh Long.

Học sinh 3: Này, thôi đi. Bắt đầu sinh hoạt rồi. Thưa thầy, thầy hướng dẫn chúng em một chương trình gì thật thú vị chứ ạ?

Thầy Thủy: Chương trình thì khác đấy, còn hay đến mức nào để các em nhận xét.

Chúc câu lạc bộ dễ hay khó của chúng ta phát triển.

Học sinh: Chúng em cũng chúc thầy mạnh khỏe và có nhiều chương trình thú vị.

Thầy Thủy: Hôm nay thầy trò mình cùng nhau trao đổi về một đề tài rất đặc biệt nhé. Câu lạc bộ của chúng ta là câu lạc bộ về những vấn đề toán. Vậy tôi hỏi các em nhé: Toán học là gì nào?

Học sinh 1: Thưa thầy toán học là một khoa học tự nhiên nghiên cứu các con số và các hình ạ.

Học sinh 2: Thưa thầy toán học là hình học, đại số và số học hợp thành ạ.

Thầy Thủy: Đây là một câu hỏi khó đấy. Nhà toán học Nga A. A. Markov đã trả lời: Toán học là cái gì mà C. F. Gauss, L. Chebysev, Liapunôp, X. Chiêcơlốp và tôi nghiên cứu. J. H. Poincaré thì cho rằng: Toán học - Đó là nghệ thuật gán cho nhiều thứ khác nhau cùng một tên gọi.

Học sinh 1: Thưa thầy thế thì làm sao mà hiểu được toán học là gì ạ?

Thầy Thủy: Ừ, định nghĩa toán học rất khó thể hiện qua ít câu chữ.

Trước đây người ta cho rằng toán học là khoa học về quan hệ giữa số lượng và hình dạng không gian của thế giới hiện thực. Vì vậy người ta xếp toán học vào hàng ngũ các khoa học tự nhiên.

Còn bây giờ, chúng ta thử bắt đầu từ đối tượng nghiên cứu của toán học. Các em thử trả lời cho tôi xem các nhà hóa học nghiên cứu gì nào?

Học sinh 3: Các nhà hóa học nghiên cứu các chất và các phản ứng tương tác giữa chúng ạ.

Thầy Thủy: Còn các nhà sinh vật học nghiên cứu gì?

Học sinh 2: Các nhà sinh vật học nghiên cứu về động vật, thực vật ạ.

Thầy Thủy: Các nhà thiên văn học nghiên cứu cái gì nào?

Học sinh: Các nhà thiên văn học nghiên cứu các thiên thể và toàn bộ vũ trụ ạ.

Thầy Thủy: Các em trả lời đúng lắm. Đó chính là các hiện tượng tự nhiên. Vì vậy người ta xếp Vật lí, Hóa học, Sinh vật học, Thiên văn học, ... là các khoa học tự nhiên.

Học sinh 2: Thưa thầy mình đang nói chuyện về toán học cơ mà ạ.

Thầy Thủy: Em đừng vội. Tôi muốn hỏi các em bây giờ đây. Toán học thì nghiên cứu cái gì nhỉ?

Học sinh 1: Thưa thầy toán học nghiên cứu điểm, đường thẳng, con số, các phương trình và các hình khác nhau ạ.

Thầy Thủy: Thế các con số có tồn tại trong tự nhiên không?

Học sinh 1: Có ạ.

Học sinh 2: Không ạ.

Thầy Thủy: Em bảo có vì sao nào?

Học sinh 1: Thưa thầy em thấy con số ở máy điện thoại, ở quyển sách, ở tờ lịch và nhiều nơi khác ạ.

Thầy Thủy: Thế trước khi có các nhà thiên văn thì đã có các hành tinh chưa?

Học sinh: Có rồi ạ.

Thầy Thủy: Nếu không có các nhà khoa học thì động vật, thực vật có tồn tại không?

Học sinh: Có ạ.

Đấy là sự khác nhau giữa toán học và khoa học tự nhiên. Điểm, đường thẳng, hàm số, ánh xạ, toán tử, ma trận, ... là cái mà con người nghĩ ra, những

nhà toán học nghĩ ra.
Muốn nghiên cứu một đối tượng hay một hiện tượng nào đó bằng toán học thì phải gạt bỏ tất cả đặc điểm về tính chất của đối tượng và hiện tượng, chỉ giữ lại những đặc trưng cho số lượng và hình dạng của chúng và trừu tượng dần dần lên. Đối tượng nghiên cứu của toán học là những cái không phải sẵn có trong tự nhiên. Đó là những gì mà các nhà toán học nghĩ ra. Vì vậy toán học không phải là khoa học tự nhiên. Nhiều người nhầm lẫn điều này.

Học sinh 3: Thưa thầy trong tự nhiên có những vật mà toán học nghiên cứu ạ.

Thầy Thủy: Em thử ví dụ xem nào.

Học sinh 3: Thưa thầy cái vành nón, cái vành xe đạp, cái vành mâm là những hình tròn ạ.

Thầy Thủy: Tất cả những cái đó đều chỉ là hình ảnh của hình tròn thôi. Từ thực tiễn có các vật đó các nhà toán học mới nghĩ ra một hình hình học là hình tròn.

Vì thế giống như nghệ thuật, toán học là phương tiện độc đáo của nhận thức. Giống như các hình tượng nghệ thuật, các hình ảnh toán học là một hình thức đặc biệt của toán học dùng để phản ánh thực tiễn.

Học sinh 2: Thưa thầy nhưng như thế mỗi người trừu tượng theo một cách, tưởng tượng khác nhau thì sẽ dẫn đến các khái niệm rất khác nhau thì sao ạ?

Thầy Thủy: Mặc dù là tự do tưởng tượng và trừu tượng hóa nhưng nó vẫn theo quy luật của tư duy. Ví dụ để định nghĩa hình vuông, người ta phải dựa vào hình chữ nhật hoặc dựa vào hình bình hành, muốn định nghĩa hình bình hành thì cần định nghĩa tứ giác, muốn định nghĩa tứ giác thì cần định nghĩa đường gấp khúc ... Cứ như thế mãi đến cuối cùng các nhà toán học đều thống nhất là phải công nhận một số khái niệm cơ bản như điểm, đường thẳng, mặt phẳng, ...

Do đó dù là ở châu Á, châu Phi, châu Mỹ hay ở bất kì đâu thì cứ nói đến hình vuông người ta đều tưởng tượng ra đó là hình có 4 cạnh bằng nhau và có 4 góc vuông; đều tưởng tượng ra hai đường chéo của hình vuông là bằng nhau, bằng nhau mà không thể có hai vật gì trong tự nhiên có thể bằng nhau như thế được.

Điều này cũng tương tự như con rồng tuy không có trong thực tế nhưng người Trung Hoa và người Việt Nam tưởng tượng khá giống nhau.

Còn việc trừu tượng có thể theo hướng này, hướng khác sẽ nảy sinh các khái niệm khác nhau và vì vậy mới làm cho toán học phát triển.



Ngày nay toán học đã nghiên cứu các khái niệm trừu tượng hơn rất nhiều so với các quan niệm về số và công thức. Các khái niệm đó sinh ra vô số vấn đề mà muốn giải quyết chúng ta còn phải đưa ra những khái niệm khác còn trừu tượng hơn.

Học sinh 1: Thưa thầy thế thì làm sao mà có thể ứng dụng vào cuộc sống được ạ.

Thầy Thủy: Toán học có thể ứng dụng vào cuộc sống một cách trực tiếp nhờ giải các bài toán đặt ra từ thực tiễn. Song nhiều hơn cả là hàng năm, hàng chục năm sau nó được ứng dụng rất bất ngờ vào cuộc sống.

Ví dụ lí thuyết nhóm chính thức ra đời vào giữa thế kỉ XIX mà mãi đến năm 1890 nhà bác học Nga Phêđôrôp mới dùng lí thuyết nhóm vào nghiên cứu tinh thể học, giải quyết bài toán phân loại các mạng tinh thể trong không gian. Trong Vật lí, lí thuyết nhóm trở thành công cụ nghiên cứu có hiệu lực của cơ học lượng tử.

Chính vì thế người ta gọi toán học là người đầy tớ và là hoàng hậu của mọi khoa học.

Để nghiên cứu toán học thì một nhà toán học làm việc cần mẫn cũng chỉ có thể nắm được khoảng 5% toán học hiện đại. Do tính chất hiện đại ấy mà toán học vừa là khoa học cổ nhất, vừa là khoa học trẻ nhất.

Toán học thế kỉ XXI là một cây đại thụ khổng lồ mà muôn cành nhánh của nó đâm chồi, nảy lộc trên một gốc cây là toán học cổ truyền.

Chỉ trong hơn 20 phút chúng ta định trả lời câu hỏi toán học là gì thì thật khó. Thôi các em hãy bằng lòng với những giải thích như vậy nhé. Dần dần chúng ta sẽ hiểu hơn nhất là với em nào trở thành nhà toán học.



Vui cười

❑ *Tí:* - Này cậu! Bây giờ tớ không còn là học sinh bét lớp nữa rồi.

Tồ: - Vậy à? Chúc mừng cậu!

Tí: - Có gì mà mừng!

Tồ: - Sao lại không mừng? Cậu tiến bộ thế kia mà!

Tí: - Tớ chuyển thành học sinh bét trường rồi.



❑ *Tí:* - Tớ thấy sách báo nói rằng nước ngọt chính là nguồn sống của muôn loài.

Tồ: - Đúng rồi.

Tí: - Thế mà mẹ tớ cứ cấm uống nước ngọt, nhất là trước bữa cơm.



❑ *Cô giáo:* - Này Tí, em biết ngủ gật trong lớp là không tốt chứ?

Tí: - Vâng. Ngủ gật thì sẽ bị mỏi cổ ạ.



❑ Trong giờ địa lí.

Cô giáo: - Vàng là một khoáng sản quý. Em có biết vàng được phân bố nhiều ở đâu không?

Tồ: - Thưa cô, ở trong các hiệu vàng ạ.



ĐỖ HỒNG THỊNH

(Xóm 11, Xuân Thành, Xuân Trường, Nam Định)



BÍNH NAM HÀ

Thơ và truyện ngắn

Thơ là câu chuyện xảy ra hàng ngày
Viết nên bằng nhạc điệu
Truyện là bài thơ dài
Mang giai điệu khác
Rung lên nhiều rung động lòng người
Cũng như thơ gửi đến cuộc đời
Ước mơ xa và niềm hi vọng
Tâm sự cháy bỏng bộn bề
trên vẹn trang thơ

Hè 1985

ĐẶNG TOÁN
(An Đồng, Đông Giang,
Đông Hưng, Thái Bình)

Tâm sự hạt nước

Tôi là con của mẹ sông
Hay lên chơi tít tầng không cao vời
Cùng mây gió đến mọi nơi
Ở đâu khô khát là tôi tới liền

Khi nào bạn thấy mưa tuôn
Ấy là tôi nhớ mẹ hiền dòng sông
Về thăm cho thỏa nỗi lòng
Rồi mai tôi lại thong dong giúp đời





Kì 23



Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

```
  FORTY
+   TEN
    TEN
  -----
  SIXTY
```

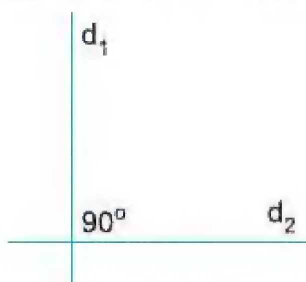
TRƯƠNG CÔNG THÀNH

(Sưu tầm)

Kết quả HÌNH HỌC (TTT2 số 157)

3. Các đường thẳng vuông góc

Một góc có số đo bằng 90^o là một góc vuông. Nếu hai đường thẳng cắt nhau tại góc vuông thì hai đường thẳng đó là vuông góc.



d_1 và d_2 là hai đường thẳng vuông góc, được kí hiệu là $d_1 \perp d_2$.

Kí hiệu góc vuông trong một góc ở nơi giao nhau cho biết rằng hai đường thẳng đó vuông góc.

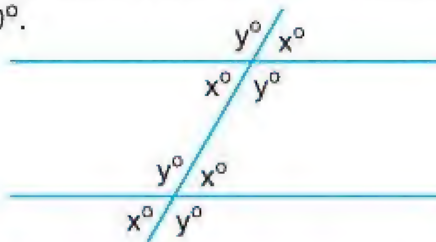
4. Các đường thẳng song song

Nếu hai đường thẳng nằm trong cùng một mặt phẳng không cắt nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Trong hình vẽ



các đường d_1 và d_2 song song với nhau, kí hiệu là $d_1 // d_2$. Nếu hai đường thẳng song song được cắt bởi một đường thẳng thứ ba, xem hình dưới đây, khi đó số đo góc có mối quan hệ như đã được chỉ ra, trong đó $x^o + y^o = 180^o$.





Nhận xét. Tòa soạn rất vui khi nhận được một "núi" bài tập của các bạn gửi đến. Đa số các bạn đều dịch đúng. Tạp chí ưu tiên gửi quà cho các bạn có bài dịch chính xác và trình bày cẩn thận là: *Phan Thế Anh*, THCS Trần Phú, TP. Phủ Lý, **Hà Nam**; *Phạm Thị Minh Ánh*, 7A2, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Phạm Hồng Ngọc*, 7B, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn Thị Xuân Nhi*, 6A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Xuân Thành Đạt*, THCS Thị trấn Gia Linh, Gia Linh, **Quảng Trị**.

ETERNA VŨ

CUỘC THI CÁC CLB TOÁN TUỔI THƠ TP. SƠN LA

Ngày 24.4.2016, sân trường tiểu học Tô Hiệu, TP. Sơn La, tỉnh Sơn La tưng bừng cờ hoa chào đón 16 Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ xuất sắc nhất đến từ 16 trường trên địa bàn thành phố về dự Giao lưu các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ khối lớp 4 thành phố Sơn La năm học 2015-2016. Các Câu lạc bộ đã trải qua ba vòng thi nghiêm túc nhưng không kém phần sôi động: Thi cá nhân; Tiếp sức đồng đội; Du lịch Toán học theo mô hình của tạp chí TTT. Cô Đoàn Kim Xuyến, Trưởng phòng GD - ĐT cùng các Phó Trưởng phòng: Thầy Trần Quốc Bình, thầy Lò Văn Hưng, thầy Đào Văn Quang; cô Lê Thị Hoài Thu, Chuyên viên; thầy Nguyễn Xuân Bắc, Phó Hiệu trưởng trường TH Tô Hiệu; cô Hoàng Bun Luông, Phó Hiệu trưởng trường TH Chiềng Xôm đã chỉ đạo và tham gia tổ chức thành công buổi Giao lưu. 56 học sinh được trao Giải cá nhân, gồm: 01 giải Nhất (Nguyễn Trần Tuấn Kiệt, TH Chiềng Sinh), 06 giải Nhì, 17 giải Ba, 32 giải Khuyến khích. Giải tập thể gồm: 01 giải Nhất (trường TH Quyết Tâm), 02 giải Nhì, 03 giải Ba và 04 giải Khuyến khích.

ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã tới dự, tặng sách cho thư viện trường Tiểu học Tô Hiệu, tặng quà cho toàn bộ học sinh tham dự và trao giải thưởng cho các thí sinh đoạt giải.

PV



Thi cá nhân



Tiếp sức đồng đội



Du lịch Toán học



Sau một vòng thi



ThS. Vũ Kim Thủy tặng sách cho thư viện trường TH Tô Hiệu



Các thầy Trần Quốc Bình và Lò Văn Hưng tặng cờ các đoàn



Nguyễn Trần Tuấn Kiệt chụp ảnh lưu niệm cùng BTC



Hướng tới 50 NĂM RECSAM

BÍNH NAM HÀ

Năm 1999, chúng tôi là ba người Việt Nam đến dự một khóa học ở thành phố Penang, Malaysia, thành phố lớn thứ hai của nước bạn, nằm trên đảo, có cầu Penang dài 13 km nối với đất liền. Tất cả có 37 người đến từ 10 nước ASEAN gồm các giáo viên dạy từ đại học đến tiểu học, một số biên tập viên và cán bộ quản lí Giáo dục. Tên khóa học là Creative and Critical Thinking in Mathematics For Gifted Learners. Đây là một trung tâm bồi dưỡng về phương pháp giảng dạy các môn Khoa học và Toán học cho cả Đông Nam Á, được lập ra từ năm 1967. SEAMEO tên đầy đủ là Southeast Asian Ministers of Education Organisation tức là Tổ chức Bộ trưởng Giáo dục các nước Đông Nam Á. Còn SEAMEO RECSAM là Southeast Asian Ministers of Education Organisation Regional Centre for Education in Science and Mathematics nghĩa là Trung tâm vùng về Giáo dục Khoa học và Toán các quốc gia Đông Nam Á (trong khuôn khổ SEAMEO). Trụ sở SEAMEO RECSAM (từ đây gọi tắt là RECSAM) đặt tại Jalan Sultan Azlan Shah, 11700 Galugor, Penang, Malaysia. Penang là một đảo nằm ở Tây Bắc phần phía Tây (tức phần bán đảo) của Malaysia, có hơn 2 triệu dân. Riêng Georgetown City tức phần trung tâm của cả Penang có 300 000 dân (xấp xỉ thành phố Nam Định 300 000 dân trong tỉnh Nam Định 2 000 000 dân). Đây là trung tâm lớn thứ hai của Malaysia. Thành phố có sân bay Quốc tế, cũng trải thảm như sân bay Changi ở Singapore và Kuala Lumpur ở thủ đô Malaysia. Cây cầu dài 13 km không thẳng mà uốn lượn nổi tiếng thế giới. Đường sá rất hiện đại và ngay từ bấy giờ đã có nhà cao 70 tầng. Thành phố là nơi cư ngụ của các dân cư gốc Malay, Ấn Độ và người Hoa, đông nhất là người Hoa. RECSAM nằm trên con đường từ sân bay về trung tâm thành phố, giữa một vùng vốn toàn đồi núi. Tại đó, có hơn một chục tòa nhà xây dựa vào thế đồi cao, thấp, quấn quít lối đi lại rất thuận tiện.



Nhìn bề ngoài, khu nhà cũng không có vẻ hiện đại. Ở đây bao gồm cả lớp học, kí túc xá, nhà ăn, hội trường lớn, nhỏ, thư viện, nhà trẻ, ... chỉ thiếu các sân thể thao. Mỗi năm RECSAM mở từ 3 đến 4 khóa đào tạo chính. Mỗi nước trong vùng cử trung bình 3 học viên đến 3 lớp khác nhau theo các chuyên đề của từng năm. Đây vốn là một trung tâm được người Mỹ giúp xây dựng. Lúc đầu ở đây còn có các giáo viên phương Tây đến giảng dạy. Nay chủ yếu chỉ gồm các giáo viên tuyển trong vùng. Việt Nam có một giảng viên là phó tiến sĩ Trần Vui

của Đại học Huế đến dạy từ 1996. Kinh phí đào tạo do các nước thành viên đóng góp. Tuy vậy số tiền đó chưa đủ để duy trì sự tồn tại của trung tâm. Chính vì thế, bên cạnh các khóa học chính cho người của 10 nước trong vùng, trung tâm còn mở các lớp bồi dưỡng cho giáo viên người Malaysia. Các bang và trường gửi giáo viên đến học phải đóng tiền cho trung tâm.



Các phòng học còn được huy động hết công suất với các lớp ôn thi vào đại học. Ngôn ngữ sử dụng ở đây là Tiếng Anh nhưng cách phát âm đã bị "Đông Nam Á hóa". Philippin dạy bằng Tiếng Anh ngay từ lúc học sinh mới đi học nên các học viên nước này nói Tiếng Anh tốt hơn cả. Nhiều nước khác dạy từ lớp 3, 4 và giảng bài bằng Tiếng Anh với các mức độ khác nhau từ toàn bộ như Malaysia, đến một phần như Myanma, Thái Lan. Học viên Singapore, Brunây, Malaysia sử dụng Tiếng Anh thành thạo như tiếng mẹ đẻ. Học viên Việt Nam, Lào, Campuchia và Indonesia lúc đó còn gặp khó khăn hơn trong việc sử dụng Tiếng Anh.

Các phòng học đều được trang bị máy điều hòa nhiệt độ, đèn chiếu. Nhiều nhà còn có đầu video, tivi, máy tính, máy in, ... Nhiều đồ dùng dạy học tiện dụng để ngay trong phòng. Khi học sử dụng các chương trình của máy tính hay máy tính cầm tay đều có máy để chiếu màn hình lên bảng cho học viên theo dõi từng bước làm của giảng viên. Các học viên học rất nghiêm túc, luôn mang theo bút, bút chì, thước, tẩy, ê ke, ... như học sinh tiểu học. Bài thực hành gấp máy bay giấy thả bay và tính giờ được các học viên nghiêm túc làm theo cẩn thận.

Người Việt Nam khi đến trung tâm này đều có nhận xét chung rằng điều kiện học tập ở đây rất tốt, sách về Toán và các môn Khoa học Tự nhiên nhiều và hầu hết là bằng Tiếng Anh. Tuy vậy, những điều mà Trung tâm đang theo đuổi và dạy cho các học viên cũng không xa lạ và mới lắm đối với chúng ta. Điều chủ yếu vẫn là ngoại ngữ; Tiếng Anh được dùng như tiếng bản địa ở Trung tâm này. Học viên Việt Nam hồi đó đánh vật với Tiếng Anh trên lớp khi nghe giảng, khi đọc tài liệu, đặc biệt là khi phải viết các tiểu luận và tự trình bày vấn đề. Rút ngắn khoảng cách về trình độ ngoại ngữ chúng ta hoàn toàn có thể trao đổi bình đẳng với bạn bè về mọi vấn đề mà Trung tâm này đang làm. Cũng đã đến lúc cần có những trung tâm như thế của ASEAN đặt ở Việt Nam.

Điều ấn tượng nhất để lại trong tôi là Phòng Toán (Maths Lab) với rất nhiều đồ chơi, học cụ, mô hình bảng biểu cho việc học toán. Điều thú vị là có mô hình bài toán Tháp Hà Nội. Điều ấn tượng nữa là Thư viện với rất nhiều sách từ các nước nói tiếng Anh.



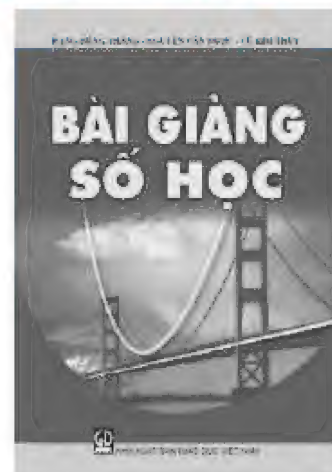
TỦ SÁCH TOÁN TUỔI THƠ



Số trang: 172; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.



Số trang: 188; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.



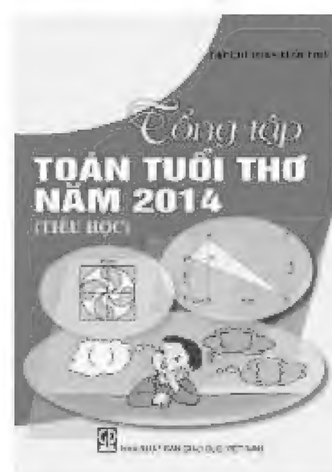
Số trang: 136; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 23 000 đồng.



Số trang: 276; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 45 000 đồng.



Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 35 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2014
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 145 000 đồng.



Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 22 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2010
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 95 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2011
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 104 000 đồng.



Hỏi: Anh Phó ơi! Nhận TTT cách nào là nhanh nhất ạ? Có phải các bạn ở Hà Nội luôn nhận được sớm hơn các bạn ở tỉnh khác không ạ? Nếu thế thì cơ hội được đăng tên của các bạn ở tỉnh xa bị giảm (So unfair!).

NGUYỄN MINH HIỂN

(Võ Cường, TP. Bắc Ninh, Bắc Ninh)

Đáp:

Em ra ngay bưu điện
To nhất gần nhà mình
Đặt cho cả năm học
Gửi tận nhà nhẹ tênh
Thời gian báo nhận bài
Nhìn theo dấu bưu điện
Mà dài tận hai tháng
Vẫn không hề unfair.



Hỏi: Em có được trả lời cho các câu hỏi của chuyên mục *Rubic hỏi... đáp* không ạ?

BBN

(6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Hỏi là quyền của em
Lại trả lời luôn thể
Thế thì anh bắc ghế
Ngồi chơi uống nước trà
Còn câu hỏi của bạn
Gửi về từ muôn nơi
Em làm sao biết nhỉ?
Để có câu trả lời.



Hỏi: Anh Phó ơi! Khi em sáng tác truyện cười thì cần phải sáng tác bao nhiêu truyện ạ? Có quy định số lượng không ạ?

NGUYỄN NGỌC LINH

(7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Truyện cười hay truyện không cười
Lượng không bắt buộc nếu người người khen
Đăng lên tất cả cùng xem
Mọi người cười đau bụng là em đạt rồi.



ANH PHÓ



Bạn hãy vào website: **http://olm.vn/hieu-sach-online** để đọc tạp chí Toán Tuổi thơ bản điện tử nhé.

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(159+160). Cho đa thức $f(x) = ax^2 - bx + c$ với a, b, c là các số nguyên và a khác 0 sao cho f(9) chia hết cho 5 và f(5) chia hết cho 9. Chứng minh rằng f(104) chia hết cho 45.

LẠI QUANG THỌ *(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

Bài 2(159+160). Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm M sao cho AH = 3HM. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AC = 3AN. Tính số đo $\widehat{BMN}$.

HUỲNH THANH TÂM *(Bưu điện An Nhơn, Bình Định)*

CÁC LỚP THCS

Bài 3(159+160). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn

$$\frac{7y}{5} + \sqrt{29x+3} + 1 = \sqrt{4y^2+4y-1} + 2x.$$

BÙI HẢI QUANG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Bài 4(159+160). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$A = \frac{2}{3}x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)$, với x, y, z là các số thực thỏa mãn $x \geq 3$ và $xyz = 1$.

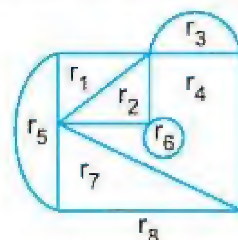
THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

Bài 5(159+160). Xem xét bản đồ N sau. Nêu tên các vùng của N kề với vùng

a) r_7;

b) r_2;

c) r_6.



VŨ KIM THỦY

Bài 6(159+160). Cho tam giác vuông cân ABC (AB = AC). Đường phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại E. Gọi bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là r. Chứng minh rằng EC = 2r.

VŨ ĐÌNH HÒA *(GV. trường Đại học Sư phạm Hà Nội)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(159+160). Given the polynomial $f(x) = ax^2 - bx + c$, where *a*, *b*, and *c* are integers and *a* is not equal to 0, such that *f*(9) is divisible by 5 and *f*(5) is divisible by 9. Prove that *f*(104) is divisible by 45.

2(159+160). Given a right triangle *ABC* with the right angle at *A*. Let *AH* be perpendicular to *BC* at *H*. Let *M* be a point on the opposite ray of the ray *HA* such that *AH* = 3*HM*. Let *N* be a point on *AC* such that *AC* = 3*AN*. Find the measure of $\angle BMN$.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

3(159+160). Find all integers *x* and *y* such that

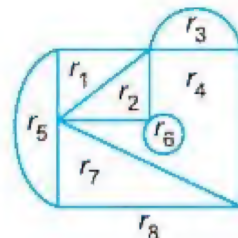
$$\frac{7y}{5} + \sqrt{29x+3} + 1 = \sqrt{4y^2+4y-1} + 2x.$$

4(159+160). Find the minimum value of the expression

$A = \frac{2}{3}x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)$, where *x*, *y* and *z* are real numbers such that $x \geq 3$ and $xyz = 1$.

5(159+160). Consider the map *N* below. List the regions of *N* that are adjacent to region

a) r_7; b) r_2; c) r_6.



6(159+160). Given a right isosceles triangle *ABC* (where *AB* = *AC*). The angle bisector of the angle *ABC* intersects *AC* at *E*. Let *r* be the radius of the incircle of the triangle *ABC*. Prove that *EC* = 2*r*.



Bình minh biển MIỀN TRUNG

Biển xanh màu thời gian triệu năm sóng vỗ. Trời xanh màu thanh thiên hòa quyện một gam màu từ xưa. Xa xa là những dãy núi xanh cây lá với một màu xanh của công viên bãi biển. Giữa bức tranh màu xanh ấy là vầng tròn đỏ của mặt trời trẻ trung lúc bình minh. Bạn hãy tả vẻ đẹp của bức tranh biển này. Tòa soạn chờ bài viết tốt của bạn để đăng trong số tháng 7+8.2016.

MORIS VŨ



Ảnh: VKT

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH







Từ trái sang phải: Chu Thị Thanh, Lưu Thị Phương, Phạm Thị Thùy Trang, Ngô Thị Thanh Trúc, Bùi Hương Giang.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT159M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2016.



NĂM THỨ
MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2



NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 20000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016 TẠI HÀ NỘI

1976 - 2016



40 NĂM LẬP QUAN HỆ NGOẠI GIAO VIỆT NAM - THÁI LAN

THU HÀ NỘI - MÙA XUÂN TOÁN TUỔI THƠ

Bạn đọc yêu quý,

Cả vùng Đông Nam Á này chỉ có các tỉnh phía Bắc Việt Nam mình có được mùa Thu. Mùa Thu trời trong xanh như pha lê. Nắng vàng sắc mật ong. Gió gợn sóng lăn tăn hồ Gươm, lay khẽ lá cây lộc vừng ven hồ huyền thoại. Dẫn xa cái nóng chảy mồ hôi, hè đã qua rồi. Chưa thấy cái rét co ro, đông còn chưa tới. Hà Nội đang trong những ngày đẹp nhất trong năm của mùa Thu thứ 1007 kể từ ngày mảnh đất giữa hồ Tây và hồ Gươm trở thành đất Kinh kì.

Đây cũng là lúc tiếng trống trường rộn lên bắt đầu một năm học mới. Mùa thu cũng là mùa sinh nhật của Toán Tuổi thơ và đây là mùa thu thứ 17 tạp chí đến với học đường. Mỗi năm học mới, Tạp chí đều muốn có những bước tiến mới, đổi thay mới để làm bạn đồng hành tốt nhất với các bạn trẻ yêu toán.

Tờ báo bạn đang cầm trên tay là số 161+162 trong chuỗi gần 200 tờ báo của 16 năm qua. Tờ báo này bắt đầu một thời kì mới Toán Tuổi thơ song hành cùng các nhà trường từng năm học. Tờ báo này là số 1/9 của năm học này. Số tiếp theo sẽ là 2/9. Số cuối cùng của năm học ra đầu tháng năm sẽ là 9/9. Trong 9 số đó có 3 số đặc biệt: 1/9, 3/9 và 6/9 là các số gộp với dung lượng gấp đôi ra vào các dịp đầu năm học mới, dịp 20.11 và dịp Tết. Nội dung các số gộp đăng kết quả cuộc thi CLB toàn quốc, các hoạt động chuyên môn dịp 20.11, các đề thi chuẩn bị cho cuộc thi cấp tỉnh và toàn quốc cùng các bài Lịch sử toán, toán vui nhằm dẫn dắt độc giả hiểu hơn về văn hóa toán học.

Các số gộp sẽ tăng số đề trong chuyên mục Đề ra kì này, vốn là chuyên mục cốt lõi và truyền thống của tạp chí.

Như vậy học kì 1 bạn có 4 số từ 1/9 đến 4/9 trong đó có 1/9 và 3/9 là 2 số gộp. Kì 2 bạn có 5 số từ 5/9 đến 9/9 trong đó 6/9 là số gộp. Đây là thay đổi từ chính đòi hỏi của độc giả, phù hợp với sự trở lại của mùa tựu trường và kì hè truyền thống. Đọc xong số 9/9 bạn sẽ nghỉ hè thực sự với các hoạt động thể thao, âm nhạc, bơi, cắm trại, dã ngoại và háo hức đón chờ năm học mới vào đầu tháng 9. Năm học mới đến, số 1/9 lại đến cùng bạn.

Các chuyên mục và cách tổ chức bài vở cũng điều chỉnh chút ít cho phù hợp với cách phát hành mới vì lợi ích độc giả. Chỉ riêng đề ra kì này số 9/9 bạn phải chờ đến số 1/9 năm học sau đọc lời giải và tìm tên mình. Bạn nhớ nhé. Từ nay ngoài con số như 191 trong chuỗi đánh số từ năm 2000, còn thêm số như 2/9 bên cạnh theo thứ tự trong năm học. Bạn vẫn có thể đặt báo theo từng quý hoặc cả năm dương lịch. Ví dụ quý IV này là các số 2/9, 3/9 và 4/9 còn cả năm 2017 là các số từ 5/9 đến 9/9 của năm học này và các số 1/9 đến 4/9 của năm học sau.

Bạn đã yêu quý toán, đã yêu quý Toán Tuổi thơ. Bạn hãy tiếp tục cùng chúng tôi xây lâu đài Toán học, ươm vườn CLB Toán cho tương lai. Toán Tuổi thơ sẽ không phụ công mong chờ của các bạn. Chúc năm học mới thành công.

TBT TẠP CHÍ TOÁN TUỔI THƠ

TRONG SỐ NÀY

Toán quanh ta Tr 30
Định lí Pytago
Moris Vũ

Nhìn ra thế giới Tr 32
Lời giải đề thi chọn đội tuyển dự thi Olympic Toán Quốc tế của Hồng Kông năm 2010 (Vòng 1) (Tiếp theo kì trước)
Mai Vũ

Bạn muốn du học Tr 34
Phỏng vấn (Tiếp theo kì trước)
Vũ Kim Thư

Lịch sử Toán học Tr 36
Ai là người chứng minh hình học đầu tiên?
Lê Quốc Hán

Compa vui tính Tr 43
Số điểm được tô màu?
Nguyễn Đức Tấn

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc Tr 44
Chiếc nhẫn trong túi
Nguyễn Thị Lan

Đến với tiếng Hán Tr 46
Bài 68. Hà Nội có rất nhiều viện bảo tàng
Nguyễn Vũ Loan

Học Vật lí bằng tiếng Anh Tr 47
Unit 20. Gas law and particles of matter theory section
Bình Nam Hà

Bạn đọc phát hiện Tr 48
Suy nghĩ để mở rộng mỗi bài toán
Phan Duy Nghĩa

Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 49
Định lí Stewart và ứng dụng
Thái Nhật Phượng

Học ra sao? Giải toán thế nào? Tr 52
Quan hệ giữa hai bất đẳng thức AM-GM và Nesbit
Ngô Văn Thái

Đề thi các nước Tr 54
AMC 2015
Senior Division (Tiếp theo kì trước)
Đỗ Trung Hiệu

Thách đấu! Thách đấu đây! Tr 58
Trận đấu thứ một trăm ba mươi tám
Bùi Hải Quang

Giờ ra chơi Tr 59
Vui cười
Nguyễn Thị Diệu Nga

Đo trí thông minh Tr 60
Hình nào không thích hợp?
Nguyễn Đức Tấn

Vào thăm vườn Anh Tr 61
Ô chữ Chemical elements
Nguyễn Ngọc Sơn

Trường Olympic Tr 62
Nam Hà, Hà Nam nghĩa là gì?
Vũ Kim Thủy



LỄ KHAI MẠC
CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016







ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập, Trưởng ban tổ chức Câu lạc bộ TTT toàn quốc 2016



Ông Trương Quang Luyến, Chủ tịch HĐQT, Tổng Giám đốc Công ty Cổ phần VPP Hồng Hà





Trao giải cho các học sinh đoạt giải cuộc thi Giải toán qua thư theo năm học 2015 - 2016





Đại diện công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà nhận quà lưu niệm của Ban tổ chức

Hiệu trưởng trường TH Ngôi Sao Hà Nội nhận quà lưu niệm của Ban tổ chức





Ban tổ chức trao cờ cho các đoàn tham dự





Các đoàn diễu hành qua sân khấu

PHẦN THI CÁ NHÂN VÀ TIẾP SỨC TOÁN

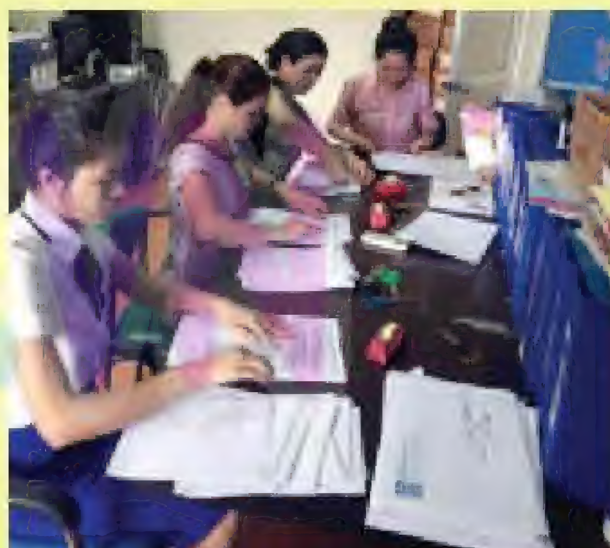


Các vị đại biểu và Trưởng đoàn, Lãnh đội, Giám khảo, Giám thị



Các thí sinh háo hức và hồi hộp chờ đến phần thi cá nhân





Các thí sinh đang làm bài thi cá nhân



Các đội say sưa với phần thi Tiếp sức toán



Tình nguyện viên là sinh viên các trường đại học





Thi Tiếp sức toán

PHẦN THI DU LỊCH TOÁN HỌC



Các đội trưởng bốc thăm xem đội mình mang tên nhà toán học nào



Chờ vé đi tiếp thành phố khác



Cả đội cùng trao đổi để tìm kết quả của bài toán



Một trong hai đội về đích đầu tiên

LỄ BẾ MẠC CÂU LẠC BỘ TTT TOÀN QUỐC 2016



Tiết mục văn nghệ mừng thành công của Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016



Các vị đại biểu đến dự Lễ bế mạc



Trao giải phần thi Tiếp sức toán và Du lịch toán học



Trao giải cho các đội đoạt giải Vàng phần thi Tiếp sức toán và Du lịch toán học



Trao giải phần thi cá nhân



Trao giải Vàng cho các thí sinh

BÀI PHÁT BIỂU CỦA TỔNG BIÊN TẬP TẠI LỄ KHAI MẠC CUỘC THI CLB TTT TOÀN QUỐC 2016

Ngày 25.10.2000 tờ tạp chí Toán Tuổi thơ đầu tiên ra mắt độc giả. Cuộc thi cho học sinh tiểu học hưởng ứng phong trào đọc Toán Tuổi thơ đã được khởi nguồn từ Mê Linh, Vĩnh Phúc (nay là huyện thuộc ngoại thành Hà Nội) năm 2001. Ngày 9.9.2001, ba trường tiểu học Lưu Quý An, Phúc Yên A, Tiền Châu A đã tham gia giải các bài toán vui. Dịp kỉ niệm 1 năm ra mắt, ngày 25.10.2001, Toán Tuổi thơ tổ chức một cuộc thi toán tại cung thiếu nhi Hà Nội, chúng tôi đã tổ chức Hội thi trung thu Toán Tuổi thơ với nhiều học sinh tham gia giải các bài toán vui. Khi đó Toán Tuổi thơ còn là một Phụ trương của Toán học và tuổi trẻ. Ngày 30.1.2002 tức là cách đây gần 15 năm, đơn vị tạp chí Toán Tuổi thơ chính thức được thành lập.

Olympic Toán Tuổi thơ là một sự kiện giáo dục được học sinh cả nước mong đợi vào mỗi dịp tháng 6 hàng năm. Sau 10 kì tổ chức, Olympic Toán Tuổi thơ đã thu hút hàng nghìn bạn học sinh ở cấp Tiểu học và THCS đến từ 54 tỉnh, thành trên cả nước tham dự, tạo hiệu ứng xã hội tích cực và được truyền thông đánh giá cao. Olympic Toán Tuổi thơ đã truyền cảm hứng cho các thầy cô và các em học sinh, tạo nên một phong trào say mê học Toán, thi đua giải Toán từ cấp trường tới quận, huyện, tỉnh, thành. 10 năm Olympic ghi nhận sự trưởng thành của nhiều thế hệ tài năng Toán học mà đại diện là em Nguyễn Thế Hoàn - HCV Olympic Toán Tuổi thơ - HCV Olympic Toán Quốc tế năm 2014, 2015; Em Vũ Xuân Trung - HCV Olympic Toán Tuổi thơ - HCV Olympic Toán Quốc tế năm 2015 và là một trong 6 thí sinh Việt Nam tham dự Olympic Toán Quốc tế năm 2016. Chúng tôi tự hào vì đã tạo ra một sân chơi trí tuệ, lành mạnh bổ ích cho học sinh, giáo viên và các nhà quản lí giáo dục.

Tiếp nối thành công của Olympic Toán Tuổi thơ, để phù hợp hơn với chương trình đổi mới toàn diện ngành giáo dục, tạo cơ hội cho học sinh Việt Nam tiếp cận gần hơn với các kì thi Toán Quốc tế, từ năm 2016, Tạp chí Toán Tuổi thơ đổi mới Olympic Toán Tuổi thơ theo mô hình phù hợp hơn là Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ. Tạp chí tổ chức sinh hoạt liên tỉnh các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cho Tiểu học và Trung học Cơ sở thông qua các bài toán, câu đố toán, IQ bằng Tiếng Anh. Câu lạc bộ TTT có những điểm mới so với Olympic Toán Tuổi thơ như sau:

- Điểm mới thứ nhất của kì thi là các bạn nhỏ đọc đề trực tiếp bằng Tiếng Anh. Đây là cuộc thi sẽ phát động phong trào học toán và học Tiếng Anh.
- Điểm mới thứ hai là Vòng thi Du lịch Toán học. Các bạn nhỏ cần lưu ý nếu như Vòng thi Tiếp sức toán dù đúng dù sai bạn vẫn đến được bài thứ 6 thì ở Du lịch Toán học cả đội phải chung sức giải đúng từng bài mới đến được cả 6 thành phố. Các giám khảo nhớ kí vào tờ trả lời của các đội mang đến nếu kết quả đúng, coi đó là tấm vé để các bạn du lịch tới thành phố tiếp theo. Vòng thi thứ nhất được cộng điểm thời gian cho 3 đội nhanh nhất còn Vòng

Du lịch Toán học sẽ dừng lại khi 2 đội đi được cả 6 thành phố hoặc hết giờ quy định. Không được tính cộng điểm thời gian ở vòng thi này.

Ngày 19.1.2016 Tạp chí đã tổ chức thành công cuộc thi CLB Toán Tuổi thơ liên tỉnh gồm các tỉnh, thành tham gia: Hà Nội, Nam Định, Hưng Yên, Quảng Ninh, Sơn La, Thái Bình, Vĩnh Phúc. Đây là sự hội tụ đáng yêu đầu tiên cho một đề mô với đầy đủ các gương mặt từ thành thị đến nông thôn, đồng bằng, trung du và miền núi. Rất vui mừng khi có tỉnh Sơn La tổ chức cho học sinh thi Câu lạc bộ theo cách thức như Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc cho TP. Sơn La.

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc năm 2016 được tổ chức tại Hà Nội, dành cho khối lớp 5 (Tiểu học) và lớp 8 (THCS). Các CLB THCS sẽ tham dự: Thi cá nhân, Tiếp sức Toán và Du Lịch toán học. Riêng các em bậc Tiểu học chỉ tham dự vòng thi cá nhân. Tất cả các đề thi toán đều bằng tiếng Anh. Chương trình diễn ra trong 3 ngày, từ 06/06/2016 đến 08/06/2016. Lễ Khai mạc và Bế mạc trao thưởng được tổ chức tại Hội trường Hoa Sen 1, khách sạn Kim Liên. Trường thi đặt tại trường Ngôi Sao Hà Nội. Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà là nhà tài trợ chính.

Năm nay có 286 học sinh của 29 đoàn chia thành 23 đội Tiểu học và 20 đội THCS từ 24 tỉnh, thành trên cả nước tham dự. Đề thi lần đầu tiên sử dụng ngôn ngữ Tiếng Anh thu hút mạnh mẽ các thành phố lớn và các tỉnh có phong trào mạnh như Hà Nội, TP. Hồ Chí Minh, Hải Phòng, Nam Định, Vĩnh Phúc... nhưng cũng không làm khó các tỉnh miền núi như Sơn La, Yên Bái, Lạng Sơn... hay các tỉnh Tây Nguyên như Đắk Lắk, Tây Nam Bộ như Kiên Giang, Long An... Tất nhiên không thể thiếu những tỉnh có truyền thống hiếu học như Thái Bình, Thanh Hóa, Hà Tĩnh... Chúng ta chào mừng Quảng Ngãi, Hưng Yên lần đầu đến với cuộc thi Toán Tuổi thơ toàn quốc.

Qua cuộc thi này, các bạn được kiểm tra đánh giá:

- Năng lực tư duy
- Năng lực toán học
- Vốn từ vựng Tiếng Anh
- Tạo động lực, tạo đà cho bước phát triển sau này.

Bên cạnh các CLB, lần đầu tiên những bạn học sinh lớp 5, được nêu tên trên chuyên mục Thi giải toán qua thư năm học 2015 - 2016, được mời tham dự phần thi cá nhân cùng với các thí sinh đến từ các CLB xuất sắc nhất các tỉnh thành.

Hi vọng cùng với việc được gặp gỡ, học hỏi qua các kì thi mới, các thầy cô, bạn bè đến từ 24 tỉnh, thành cả nước, được khẳng định mình, các bạn nhỏ từ miền Nam ra cũng được tham quan thủ đô Hà Nội, các thành phố Hải Phòng, Nam Định và nhiều danh lam thắng cảnh nổi tiếng khác. Các bạn từ miền núi phía Bắc về có dịp được đến các bãi biển phía Bắc như Bãi Cháy, Đồ Sơn, Thịnh Long... Cuộc thi chắc chắn sẽ là kỉ niệm đẹp với tất cả mọi người đặc biệt là các em học sinh. Đó chính là niềm vui, là thành công chung của tất cả chúng ta.

Thay mặt Ban tổ chức tôi xin tuyên bố Khai mạc cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016. Chúc sức khỏe tất cả mọi người. Xin cảm ơn đã chú ý lắng nghe.

TOÀN CẢNH CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016

(Tường thuật)

Chiều 3.6.2016 ban tổ chức sự kiện của tạp chí đã có mặt tại trường Ngôi Sao Hà Nội, nơi diễn ra cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016. Một lần nữa các công việc để phục vụ cuộc thi được rà soát lại. Sáng 6.6 Ban tổ chức họp với các đoàn đến từ 24 tỉnh, thành tại trường Ngôi Sao Hà Nội. Các đoàn nhận quà tặng của Công ty Cổ phần VPP Hồng Hà, Công ty Cổ phần thiết bị Giáo dục Đà Nẵng. Trưa 6.6.2016, lãnh đạo trường Ngôi Sao Hà Nội đã chiêu đãi các trưởng đoàn, lãnh đội và các tình nguyện viên. Sau bữa trưa, các đoàn nhanh chóng di chuyển về Hội trường Hoa Sen 1, khách sạn Kim Liên để dự Lễ khai mạc vào lúc 14 h.

Dự khai mạc có Ông Nguyễn Đức Hữu, Phó Vụ trưởng Vụ Giáo dục Tiểu học, TS. Tạ Ngọc Trí, chuyên viên Vụ Giáo dục Tiểu học; TS. Nguyễn Thành Anh, Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam, ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập Tạp chí Toán Tuổi thơ, Trưởng ban tổ chức Cuộc thi; Ông Trương Quang Luyến, Chủ tịch Hội đồng Quản trị, Tổng giám đốc Công ty Cổ phần VPP Hồng Hà, các lãnh đạo Sở Giáo dục của một số tỉnh, thành, các đơn vị thành viên của NXB Giáo dục Việt Nam... phóng viên báo Giáo dục và Thời đại, báo Hà Nội mới, VTV2, báo Công Lý,... Cuộc thi vinh dự được Thủ tướng chính phủ Nguyễn Xuân Phúc gửi lẵng hoa chúc mừng. Sau phần văn nghệ, Tổng biên tập Tạp chí có bài phát biểu khai mạc. Ông Trương Quang Luyến đại diện nhà tài trợ chính lên phát biểu. Tổng biên tập thay mặt ban tổ chức tặng quà lưu niệm cho nhà tài trợ, lãnh đạo trường Ngôi Sao Hà Nội và 2 đội Quảng Ngãi, Hưng Yên lần đầu tham dự cuộc thi toàn quốc do Tạp chí tổ chức. Tiếp theo là phần trao giải cuộc thi *Thi giải toán qua thư theo năm học 2015 - 2016*. Ấn tượng nhất là màn diễu hành của các đội trên sân khấu, 286 gương mặt xuất sắc của 43 đội đến từ 24 tỉnh, thành trên cả nước, trải dài từ Nam ra Bắc: Kiên Giang, Tiền Giang, Thành phố Hồ Chí Minh, Long An, Phú Yên, Đắk Lắk, Quảng Ngãi, Hà Tĩnh, Nghệ An, Thanh Hóa, Nam Định, Ninh Bình, Thái Bình, Hải Phòng, Hưng Yên, Hòa Bình, Hà Nội, Vĩnh Phúc, Bắc Giang, Phú Thọ, Sơn La, Yên Bái, Lạng Sơn, Lào Cai.



Sáng hôm sau, tuy giờ khai mạc cuộc thi là 7h15 nhưng có rất nhiều đoàn đến từ rất sớm. 12 phòng thi chuẩn bị cho vòng thi Cá nhân và phông bạt, bàn ghế ngoài sân trường phục vụ cho 2 vòng thi Tiếp sức toán và Du lịch toán học đã được chuẩn bị chu đáo. Các bảng biểu đều được in 4 màu. Các thầy cô trưởng đoàn, lãnh đội tận tình dẫn các em trong đội của mình đến các phòng thi. Cùng lúc đó trong phòng hội đồng, ban tổ chức có cuộc họp với các cán bộ coi thi. Không khí trước giờ thi rất háo hức. Kết thúc vòng thi cá nhân, Ban tổ chức và cán bộ coi thi, các em học sinh di chuyển ra ngoài sân trường để tiếp tục vòng thi Tiếp sức toán. Các tình nguyện viên và các thầy cô của trường Ngôi Sao Hà Nội khẩn trương kê bàn ghế theo sơ đồ cuộc thi. Khi có kết quả của phần thi Tiếp sức toán, ban tổ chức chọn ra 8 đội có điểm cao nhất tiếp tục thi vòng thi Du lịch toán học: Vĩnh Phúc, Nam Định, Bắc Giang, Hải Phòng, TP. Hồ Chí Minh B, Đắk Lắk, TP. Hồ Chí Minh A, Thái Bình. Để phục vụ cho phần thi này, tại sân trường kê 8 khu vực cho 8 đội thi và 6 bàn giám khảo tượng trưng cho 6 thành phố. Cả 2 phần thi

diễn ra rất sôi nổi và hào hứng tạo nên sự thú vị cho cuộc thi. Hai đội phất cờ về trước trong vòng thi Du lịch toán học là Vĩnh Phúc và Nam Định.

Chiều ngày 7.6.2016 các đoàn cùng các bạn tình nguyện viên của đoàn mình tham quan các điểm du lịch.

Sáng 8.8.2016, Hội trường Hoa Sen 1 khách sạn Kim Liên đón chào mọi người về dự Lễ bế mạc cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc. Đến dự có GS. TS Vũ Văn Hùng, Tổng Giám đốc NXB Giáo dục Việt Nam; ông Trương Quang Luyến, Chủ tịch Hội đồng Quản trị, Tổng Giám đốc Công ty Cổ phần VPP Hồng Hà, một số Phó Giám đốc Sở Giáo dục - Đào tạo các tỉnh cũng đến dự, các phóng viên báo đài VTV2, báo Hà Nội mới, ... Trưởng ban tổ chức ThS. Vũ Kim Thủy phát biểu tổng kết cuộc thi. Mặc dù đây là năm đầu tiên thi Toán bằng Tiếng Anh nhưng có 1 bạn cấp Tiểu học đạt điểm tối đa 100 điểm, 2 bạn THCS đạt 95 điểm. Phần thi Du lịch toán học các đội đều làm được ít nhất 5 trong tổng số 6 bài thi. Có 24 Huy chương Vàng, 48 Huy chương Bạc, 72 Huy chương Đồng, 64 giải Triển Vọng được trao cho các em thí sinh. 3 Cup Vàng, 3 Cup Bạc và 2 Cup Đồng trao cho 8 đội xuất sắc nhất thi Tiếp sức toán và Du lịch toán học. Năm nay có thêm nhiều giải khác: giải thí sinh giải đúng liên tục nhiều câu nhất, giải thí sinh đạt điểm cao nhất. Hội trường như vỡ òa khi tên các em được xướng lên. Các thầy cô giáo cũng tự hào, vui sướng cùng các em học sinh thân yêu của mình. Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ khép lại với nhiều cảm xúc khó tả đan xen lẫn nhau. Tuy cuộc thi chỉ diễn ra trong 3 ngày nhưng những cảm xúc, những kỉ niệm mà nó để lại trong mỗi thí sinh, mỗi thầy cô giáo sẽ còn đọng lại.

PV

THƯ CẢM ƠN

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 đã diễn ra trong 3 ngày từ 06/6/2016 đến 08/6/2016 tại Hà Nội, với 29 đoàn gồm 23 đội Tiểu học và 20 đội THCS đến từ 24 tỉnh, thành từ Lào Cai, Lạng Sơn đến Kiên Giang.

Ủy viên Bộ Chính Trị, Thủ tướng Chính phủ Nguyễn Xuân Phúc dành sự quan tâm và gửi lẵng hoa chúc mừng cuộc thi.

Đến dự Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 có Lãnh đạo Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo, đại diện Ban Dân vận, Thành ủy Hà Nội, nhiều Lãnh đạo Sở Giáo dục - Đào tạo các tỉnh, thành và nhiều Đại biểu quan tâm tới Cuộc thi.

Trước ngày Khai mạc, NGUT. Ngô Trần Ái đã gửi thư động viên, khích lệ cuộc thi. GS. TS. Vũ Văn Hùng, Tổng Giám đốc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam đã tới dự Lễ bế mạc tổng kết và trao thưởng cho các CLB đạt giải.

Nhà tài trợ chính là Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà đã đồng hành cùng Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc. Các đơn vị đã tài trợ và giúp đỡ cho cuộc thi: Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam; trường Ngôi Sao Hà Nội; các bạn tình nguyện viên; Xí nghiệp Bản đồ 1 - Bộ Quốc phòng; Công ty Cổ phần Đầu tư - Phát triển Giáo dục Đà Nẵng; Công ty Cổ phần Bản đồ và Tranh ảnh Giáo dục; Sputnik Education; Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ; Trường Tiểu học Ban Mai, Trường tiểu học Dân lập Đoàn Thị Điểm, ...

Đã có nhiều đài, báo đến dự, ghi hình, đưa tin về sự kiện này: Phòng Xã hội - VTV1; Phòng Khoa học Xã hội - VTV2, Đài Truyền hình Việt Nam; VOV; Báo Hà Nội Mới; Báo Giáo dục và Thời đại; Báo Công lý; ...

Các Sở Giáo dục - Đào tạo, các Phòng Giáo dục - Đào tạo ở các địa phương đã tạo điều kiện tốt cho các em học sinh tham gia. Các thầy cô giáo, các bậc phụ huynh đã nhiệt tình, quan tâm và theo cùng các em trong những ngày diễn ra Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016.

Tạp chí Toán Tuổi thơ chân thành cảm ơn các tổ chức, các cá nhân đã đóng góp vào thành công của Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc.

TOÁN TUỔI THƠ

BÀI PHÁT BIỂU CỦA TỔNG BIÊN TẬP TẠI LỄ BẾ MẠC CUỘC THI CLB TTT TOÀN QUỐC 2016

Hôm nay chúng ta lại tề tựu tại đây trong buổi Lễ bế mạc sự kiện Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc lần đầu tiên. Thủ đô Hà Nội chứng kiến 286 học sinh, 286 gương mặt yêu toán thay mặt 29 đoàn gồm 23 đội tiểu học, 20 đội THCS từ 24 tỉnh, thành phố từ Lào Cai, Lạng Sơn đến Kiên Giang. Lần đầu tiên nhiều bạn biết Hồ Gươm, Hồ Tây, Văn Miếu - Quốc Tử Giám, và cũng lần đầu tiên nhiều bạn được tham gia thi toàn quốc, thi toán bằng Tiếng Anh. Thật thú vị khi các bạn THCS được giải toán trong Vòng thi tiếp sức cần chiến thuật, chiến lược và vào Vòng thi du lịch cần đoàn kết, nhanh, tỉnh táo và thống nhất cao mới đạt kết quả. Theo đánh giá của Ban tổ chức, đề thi vừa sức, phổ điểm trải từ 5 điểm đến 95 điểm ở THCS. Rất vui là điểm Tiểu học có điểm 100/100 dù đề được đánh giá là không dễ. Phần thi cá nhân cho thấy các địa phương Hà Nội, Nam Định, Vĩnh Phúc, Thái Bình, Lào Cai, thành phố Hồ Chí Minh, Thanh Hóa, Lạng Sơn, Phú Yên có thành tích đồng đều và khá cao. Phần thi tiếp sức và du lịch cho thấy sự phối hợp khi làm bài tập thể của các đội Hà Nội chưa tối ưu như các đội được vào vòng 8 đội. Phần thi du lịch diễn ra hào hứng đầy mới lạ. Chúng ta đã có một kì thi thành công và 24 tỉnh thành có mặt ngày hôm nay là sự góp mặt của các sáng lập viên Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc. Con số đó nói lên kết quả của công tác chăm lo đến học hành, đến ươm trồng những tài năng toán học tương lai. Có được kết quả đó, chúng ta cảm ơn sự quan tâm của Bộ Giáo dục và Đào tạo, Vụ Tiểu học, lãnh đạo Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà, nhà tài trợ chính cho mọi cuộc thi của Tạp chí Toán Tuổi thơ, trường Ngôi Sao Hà Nội, trường Ban Mai và phóng viên VTV, các cơ quan báo chí và truyền thông, các Sở Giáo dục, Phòng Giáo dục, các thầy cô và các bậc phụ huynh cùng 33 tình nguyện viên. Tất cả đã chung tay làm nên cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc có ý nghĩa, trở thành cuộc thi uy tín. Cảm ơn Thủ tướng Chính phủ Nguyễn Xuân Phúc đã gửi tặng lẵng hoa chúc mừng, nhiều đơn vị đã tài trợ cho cuộc thi.

Sự thành công của cuộc thi là kết quả của công tác chuẩn bị hết sức nghiêm túc, tỉ mỉ, là sự tham gia nhiệt tình, chăm lo chu đáo cho các em học sinh của trưởng đoàn, lãnh đạo. Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 được diễn ra với mong muốn tạo ra một hoạt động trí tuệ, với phương châm: học mà chơi, chơi mà học, là cầu nối kết nối các em, thầy cô đam mê toán học trên cả nước có cơ hội được giao lưu học hỏi và cọ xát để từ đó tự đánh giá được kiến thức. Vì vậy hi vọng sau kết quả cuộc thi này những đội đoạt giải cao tiếp tục phát huy khả năng toán học của mình, những em giải chưa cao cũng lấy dấu mốc đó để phấn đấu hơn nữa.

Sau đây, sẽ là giây phút thầy cô, các bậc phụ huynh và các em học sinh chờ đợi và hồi hộp nhất. Tôi xin nhường lời cho MC. Chúc sức khỏe mọi người và xin cảm ơn đã chú ý lắng nghe.

CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016
CHILDREN'S FUN MATHS JOURNAL NATIONAL COMPETITION 2016

ĐỀ THI CÁ NHÂN THCS
SECONDARY SCHOOL INDIVIDUAL PAPER

Thời gian: 30 phút (Duration: 30 minutes)

Problem 1.



The fractions in the number pattern above are equally spaced. Find the missing fractions x and y.

Problem 2. Three friends try to guess the number of sweets in a closed bottle. Each of the three gave a guess of 98, 137, and 164. However none of them guessed it correctly. One friend's guess is off by 17 sweets, one is off by 22 sweets and one is off by 44 sweets. How many sweets are there in the bottle?

Problem 3. A man has 4 sons; each is 4 years older than the younger brother after him, and the eldest brother's age is 5 times the youngest brother's age. Find the age of the eldest brother and the youngest brother.

Problem 4. Each diagram in the sequence below consists of a number of dots.

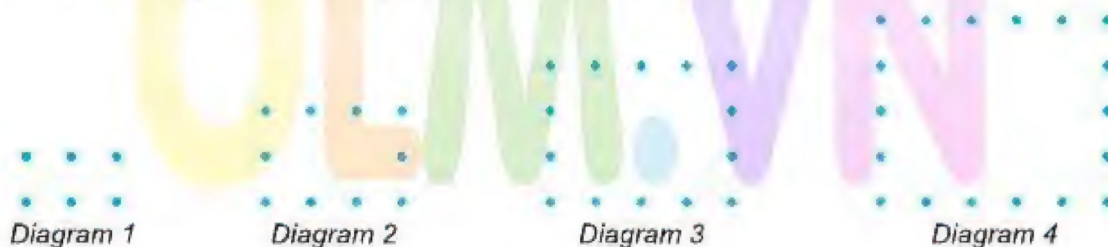
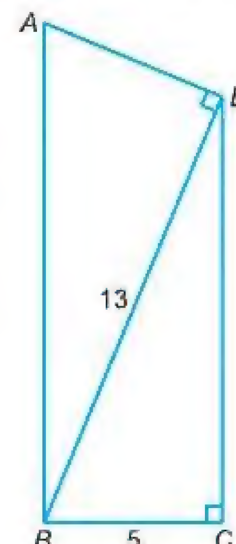


Diagram 1 *Diagram 2* *Diagram 3* *Diagram 4*

Write down the number of the diagram that has 66 dots.

Problem 5. Given a trapezium $ABCD$ (where $AB \parallel CD$), $\angle ABC = 90^o$, $BD \perp AD$, $BC = 5$ cm, and $BD = 13$ cm. Find the area of the trapezium $ABCD$.





The diagrams are not drawn to scale

Problem 6. Find the maximum value of the expression $P = \dfrac{2x}{x^2+1}$.

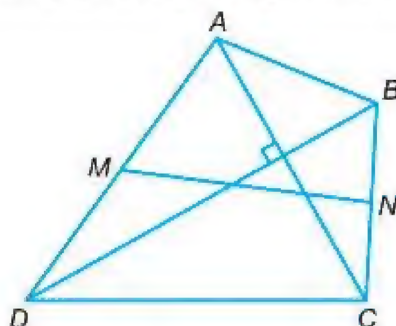
Problem 7. Solve the equation $|x + 1| + |x + 2| + |x + 3| + ... + |x + 2016| = 2017x$.

Problem 8. A right pentagonal prism has its sides painted with red, yellow and green paint such that each vertex does not have any two sides of the same color. Find the number of sides which are painted red.

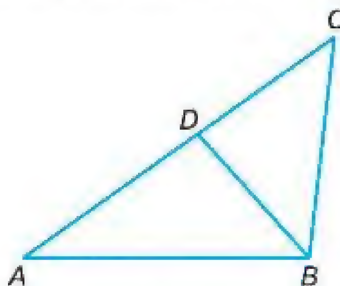
Problem 9. Does there exist a prime number which can be written as $a^4 + 64$ where a is an integer?

Problem 10. An appliance shop orders 24 boxes of small electric fans (where all boxes contain the same number of small fans) and 25 boxes of bigger electric fans (where all boxes also contain the same number of big fans). The total number of fans ordered is 1200. How many fans are there in each box that contains small fans?

Problem 11. Given a quadrilateral *ABCD* having *AC* perpendicular to *BD*, *AC* = 6 cm, and *BD* = 8 cm. Let *M* and *N* be the midpoints of *AD* and *BC*, respectively. Find the length of *MN*.



Problem 12. Let *ABC* be a triangle having $\angle B = 2\angle C$, *AB* = 60 cm and *AC* = 80 cm. Find the length of the internal angle bisector *BD*.

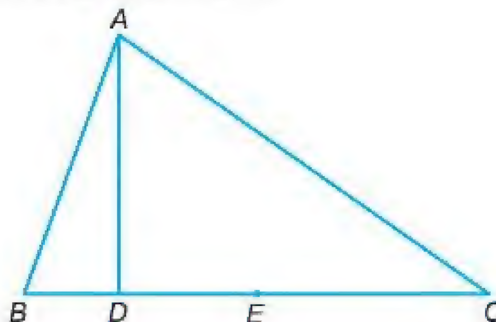


Problem 13. Compare $A = 2 \times 3^{54}$ and $B = 6 \times 5^{32}$.

Problem 14. Evaluate the following $2016^2 + 4034 - 2017^2$.

Problem 15. A convex polygon has 14 diagonals. Find the sum of the measures of its internal angles.

Problem 16. ***(Written paper/Tự luận)*** Given a triangle *ABC* having $\angle B = 2\angle C$. Let $AD \perp BC$ ($D \in BC$), and *E* be the midpoint of *BC*. Prove that $AB = 2DE$.



The diagrams are not drawn to scale

CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016
CHILDREN'S FUN MATHS JOURNAL NATIONAL COMPETITION 2016

ĐỀ THI TRUNG HỌC CƠ SỞ
SECONDARY SCHOOL PAPER

VÒNG 1: TIẾP SỨC TOÁN
ROUND 1: RELAY RACE

Thời gian: 30 phút cho cả 6 câu hỏi
(Duration: 30 minutes for 6 problems)

Problem 1. A box contains 70 balls. The ratio of the number of red balls to the number of white balls is 2:3, and the ratio of the number of white balls to green balls is 3:5. Determine the number of red balls and the number of green balls.

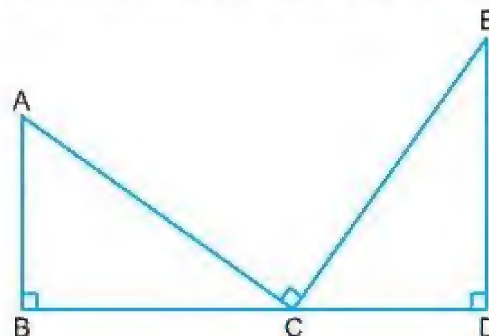
Problem 2. Given that $3 * 4 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, and $5 * 7 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$. Find the integer x such that $6 * x = 45$.

Problem 3. A convex polygon has all of its diagonals having the same length. How many sides can this polygon have?

Problem 4. Find all integer values of x (where $x \neq 0$) such that the expression $P = \dfrac{3x - 12}{x - 3}$ has a non-zero integer value.

Problem 5. Let x and y be two positive real numbers and given the expression $P = \dfrac{3x^3}{x^2 + y^2 + xy} + y - 2x$. Determine the sign of the expression P.

Problem 6. Given the following figure, where AB and DE are both perpendicular to BD, AC is perpendicular to CE, $AB = 5$ cm, $BD = 12$ cm, and $DE = 7$ cm. Find the length of BC. (*The diagram is not drawn to scale*).





CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016
CHILDREN'S FUN MATHS JOURNAL NATIONAL COMPETITION 2016

ĐỀ THI TRUNG HỌC CƠ SỞ
SECONDARY SCHOOL PAPER

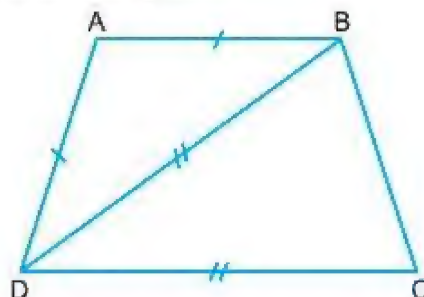
VÒNG 2: DU LỊCH TOÁN HỌC
ROUND 2: MATHEMATICS TOUR

Thời gian: 30 phút cho cả 6 câu hỏi
(Duration: 30 minutes for 6 problems)

Problem 1. If the sum of three consecutive integers is smaller than 75, what is the maximum possible value of the smallest number?

Problem 2. Given 2016 real numbers a_1, a_2, a_3, ... , and a_{2016}. Given that the sum of any 5 arbitrary numbers among the given numbers are equal to 0. Find a_{2016}.

Problem 3. Find the measure of the smallest angle of an isosceles trapezium having one base equal to its side and the other base equal to its diagonal.



Problem 4. Find the minimum value of the expression $P = |x + 4| + |x - 7|$.

Problem 5. Given a convex quadrilateral $ABCD$ having $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$ and $\angle BCD > \angle BAD$. Compare the two diagonals AC and BD of the quadrilateral.

Problem 6. Solve the following equation $\frac{x+4037}{2016} + \frac{x+6050}{2015} + \frac{x+8061}{2014} = \frac{x+18122}{2013}$.



GLOSSARY

VŨ THÀNH NAM

Các từ tiếng Anh được sử dụng trong Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc ngày 07.06.2016 tại Hà Nội.

fraction	phân số
number	số
pattern	quy luật
guess	đoán
times	lần
diagram	biểu đồ
dot	chấm
trapezium	hình thang
area	diện tích
the maximum value	giá trị lớn nhất
expression	biểu thức
solve	giải
equation	phương trình
right pentagonal prism	lăng trụ đứng ngũ giác





side	cạnh
such that	sao cho
vertex	đỉnh
exist	tồn tại
prime	nguyên tố
integer	số nguyên
total	tổng
quadrilateral	tứ giác
perpendicular	vuông góc
midpoint	trung điểm
respectively	tương ứng
length	độ dài
triangle	tam giác
internal angle bisector	phân giác trong
compare	so sánh
evaluate	tính
convex polygon	đa giác lồi
diagonal	đường chéo
measure	số đo
internal angle	góc trong
prove	chứng minh

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CÁ NHÂN THCS

ANSWERS FOR SECONDARY SCHOOL INDIVIDUAL PAPER

Problem 1. $x = \frac{1}{6}$, $y = \frac{3}{8}$. *(5 điểm)*

Problem 2. 120. *(5 điểm)*

Problem 3. 15; 3. *(5 điểm)*

Problem 4. 16. *(5 điểm)*

Problem 5. $\frac{1565}{24}$ cm^2 *(5 điểm)*

(học sinh viết $65\frac{5}{24}$ cm^2 vẫn cho điểm tối đa).

Problem 6. 1. *(5 điểm)*

Problem 7. 2033136. *(5 điểm)*

Problem 8. 5. *(5 điểm)*

Problem 9. No. *(5 điểm)*

Problem 10. 25. *(5 điểm)*

Problem 11. 5 cm. *(5 điểm)*

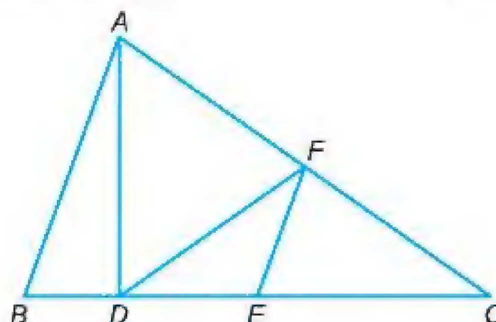
Problem 12. 35 cm. *(5 điểm)*

Problem 13. $A > B$. *(5 điểm)*

Problem 14. 1. *(5 điểm)*

Problem 15. 900^o. *(5 điểm)*

Problem 16. Let F be the midpoint of AC and draw the lines EF and DF, then EF is the midsegment of the triangle ABC, thus $EF \parallel AB$ and $AB = 2EF$ (1). *(5 điểm)*



Since DF is the median of the right triangle ADC with respect to the hypotenuse, $DF = FC = AF$
$\Rightarrow \angle CDF = \angle C$. *(5 điểm)*
Since $EF \parallel AB \Rightarrow \angle CEF = \angle B = 2\angle C$ *(5 điểm)*
$\Rightarrow \angle DFE = \angle CEF - \angle CDF = \angle C = \angle CDF$
$\Rightarrow \angle DFE = \angle EDF \Rightarrow DE = EF$ (2). *(5 điểm)*
From (1), (2) $\Rightarrow AB = 2DE$. *(5 điểm)*

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Lưu ý: Học sinh có thể xét thêm khi góc B tù hoặc vuông. Biểu điểm không thay đổi.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CÁ NHÂN THCS

ANSWERS FOR SECONDARY SCHOOL INDIVIDUAL PAPER

VÒNG 1: TIẾP SỨC TOÁN

ROUND 1: RELAY RACE

Mỗi ý đúng được 1 điểm, cả bài đúng được 2 điểm.

Problem 1. Red: 14; Green: 35 (học sinh viết "đỏ: 14, xanh: 35" vẫn cho điểm tối đa).

Problem 2. 3; –3 (học sinh viết ±3 cũng cho điểm tối đa).

Problem 3. 4; 5.

Problem 4. 2; 6.

Problem 5. $P > 0$; $P = 0$ (học sinh viết $P \geq 0$ cũng cho điểm tối đa).

Problem 6. 5 cm; 7 cm.

VÒNG 2: DU LỊCH TOÁN HỌC

ROUND 2: MATHEMATICS TOUR

Mỗi bài đúng được 2 điểm.

Problem 1. 23.

Problem 2. 0.

Problem 3. 72^o.

Problem 4. 11.

Problem 5. $AC > BD$.

Problem 6. –5.



KẾT QUẢ CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016 - THCS

GIẢI CÁ NHÂN

STT	Số báo danh	Họ và tên	Tỉnh, Thành phố	Giải
1	VP12	Lê Thanh Bình	Vĩnh Phúc	Vàng
2	VP11	Dương Quang Giang	Vĩnh Phúc	Vàng
3	VP09	Nguyễn Văn Chiến	Vĩnh Phúc	Vàng
4	TH07	Vũ Tuấn Kiệt	Thanh Hóa	Vàng
5	TB07	Vũ Hải Đăng	Thái Bình	Vàng
6	PY07	Nguyễn Đặng Hoàng Tín	Phú Yên	Vàng
7	PT10	Lê Vương Hưng	Phú Thọ	Vàng
8	NĐ07	Nguyễn Phương Nam	Nam Định	Vàng
9	LS12	Trần Hoàng Quốc Anh	Lạng Sơn	Vàng
10	HP07	Khuất Nguyên Cương	Hải Phòng	Vàng
11	YB08	Trần Anh Đức	Yên Bái	Bạc
12	VP07	Tạ Nam Khánh	Vĩnh Phúc	Bạc
13	VP10	Phan Trung Dũng	Vĩnh Phúc	Bạc
14	TH10	Lê Trung Kiên	Thanh Hóa	Bạc
15	TB12	Phạm Xuân Trường	Thái Bình	Bạc
16	QNg10	Nguyễn Công Thành	Quảng Ngãi	Bạc
17	PT09	Nguyễn Huy Toàn	Phú Thọ	Bạc
18	PT11	Trần Thị Hiền Trang	Phú Thọ	Bạc
19	PT07	Nguyễn Phúc Thành	Phú Thọ	Bạc
20	NĐ11	Nguyễn Đức Anh	Nam Định	Bạc
21	NĐ10	Nguyễn Huy Vũ	Nam Định	Bạc
22	NĐ08	Đinh Xuân Hoàn	Nam Định	Bạc
23	LCa09	Hoàng Quang Thắng	Lào Cai	Bạc
24	HP08	Nguyễn Lân Cường	Hải Phòng	Bạc
25	HP12	Đỗ Tuấn Minh	Hải Phòng	Bạc
26	HN09C	Lê Hoàng Minh	Hà Nội C	Bạc
27	HN11A	Trần Minh Dũng	Hà Nội A	Bạc
28	HN10A	Tạ Sơn Bách	Hà Nội A	Bạc
29	BG07	Nguyễn Thị Diễm Quỳnh	Bắc Giang	Bạc
30	BG08	Phạm Minh Quân	Bắc Giang	Bạc
31	YB09	Nguyễn Trung Hiếu	Yên Bái	Đồng
32	YB12	Nguyễn Văn Tiến	Yên Bái	Đồng
33	SG07B	Nguyễn Thiện Nhân	TP. Hồ Chí Minh B	Đồng
34	SG10B	Ngô Tấn Sang	TP. Hồ Chí Minh B	Đồng
35	SG12A	Bùi Lâm Tiến	TP. Hồ Chí Minh A	Đồng
36	TG08	Đinh Nhựt Tiến	Tiền Giang	Đồng
37	TG09	Nguyễn Lê Thanh Hương	Tiền Giang	Đồng
38	TH09	Đinh Thanh Nga	Thanh Hóa	Đồng
39	TH11	Hoàng Khánh Linh	Thanh Hóa	Đồng
40	TH08	Đàm Lê Tuấn Kiệt	Thanh Hóa	Đồng
41	TB08	Phạm Thị Thu Hà	Thái Bình	Đồng

STT	Số báo danh	Họ và tên	Tỉnh, Thành phố	Giải
42	TB11	Nguyễn Nhật Minh	Thái Bình	Đồng
43	PY10	Nguyễn Hồng Ngọc	Phú Yên	Đồng
44	PY11	Lưu Thị Như Quỳnh	Phú Yên	Đồng
45	PY12	Võ Mạnh Quyền	Phú Yên	Đồng
46	PT08	Trần Tiến Long	Phú Thọ	Đồng
47	NB12	Hoàng Lê Giang	Ninh Bình	Đồng
48	NB07	Trần Mạnh Trí	Ninh Bình	Đồng
49	LS09	Nguyễn Tuấn Dũng	Lạng Sơn	Đồng
50	LCa07	Dương Minh Quang	Lào Cai	Đồng
51	LCa10	Phạm Đức Thắng	Lào Cai	Đồng
52	HB07	Nguyễn Khánh An	Hòa Bình	Đồng
53	HP09	Trần Thanh Hải	Hải Phòng	Đồng
54	HN07C	Nguyễn Vinh Khánh	Hà Nội C	Đồng
55	HN10C	Đỗ Thành Đạt	Hà Nội C	Đồng
56	HN08C	Nguyễn Minh Thy	Hà Nội C	Đồng
57	HN07A	Nguyễn Quốc Dũng	Hà Nội A	Đồng
58	BG12	Chu Bá Hiếu	Bắc Giang	Đồng
59	BG10	Diêm Thị Quyên	Bắc Giang	Đồng
60	ĐL07	Nguyễn Tấn Dũng	Đắk Lắk	Đồng
61	VP08	Lê Ngọc Hoa	Vĩnh Phúc	Triển vọng
62	SG08B	Phạm Nguyễn Hoàng Phụng	TP. Hồ Chí Minh B	Triển vọng
63	SG09B	Nguyễn Thành Quang	TP. Hồ Chí Minh B	Triển vọng
64	SG11B	Bùi Nguyễn Ngọc Thắng	TP. Hồ Chí Minh B	Triển vọng
65	SG07A	Trần Lý Bằng	TP. Hồ Chí Minh A	Triển vọng
66	SG10A	Dương Phúc Thịnh	TP. Hồ Chí Minh A	Triển vọng
67	TH12	Nguyễn Thanh An	Thanh Hóa	Triển vọng
68	TB09	Nguyễn Đức Hiếu	Thái Bình	Triển vọng
69	PY09	Lê Như Hoài Thương	Phú Yên	Triển vọng
70	NĐ09	Nguyễn Thành Duy Anh	Nam Định	Triển vọng
71	LS07	Phạm Tuấn Kiên	Lạng Sơn	Triển vọng
72	LS08	Lộc Tuấn Hùng	Lạng Sơn	Triển vọng
73	LS10	Nguyễn Khánh Linh	Lạng Sơn	Triển vọng
74	LCa11	Bùi Phương Anh	Lào Cai	Triển vọng
75	HB09	Trần Anh Đức	Hòa Bình	Triển vọng
76	HB08	Nguyễn Gia Bách	Hòa Bình	Triển vọng
77	HB12	Đinh Thị Ý Thơ	Hòa Bình	Triển vọng
78	HP11	Trần Khánh Huyền	Hải Phòng	Triển vọng
79	HN12C	Đặng Hùng Dương	Hà Nội C	Triển vọng
80	HN11C	Nguyễn Tuấn Kiệt	Hà Nội C	Triển vọng
81	HN08A	Nguyễn Thái Hùng	Hà Nội A	Triển vọng
82	HN12A	Lê Thanh Tùng	Hà Nội A	Triển vọng
83	HN09A	Vũ Đức Quang	Hà Nội A	Triển vọng
84	BG09	Trương Anh Huy	Bắc Giang	Triển vọng
85	BG11	Trần Tiến Đức	Bắc Giang	Triển vọng
86	ĐL10	Nguyễn Tấn Tài	Đắk Lắk	Triển vọng

KẾT QUẢ CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016 - THCS

GIẢI TIẾP SỨC TOÁN VÀ DU LỊCH TOÁN HỌC

Đội	Giải
Vĩnh Phúc, Nam Định, Bắc Giang	Vàng
Hải Phòng, TP. Hồ Chí Minh B, Đắk Lắk	Bạc
TP. Hồ Chí Minh A, Thái Bình	Đồng

NHẬN XÉT BÀI LÀM CỦA THÍ SINH TRONG CUỘC THI CLB TTT TOÀN QUỐC 2016

Phần thi cá nhân của bậc THCS có 120 em thí sinh dự thi. Phổ điểm trải từ 5 đến 90 điểm. Những bài có tỉ lệ thí sinh làm đúng thấp chủ yếu rơi vào các bài hình. Sau đây chúng tôi đưa một số nhận xét và hướng giải cho một số bài để bạn đọc tiện tham khảo.

● Các bài 3, 6, 9, 14 là các bài có tỉ lệ học sinh làm đúng khá cao chiếm từ 78,2% đến 83,19% tổng số thí sinh dự thi. Đây là những bài toán đại số cơ bản thuộc dạng tìm giá trị nhỏ nhất, tính giá trị biểu thức...

● Tiếp đến là nhóm bài 13, 4, 1, 15 có tỉ lệ bài thí sinh làm đúng gần bằng nhau. Thật ra các bài này thuộc dạng tính toán đơn giản, tuy nhiên để dịch được đúng và hiểu đề các bài này khá khó.

* Bài 13, đây là dạng toán so sánh 2 biểu thức A và B chứa lũy thừa. Để so sánh được ta cần phải đưa các lũy thừa đó về cùng cơ số hoặc cùng số mũ. Sau khi biến đổi, ta có $A = 162.(243)^{10}$; $B = 150.(125)^{10}$. Vậy A > B, có 76,47% thí sinh có đáp án đúng.

* Bài 4, đề bài yêu cầu tìm hình có 66 chấm nhỏ. Ta thấy rằng hình 1 gồm 6 chấm nhỏ, hình sau nhiều hơn hình liền trước 4 chấm. Đáp án là hình thứ 16. Có 75,63% thí sinh làm đúng.

* Bài 1, khi thí sinh dịch và hiểu được đề thi việc giải bài toán trở nên rất đơn giản. Đây là dãy số cách đều nhau 1 khoảng là $\left(\frac{13}{48}-\frac{1}{16}\right):2=\frac{5}{48}$. Ta tính được $x=\frac{1}{6}, y=\frac{3}{8}$.

* Bài 15, để tính số đo các góc trong ta cần tính được số cạnh của đa giác này, áp dụng công thức tính số đường chéo của đa giác n cạnh là $\frac{n(n-3)}{2}$, tính được số cạnh bằng 14. Như vậy, tổng số đo các góc trong là $(14-2).180^\circ = 900^\circ$. Bài 1 và bài 15 có 68,91% thí sinh làm đúng.

* Bài 7 là dạng giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối. Ta thấy vế phải của phương trình luôn không âm nên x cũng không âm. Từ đó, bỏ dấu giá trị tuyệt đối và thu gọn ta tìm được x = 2033136. Có 63,87% thí sinh có đáp án đúng.

● Các bài 5, 11, 12, 16 có số thí sinh làm đúng dưới 50%. Đây là các bài thuộc dạng toán hình học.

* Bài 5, ta kẻ $DK \perp AB$, dễ dàng tính được DC = KB = 12 cm. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADB, ta có $AB=\frac{169}{12}$ cm. Vậy diện tích hình thang là $\frac{1565}{24}$ cm^2. Bài này không khó nhưng mất nhiều thời gian vì lời giải cần kẻ thêm hình, cẩn thận khi tính các phân số. Có 39,5% thí sinh có đáp án đúng.

* Bài 11, để tính được bài này ta cũng cần phải lấy thêm điểm. Gọi O là trung điểm của DC, khi đó MO và ON là đường trung bình trong ΔADC và ΔBCD. Do vậy MO // AC, NO // BD ⇒ $MO \perp NO$. Áp tính chất đường trung bình ta tính được MO = 3 cm, NO = 4 cm. Từ đó, MN = 5 cm. Có 29,41% thí sinh có đáp án đúng.

* Tỉ lệ thí sinh làm đúng thấp nhất là bài 12 (23,53%). Tuy không cần phải vẽ thêm hình nhưng bài này được cho là khá khó so với các bài hình khác trong đề. Trước hết ta áp dụng tính chất đường phân giác trong của ΔACB ta có

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DC}\Leftrightarrow\frac{60}{BC}=\frac{80-BD}{BD}\Leftrightarrow\frac{60}{BC}=\frac{80}{BD}-1.\ (1)$$

Dễ dàng chứng minh được ΔABD ∽ ΔACB (g.g)

$$\Rightarrow\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CB}\Leftrightarrow\frac{60}{BD}=\frac{80}{BC}.\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta tính được BD = 35 (cm).

* Bài 16, đây là dạng bài toán hình yêu cầu viết lời giải bằng tiếng Anh. Có một số thí sinh có lời giải đúng tuy nhiên trình bày bằng tiếng Việt hoặc viết một số từ tiếng Anh chưa chính xác, ngữ pháp câu chưa chuẩn. Bài này có 29,41% thí sinh nằm trong phổ điểm từ 10 đến 25 điểm. Bạn đọc có thể tham khảo lời giải chi tiết phần đáp án đề thi.

MAI VŨ

ĐỔI MỚI DẠY VÀ HỌC TOÁN

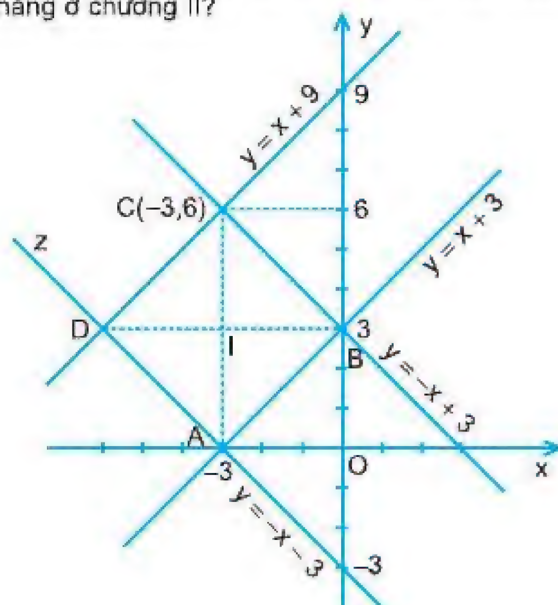
HỌC MÀ VUI VỚI BÀI TẬP MỞ

NGUYỄN THỊ BÌNH *(707 tòa B, Mulberry Lane, Hà Đông, Hà Nội)*

Việc dạy học hiện nay không còn đơn thuần là truyền đạt kiến thức mà người giáo viên phải đóng vai trò là người truyền cảm hứng học tập cho các em học sinh, giúp các em có niềm đam mê học hỏi, tìm tòi và phát triển bản thân hơn nữa. Đổi mới phương pháp dạy học là làm tích cực hóa hoạt động học tập, tạo sự hứng thú cho học sinh trong mỗi tiết học. Dưới đây, chúng tôi trình bày phương pháp tổ chức giờ học cho học sinh dưới dạng Bài tập mở với hình thức Học mà vui. Phương pháp này có tác dụng rất lớn khi tiến hành trong các giờ ôn tập cuối mỗi phần, mỗi chương và cuối học kì.

1. Các dạng toán về phương trình đường thẳng

Bài 1. Cho 3 điểm A, B và C(–3, 6) như hình vẽ. Sử dụng 3 điểm này, hãy ra một bài tập thể hiện được các kiến thức cơ bản về các loại đường thẳng ở chương II?



Trước khi dạy bài này, giáo viên đã yêu cầu học sinh chuẩn bị các dạng bài tập về hàm số và đồ thị trong chương II. Sau đó học sinh suy nghĩ và đưa ra các câu hỏi về phần kiến thức này, chẳng hạn.

1.1. Xác định hàm số y = ax + b biết đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm B và cắt trục hoành tại điểm A?

Câu hỏi này có tác dụng khắc sâu được kiến thức về đồ thị hàm số bậc nhất. Đường thẳng y = ax + b cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $\frac{-b}{a}$.

Từ đó ta có b = 3, a = 1.

Hơn nữa nếu giải theo cách thứ hai: Đường thẳng y = ax + b đi qua 2 điểm A(–3, 0) và B(0, 3). Đây cũng là cách để học sinh tự tìm ra tọa độ A, B khi nhìn trên hình vẽ mà giáo viên không cần ghi rõ tọa độ.

1.2. Xác định hàm số y = ax + b biết đồ thị của nó đi qua 2 điểm B và C? Giải câu này sẽ giúp học sinh thành thạo kĩ năng giải hệ phương trình.

Đáp số: y = –x + 3.

1.3. Xác định hàm số y = ax + b biết đồ thị của nó đi qua C và song song với AB.

Đối với bài này giáo viên cần nhắc học sinh điều kiện $b_1 \neq b_2$.

1.4. Xác định hàm số y = ax + b biết đồ thị của nó đi qua A và vuông góc với AB.

Điều kiện để hai đường thẳng $y = a_1x + b_1$ và $y = a_2x + b_2$ vuông góc với nhau là $a_1.a_2 = -1$.

1.5. Tìm giao điểm của hai đường thẳng tìm được ở **1.3** và **1.4**.

Khi học sinh có ý định đặt câu hỏi này, giáo viên có thể giúp học sinh đặt tên các đường thẳng cho dễ gọi, ví dụ: (d_1); (d_2).

Khi đó, học sinh cần phải giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x + 9 \\ y = -x - 3 \end{cases}$$

Nghiệm của hệ phương trình trên là giao điểm cần tìm. Do đó D(–6, 3).

1.6. Tứ giác ABCD là hình gì?

Câu hỏi này rất hay vì học sinh được ôn tập cả đại số và hình học.

1.7. Tìm tọa độ tâm I của hình vuông ABCD.

Tâm $I(x_I, y_I)$ là trung điểm của AC nên

$$x_I = \frac{-3 + (-3)}{2} = -3; y_I = \frac{0 + 6}{2} = 3.$$

Vậy I(-3, 3).

1.8. Tìm diện tích hình vuông ABCD?

Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = OA^2 + OB^2 = 18$.

Với một bài toán thì cũng đã có khá nhiều câu hỏi. Nhưng nếu giáo viên khéo động viên học trò thì còn có thể ra được khá nhiều câu hỏi mới lạ nữa.

1.9. Viết phương trình của đường thẳng OI?

1.10. Xác định góc giữa đường thẳng AB với tia Ox?

Mặc dù câu **1.9** và **1.10** đều là câu hỏi phát triển của các câu hỏi trước nhưng đều phải dùng đến kiến thức cơ bản, trong câu **1.9** thì cần dùng dạng đường thẳng y = ax, câu **1.10** ôn lại cách tính tỉ số lượng giác của một góc nhọn hoặc dùng tính chất tam giác cân.

Lưu ý. *Giáo viên yêu cầu học sinh đưa ra câu hỏi sau phải khác dạng câu hỏi trước để tránh trường hợp có nhiều câu hỏi tương tự nhau.*

2. Các dạng toán về phương trình bậc hai

Đây là nội dung cực kì quan trọng trong chương trình Đại số lớp 9, đồng thời là nền tảng vững chắc để học sinh học tiếp ở bậc Trung học phổ thông. Học tốt về phương trình bậc hai, đây sẽ là cơ sở để giải quyết phương trình bậc cao (bậc 3, 4, 5, ...), về dấu của tam thức bậc 2, về vị trí tương đối giữa đường cong và đường thẳng ...

Sau đây là một số bài tập mở và các câu hỏi của nó mà hoàn toàn học sinh có thể tự đặt ra và giải được.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - 2(m + 2)x + m + 1 = 0$. Hãy ra các câu hỏi để làm thành đề toán thể hiện các dạng bài mà em biết?

2.1. Giải phương trình khi m = 1 (hoặc bất cứ số hữu tỉ nào, muốn khó hơn ta sẽ cho $m = \frac{-3}{2}$).

2.2. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt?

Đối với bài này, ta có $\Delta' = m^2 + 3m + 3$.

Để giải bất phương trình $\Delta' > 0$, học sinh lớp 9 phải lựa chọn một trong hai cách: phân tích thành tích rồi xét dấu hoặc biến đổi thành dạng $\Delta' = (am + b)^2 + c > 0$ rồi giải tiếp.

Dù học sinh có tự giải quyết được thì giáo viên cũng nên giảng cho học sinh, ở đây $\Delta_m = 9 - 12 < 0$ nên tam thức $m^2 + 3m + 3$ vô nghiệm, vậy đừng tìm cách phân tích cho tốn thời gian mà cần đi biến đổi để chứng tỏ biểu thức luôn dương hoặc luôn âm.

2.3. Tìm m để phương trình có nghiệm kép?

2.4. Tìm m để phương trình vô nghiệm?

2.5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu?

2.6. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu?

2.7. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương?

2.8. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm?

Lưu ý. *Có thể ở câu hỏi **2.7** và **2.8** học sinh gặp khó khăn ở bước kết hợp nghiệm của các bất phương trình.*

Lúc đó giáo viên cần giúp các em nắm được cách kết hợp nghiệm.

2.9. Tính $P = x_1^2 + x_2^2$ theo m.

Lưu ý. *Dạng câu hỏi này thì cứ phương trình bậc hai nào chứa tham số thì đều hỏi được.*

Ta có

$$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{b}{a} - 2\frac{c}{a}\right)$$

$$= [2(m+2)]^2 - 2(m+1) = 4m^2 + 14m + 14.$$

(học sinh phải nhớ rằng để áp dụng được hệ thức Vi-ét thì trước đó cần phải thêm một bước trả lời câu **2.2** phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt).

2.10. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = x_1^2 + x_2^2$.

Gợi ý trả lời.

$$Q = x_1^2 + x_2^2 = \left(2m + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}.$$

Vậy $\text{Min}Q = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{4}$.

2.11. Tìm một hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 độc lập với m?

Giải câu hỏi này học sinh được khắc sâu kiến thức về hệ thức Vi-ét và vận dụng một cách linh hoạt.

Theo hệ thức Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2m + 4 \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} = m + 1 \Leftrightarrow 2x_1x_2 = 2m + 2. \end{cases}$$

Trừ theo vế của hai đẳng thức trên ta được

$x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 2$ là một hằng số, độc lập với m.

Trên đây là một số câu hỏi thông thường nhất về phương trình bậc hai chứa tham số. Với những câu hỏi đó hầu hết các kiến thức cơ bản về phương trình bậc 2 đã được khắc sâu. Với đối tượng giỏi hơn, giáo viên có thể ra thêm câu hỏi sau đây, vừa là để phong phú thêm câu hỏi, vừa là để tham gia cùng học sinh phát triển bài toán, giúp không khí lớp học thêm sôi nổi.

2.12. Tìm giá trị của m để

$x_1(1 - 2x_2) + x_2(1 - 2x_1) = m^2$.

Một lần nữa giáo viên nhắc lại với học sinh rằng tất cả các bài tập liên quan đến các nghiệm x_1, x_2 của phương trình bậc 2, đều phải sử dụng hệ thức Vi-ét.

Như vậy ta có phương trình $x_1 + x_2 - 4x_1x_2 = m^2$

$\Leftrightarrow 2(m + 2) - 4(m + 1) = m^2 \Leftrightarrow -2m = m^2$
$\Leftrightarrow m(m + 2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = -2$.
Học sinh đã phải giải một phương trình bậc hai khuyết mà đôi khi do quá quen giải phương trình bậc 2 đủ các hệ số nên cũng không ít học sinh có chút lúng túng.

*Có thể trong khi đưa ra câu hỏi **2.12** thì giáo viên cũng đưa thêm câu hỏi **2.13** và yêu cầu nhóm có học sinh giỏi làm.*

2.13. Tìm m để

$x_1(1-2x_2)+x_2(1-2x_1)=4\sqrt{m-1}-8.$

Với bài toán này buộc học sinh phải giải phương trình vô tỉ

$-2m=4\sqrt{m-1}-8 \Leftrightarrow 2m+4\sqrt{m-1}-8=0$

$\Leftrightarrow m+2\sqrt{m-1}-4=0 \Leftrightarrow m-1+2\sqrt{m-1}-3=0$

$\Leftrightarrow X^2+2X-3=0$ (Đặt $X=\sqrt{m-1}$)

Ta có $a + b + c = 0 \Rightarrow X_1 = 1; X_2 = -3 \Rightarrow m = 2$.

Số nghiệm của phương trình bậc 2 có mối quan hệ với vị trí tương đối của một đường thẳng và một parabol. Học sinh có thể dựa trên phương trình bậc hai đã cho biến đổi thành $x^2 = 2(m + 2)x - m - 1$. Khi đó xét parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = 2(m + 2)x - m - 1$ (d) để ra các bài tập sau đây.

2.14. Với m = 1, hãy tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d)?
2.15. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt?
2.16. Tìm m để (d) tiếp xúc với (P)?
2.17. Tìm m để (d) không cắt (P)?
2.18. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm khác phía đối với trục tung?
2.19. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm cùng phía đối với trục tung?
2.20. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm nằm bên phải trục tung?
2.21. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm nằm bên trái trục tung?

Các bài tập mang tính tổng kết, tiểu kết như trên có rất nhiều. Sau một vài bài lí thuyết hoặc kết thúc một vấn đề hoặc hết một chương, một phần, giáo viên cùng học sinh đúc kết lại các dạng bài tập cơ bản theo cách tự mình ra câu hỏi sẽ giúp học sinh nắm vững kiến thức hơn.

Sau đây chúng tôi xin trình bày rõ hơn về cách tiến hành hay nói cách khác là phương pháp tổ chức lớp học để thực hiện ý tưởng nêu trên.

Tổ chức lớp học: Có thể tiến hành theo 2 phương án.

Phương án 1. Chia lớp thành 2 đội, tổ chức thi giữa 2 đội với nhau.

Đội A ra câu hỏi cho đội B. Sau 3 - 4 phút đội B phải có lời giải trình bày có thể nói hoặc bằng đèn chiếu tùy theo điều kiện. Đội A cũng phải có đáp án. Như vậy 2 đội đều phải giải bài toán đó.

Tiếp theo là đội B ra câu hỏi cho đội A. Yêu cầu không lặp lại dạng câu hỏi đội A. Và cứ tiếp tục như vậy, học sinh sẽ rất hào hứng, tạo không khí sôi động cho lớp học. Vai trò của giáo viên là làm trọng tài cho 2 đội để đánh giá câu hỏi của đội nào hay, thể hiện được kiến thức cơ bản; lời giải của đội nào đúng, hay, gọn và đội nào huy động được nhiều thành viên tham gia giải bài hơn.

Phương án 2. Chia lớp thành nhiều nhóm. Cách này phù hợp với bài toán đã có sẵn câu hỏi. Như vậy việc ra các câu hỏi cho bài tập mở được làm vào đầu giờ, trong khoảng 10 phút, cả lớp cùng ra đề nhưng chưa giải bài. Giáo viên ghi lại trên bảng, chẳng hạn với bài toán mở về phương trình bậc 2 nêu trên ta ghi 10 câu hỏi đầu. Sau đó phân nhóm như sau:

Ví dụ lớp có 50 học sinh. Mỗi em nhận được một mảnh giấy ghi các chữ cái kèm số như sau:

$A_1, A_2, A_3, ..., A_{10}$
$B_1, B_2, B_3, ..., B_{10}$
$C_1, C_2, C_3, ..., C_{10}$
$D_1, D_2, D_3, ..., D_{10}$
$E_1, E_2, E_3, ..., E_{10}$

Đầu tiên tất cả học sinh mang số 1 (5 em) lập thành một nhóm, nhiệm vụ là cùng nhau giải câu số 1. Các em mang số 2 giải câu 2. Tương tự như thế với các em số 3, 4, ..., 10. Năm em mà chụm lại làm 1 câu nhỏ thì chắc chắn rất nhanh. Cô giáo xem và chỉnh lại lời giải. Tiếp theo, tất cả các học sinh mang tên A quy về 1 nhóm mới, cũng như vậy với các học sinh mang B, C, D, E. Lần lượt mỗi người trình bày câu mình đã biết cách làm cho toàn nhóm mới.

Sau bước này, mỗi em đã nắm được toàn bộ 10 câu hỏi của bài toán. Nhóm nào xong trước sẽ thắng cuộc.

Với phương pháp dạy và học này, giáo viên không vất vả mà hiệu quả cao vì mỗi học sinh đều phải nỗ lực làm việc. Nếu ở bước 1, học sinh yếu trả lời hoặc lười có thể dựa vào bạn khác để có lời giải thì đến bước 2 cũng không thể lười được nữa, vì học sinh này phải hiểu được lời giải để trình bày lại cho nhóm 9 người nữa cùng nghe. Vậy mỗi học sinh đều phải cố gắng để hiểu được lời giải.

Như vậy trên đây là 2 phương pháp tổ chức lớp học theo kiểu "Học mà vui, vui mà học", đã áp dụng rất thành công. Kết quả là học sinh rất thích và hiểu bài, nhớ bài rất kĩ. Giáo viên có thể cho học sinh thi ra đề vào tiết trước đó và thi giải bài vào tiết sau. Tùy theo câu hỏi có phụ thuộc hay độc lập nhau để ta chọn cách tổ chức theo phương án 1 hoặc phương án 2 cho phù hợp.



Nhân kỉ niệm 40 năm lập quan hệ ngoại giao Việt Nam - Thái Lan (6.8.1976)

VƯƠNG QUỐC THÁI LAN

BÍNH NAM HÀ

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Thái Lan là nước thuộc nhóm các nước Đông Nam Á bán đảo (Việt Nam, Lào, Campuchia, Myanmar và Thái Lan). Diện tích 513115 km^2, chạy dài 2500 km từ Bắc xuống Nam. Dân số 69 triệu người.

Thái Lan giáp với các nước: Lào, Myanmar, Campuchia, Malaysia và vịnh Thái Lan (bờ biển dài 1840 km thuộc Thái Bình Dương) và bờ biển Ấn Độ Dương (dài 865 km). Thủ đô là Bangkok. Tôn giáo chính là Phật giáo. Ngôn ngữ chính là tiếng Thái. Bình quân GDP thu nhập đầu người/năm là 4000 USD. Thái Lan có 4 vùng: phía Bắc là núi, miền Trung là đồng bằng, Đông Bắc là cao nguyên, phía Nam là đồi núi. Vùng đồng bằng được coi là vựa lúa của nước này. Vùng núi phía Nam nhiều khoáng sản, những cánh rừng và nhiều thắng cảnh đẹp có thể là địa chỉ du lịch của du khách.

Cuối thế kỉ XVI cương vực địa lí Thái Lan về cơ bản như ngày nay. Từ 24.6.1930 chế độ quân chủ lập hiến được thành lập. Tên nước được đổi thành Thái Lan từ 24.6.1939. Sự chênh lệch mức sống thành phố và nông thôn còn khá rõ. Thái Lan khá chú trọng phát triển giáo dục và phát triển nguồn nhân lực. Họ đầu tư xây dựng cơ sở vật chất cho các trường học. Cũng giống như nhiều nước Đông Nam Á khác, Thái Lan gặp vấn đề về ách tắc giao thông ở thủ đô. Hiện Thái Lan là nước có quy mô kinh tế đứng thứ tư Đông Nam Á.

Thái Lan là nước xuất khẩu gạo số một thế giới thường xuyên đạt từ 5 đến 7 triệu tấn/năm. Cũngu đậu nành, dầu cọ, dứa, ... ngoài ra còn xuất khẩu nhiều gà, nuôi tôm, cá sấu, ...

Công nghiệp nước này chú trọng về: thực phẩm đóng hộp, dệt may, da, đồ nhựa, giày thể thao, đá quý, điện, điện tử, máy vi tính, ô tô, xe máy, ...

Thái Lan có 4 cảng biển quốc tế, 5 sân bay quốc tế và gần 30 sân bay địa phương.

Gần đây viễn thông là lĩnh vực phát triển mạnh của Thái Lan. Bên cạnh đó là các lĩnh vực ngân hàng, du lịch. Du lịch là ngành mà Thái Lan có thế mạnh với các thành phố Bangkok, Pattaya, Phu-ket, Chiềng Mai đã nổi tiếng trong các địa chỉ du lịch của thế giới. Du lịch nổi tiếng là nhờ cách phục vụ và các dịch vụ, các tiết mục xiếc voi, xiếc cá sấu, ... Thái Lan cũng là nước mà người Việt Nam sang du lịch nhiều nhất.





PHÁT HUY TÍNH SÁNG TẠO
TỪ MỘT BÀI TOÁN ĐƠN GIẢN

MAI VĂN NĂM
(GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình)

Trong sách giáo khoa Toán 6, tập 2 có bài toán 83 trang 41. Tuy là bài toán đơn giản nhưng nếu biết cách khai thác sẽ tạo hứng thú học tập đồng thời khơi dậy khả năng tư duy sáng tạo cho các bạn học sinh thông qua việc xét các bài toán đảo và bài toán tương tự từ bài toán gốc.

Bài toán 1. Lúc 6 giờ 50 phút bạn Việt đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 15 km/h. Lúc 7 giờ 10 phút bạn Nam đi xe đạp từ B đến A với vận tốc 12 km/h. Hai bạn gặp nhau ở C lúc 7 giờ 30 phút. Tính quãng đường AB.

Định hướng 1. *Tìm nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán.*

Cách 1.



Thời gian bạn Việt đi từ A đến C là $\frac{2}{3}$ giờ. Thời gian bạn Nam đi từ B đến C là $\frac{1}{3}$ giờ.

Quãng đường AB có độ dài là

$AB = AC + CB = 15.\frac{2}{3} + 12.\frac{1}{3} = 14$ (km).

Cách 2. Ta thấy đây là bài toán ngược chiều, nhưng thời điểm xuất phát là khác nhau. Vì vậy để đơn giản ta đưa về cùng thời điểm xuất phát.



Cách 2.1. Giả sử lúc 7 giờ 10 phút hai bạn cùng xuất phát. Bạn Nam xuất phát tại B đi đến C, bạn Việt đi từ D đến C.

Quãng đường DB có độ dài là

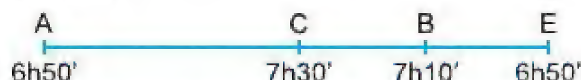
$DB = \frac{1}{3}(12 + 15) = 9$ (km).

Quãng đường AD có độ dài là

$AD = \frac{1}{3}.15 = 5$ (km).

Vậy quãng đường AB = AD + DB = 14 (km).

Cách 2.2.



Giả sử lúc 6 giờ 50 phút hai bạn cùng xuất phát. Bạn Nam xuất phát từ E đến C, bạn Việt xuất phát từ A đến C. Giải bài toán tương tự như trên, quãng đường AB dài 14 km.

Định hướng 2. *Thay đổi dữ kiện từ bài toán gốc để tạo ra bài toán mới.*

Bài toán 2. Lúc 6 giờ 50 phút bạn Việt đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 15 km/h. Lúc 7 giờ 10 phút bạn Nam đi xe đạp từ B đến A. Hai bạn gặp nhau ở C lúc 7 giờ 30 phút. Biết quãng đường AB dài 14 km. Tính vận tốc của Nam.

Lời giải. Quãng đường bạn Việt đi từ A đến chỗ gặp nhau C là $AC = 15.\frac{2}{3} = 10$ (km).

Quãng đường Nam đi từ B đến C là
BC = 14 − 10 = 4 (km).

Vận tốc của bạn Nam là $4 : \frac{1}{3} = 12$ (km/h).

Bài toán 3. Lúc 6 giờ 50 phút bạn Việt đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 15 km/h. Lúc 7 giờ 10 phút bạn Nam đi xe đạp từ B đến A với vận tốc 12 km/h. Biết quãng đường AB dài 14 km. Hỏi hai bạn gặp nhau lúc mấy giờ?

Lời giải. Quãng đường AD bạn Nam đi được trước khi Việt khởi hành là $15.\frac{1}{3} = 5$ (km).

Thời gian từ 7 giờ 10 phút đến khi gặp nhau là

$t = \frac{14-5}{12+15} = \frac{1}{3}$ (giờ) = 20 phút.

Vậy Nam và Việt gặp nhau lúc 7 giờ 30 phút.

Bài toán 4. Lúc 6 giờ 50 phút bạn Việt đi xe đạp từ A đến B. Lúc 7 giờ 10 phút bạn Nam đi xe đạp từ B đến A. Hai bạn gặp nhau ở C lúc 7 giờ 30 phút. Biết quãng đường AB dài 14 km. Tính vận tốc của mỗi người biết vận tốc của Việt lớn hơn vận tốc của Nam là 3 km/h.

Bài toán 5. Lúc 6 giờ 50 phút bạn Việt đi xe đạp từ A đến B. Lúc 7 giờ 10 phút bạn Nam đi xe đạp từ B đến A. Hai bạn gặp nhau ở C lúc 7 giờ 30 phút. Biết quãng đường AB dài 14 km. Tính vận tốc của mỗi người biết vận tốc của Việt bằng $\frac{5}{4}$ vận tốc của Nam.

Các bạn hãy giải hai bài toán trên nhé.

TỦ SÁCH TOÁN TUỔI THƠ



Số trang: 172; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.



Số trang: 188; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.



Số trang: 136; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 23 000 đồng.



Số trang: 276; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 45 000 đồng.



Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 35 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2014
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 145 000 đồng.



Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 22 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2010
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 95 000 đồng.

BẠN ĐỌC CÓ THỂ ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC VỚI MÃ ĐẶT CÁC ẤN PHẨM NHƯ SAU: Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2015: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2015: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2014: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2014: **C169.5**; Tuyển chọn 10 năm Toán Tuổi thơ - Các chuyên đề toán chọn lọc THCS: **C169.7**; 279 Bài toán hình học phẳng Olympic các nước: **C169.8**; Bài giảng số học: **C169.6**.



Kì này LỜI GIẢI ĐÃ ĐÚNG CHƯA?

Bài toán. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \dfrac{xy}{x+y+2}$.

Một học sinh có lời giải như sau:

Vì $x^2 + y^2 = 4$ nên $xy \le \dfrac{(x+y)^2}{4} \le \dfrac{x^2+y^2}{2} = 2$

Suy ra $\begin{cases} xy \le 2 \\ x+y+2 \le 2\sqrt{2}+2 \end{cases}$

Do đó $A = \dfrac{xy}{x+y+2} \le \dfrac{2}{2\sqrt{2}+2} = \sqrt{2} - 1$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = \sqrt{2}$.

Vậy $\text{MaxA} = \sqrt{2} - 1$ khi $x = y = \sqrt{2}$.

Một học sinh khác phát hiện ra lời giải trên chưa đúng.

Theo bạn lời giải trên có chỗ nào chưa đúng? Bạn hãy giải bài toán trên.

NGUYỄN HÀM THÀNH
(GV. THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An)



Kì 24

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

Lưu ý ở cả hai phép tính thì các chữ cái giống nhau biểu thị các chữ số giống nhau.

$$\begin{array}{r} ONE \\ +\ ONE \\ \hline TWO \end{array} \qquad \begin{array}{r} FOUR \\ +\ ONE \\ \hline FIVE \end{array}$$

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Sưu tầm)*

Kết quả KÌ 22 (TTT2 số 158)

Từ giả thiết SIX + SIX + SIX = NINE + NINE, ta có 3 × SIX = 2 × NINE. (1)

Do 2 × NINE = 3 × SIX < 3000 nên NINE < 1500, mà N > 0, suy ra N = 1.

Thay N = 1 vào (1) ta được
300S + 3X = 2020 + 170I + 2E. (2)

Từ 300S > 2020 − 3X > 1990, suy ra S > 6.

Xét 3 trường hợp sau.

- TH1. S = 7, thay vào (2) được 170I + 2E = 80 + 3X < 110 nên I = 0 và 2E > 80 (loại).
- TH2. S = 8, thay vào (2) ta được 379 < 170I + 2E = 380 + 3X < 410 nên 2 < I < 3 (loại).
- TH3. S = 9, thay vào (2) ta được 679 < 170I + 2E = 680 + 3X < 710 nên I = 4 và 2E = 3X.

* Nếu E = 0 thì X = 0 (loại).
* Nếu E = 3 thì X = 2 (thỏa mãn).
* Nếu E = 6 thì X = 4, mà I = 4 (loại).
* Nếu E = 9 (loại vì S = 9).

Vậy bài toán có nghiệm duy nhất là
942 + 942 + 942 = 1413 + 1413.

Nhận xét. Một số bạn không sử dụng bất đẳng thức để hạn chế giá trị của N và S nên phải thử nhiều trường hợp.



Tòa soạn hoan nghênh các bạn có lời giải tốt được thưởng kì này: *Hoàng Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đặng Minh Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Trương Thị Ngọc*, 7C, THCS Nguyễn Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Đức Sơn*, 8B, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được khen kì này: *Lê Ánh Tuyết*, 7E1, *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đăng Vũ*, 8A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Bùi Xuân Dương*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh.**

VIỆT HẢI

KẾT QUẢ THI OLYMPIC QUỐC TẾ NĂM 2016 CÁC MÔN TOÁN, VẬT LÍ, HÓA HỌC, SINH HỌC VÀ TIN HỌC CỦA VIỆT NAM

- Olympic Toán Quốc tế IMO (International Mathematical Olympiad) năm 2016 tổ chức tại Hong Kong từ ngày 6 đến 16/7 với 602 thí sinh đến từ 109 quốc gia và vùng lãnh thổ. Thí sinh thi trong 2 ngày 11 và 12/7. Đoàn Việt Nam giành 1 huy chương Vàng, 4 huy chương Bạc và 1 huy chương Đồng, xếp thứ 11 không chính thức toàn đoàn tham dự. Chủ nhân huy chương Vàng là Vũ Xuân Trung, học sinh lớp 12, trường THPT chuyên Thái Bình, Thái Bình. Đây là lần thứ hai Trung giành huy chương Vàng cho đội tuyển Việt Nam. Đặc biệt, Trung đã từng đoạt huy chương Vàng Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc năm 2012 do Tạp chí Toán Tuổi thơ tổ chức. Đào Vũ Quang, học sinh lớp 12, trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Hà Nội; Phạm Nguyễn Mạnh, học sinh lớp 11 trường Phổ thông Năng Khiếu, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh; Lê Nhật Hoàng, học sinh lớp 12 THPT chuyên Lê Quý Đôn, Bình Định; Hoàng Anh Dũng, học sinh lớp 12, THPT chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa đoạt huy chương Bạc. Vũ Đức Tài, học sinh lớp 12, THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định giành huy chương Đồng.
- Olympic Vật lí Quốc tế IPhO (International Physics Olympiad) năm 2016 do Thụy Sĩ và Lichtenstein cùng đăng cai, được tổ chức tại Thụy Sĩ. Cuộc thi diễn ra từ ngày 10 đến ngày 18/7, với 398 học sinh đến từ 87 quốc gia và lãnh thổ. Thí sinh dự thi của đội tuyển quốc gia Việt Nam đều đoạt huy chương, gồm 2 Huy chương Vàng, 2 Huy chương Bạc và 1 Huy chương Đồng. Cụ thể, các em Đinh Thị Hương Thảo, học sinh lớp 12, trường THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định; Nguyễn Thế Quỳnh, học sinh lớp 11, trường THPT chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Bình đoạt Huy chương Vàng. Nguyễn Quang Nam, học sinh lớp 12, trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội; Phạm Quang Minh, học sinh lớp 12, Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Nội - Amsterdam, TP. Hà Nội đoạt Huy chương Bạc. Một huy chương Đồng thuộc về Phạm Ngọc Nam, học sinh lớp 12, Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định. Đặc biệt Đinh Thị Hương Thảo được nhận giải đặc biệt "Nữ sinh châu Á đạt kết quả cao nhất" do Hội Vật lí Châu Á Thái Bình Dương trao tặng.
- Olympic Hóa học Quốc tế IChO (International Chemistry Olympiad) lần thứ 48 năm 2016 được tổ chức tại Tbilisi thủ đô Gruzia, có 75 quốc gia và vùng lãnh thổ tham dự với tổng số 280 thí sinh. Có 3/4 thí sinh dự thi của đội tuyển quốc gia Việt Nam đoạt huy chương, gồm 2 huy chương Vàng và 1 huy chương Bạc. Điểm thi của các thí sinh đoạt huy chương đều xếp thứ hạng cao trong cuộc thi. Chủ nhân huy chương Vàng là Đinh Quang Hiếu, lớp 11, THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội và Nguyễn Khánh Duy, lớp 12, THPT chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa. Nguyễn Thành Trung, lớp 12, THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định đoạt huy chương Bạc.
- Cuộc thi Olympic Sinh học Quốc tế IBO (International Biological Olympiad) lần thứ 27 năm 2016 diễn ra từ ngày 17 đến 23/7 năm 2016 tại trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Thành phố Hà Nội, Việt Nam. Đây là lần đầu tiên Việt Nam đăng cai tổ chức kì thi này. Sau một tuần diễn ra kì thi, đoàn Việt Nam đã vinh dự giành được kết quả đầy ấn tượng, cả 4/4 em tham dự đều đoạt huy chương, gồm 1 huy chương Vàng, 1 huy chương Bạc và 2 huy chương Đồng. Tấm huy chương Vàng duy nhất của đoàn thuộc về cô gái Vũ Thị Chinh, trường THPT chuyên ĐH Khoa học tự nhiên - ĐH Quốc gia Hà Nội. Huy chương Bạc thuộc về Lê Thị Hồng Hoa, THPT chuyên Hà Nội - Amstersdam. Hai thí sinh khác của đoàn Việt Nam là Nguyễn Ngọc Minh Hải, học sinh trường THPT chuyên Hạ Long, Quảng Ninh và Nguyễn Đắc Hiếu, học sinh trường THPT chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa đều đoạt huy chương Đồng.
- Olympic Tin học Quốc tế IOI (International Olympiad in Informatics) lần thứ 28 năm 2016 tổ chức tại Cộng hòa Liên Bang Nga với tổng số 308 thí sinh đến từ 81 quốc gia và vùng lãnh thổ. 4 thí sinh của đoàn Việt Nam tham gia đều đoạt huy chương, gồm 2 huy chương Vàng, 1 huy chương Bạc và 1 huy chương Đồng, xếp thứ 7 không chính thức toàn đoàn tham gia. Hai thí sinh đoạt huy chương Vàng là Phan Đức Nhật Minh, lớp 12 và Phạm Cao Nguyên, lớp 11, THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội. Huy chương Bạc thuộc về Trần Tấn Phát, lớp 12, Phổ thông Năng khiếu, Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh. Lê Quang Tuấn, lớp 11, THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội giành huy chương Đồng.

HÀ MY

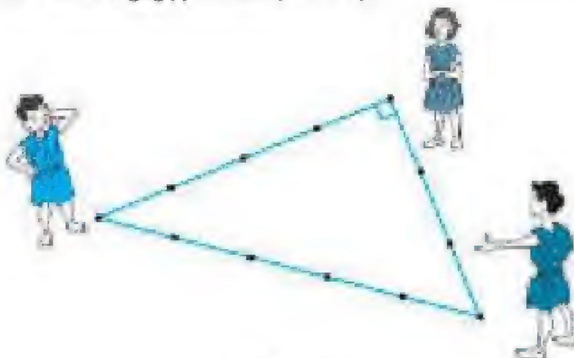


ĐỊNH LÍ PYTAGO

MORIS VŨ

Không có định lí nào đơn giản hơn và dễ nhớ hơn định lí nổi tiếng Pytago (Pythagorean Theorem): Trong một tam giác vuông, nếu b và c là các cạnh góc vuông và a là độ dài cạnh huyền, thì $a^2 = b^2 + c^2$.

1. Ứng dụng từ hàng nghìn năm nay chính là việc sử dụng định lí đảo của định lí này: Nếu tam giác ABC có $a^2 = b^2 + c^2$ thì góc A (đối diện cạnh a) sẽ là góc vuông. Người Ai cập cổ đại đã phát hiện ra tam giác 3, 4, 5 gọi là tam giác Pytago, do $5^2 = 3^2 + 4^2$. Họ dùng các sợi dây, tạo thành các nút để có 12 đoạn dài bằng nhau. Từ đó tạo thành các góc vuông trên mặt đất nơi mà hai đoạn dài 3 khoảng và 4 khoảng gặp nhau (hình 1).



Hình 1

2. Ví dụ 2 là bài toán về cái cây đổ. Người ta đo được từ gốc đến điểm gãy dài 7 m, từ gốc đến điểm ngọn cây chạm đất là 24 m.

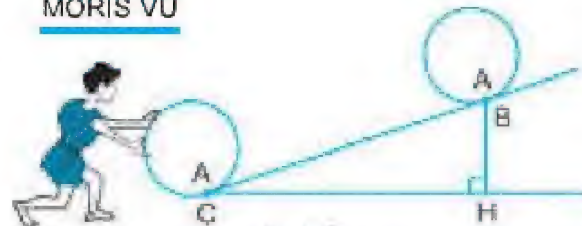


Hình 2

Vậy chiều dài từ điểm gãy đến ngọn là cạnh huyền và bằng $\sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25$ (m).

Từ đó chiều dài của cây khi chưa bị gãy là
$25 + 7 = 32$ (m).

3. Một đường lăn dốc có mặt cắt tạo thành tam giác vuông (hình 3).



Hình 3

Một người muốn sử dụng định lí Pytago và đường lăn để tính bán kính của một quả cầu đặc biệt. Anh ấy đánh dấu điểm A rồi đẩy quả cầu đi từ chân đường lăn C đến lúc A chạm đường lăn lần 2 thì đánh dấu là B. Khoảng cách CH và BH đều được báo tại mỗi điểm dừng của quả cầu. Do đó

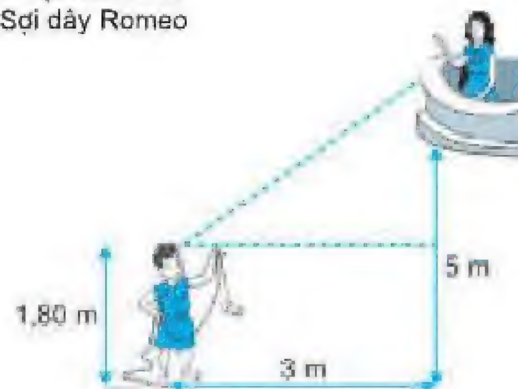
$CB = \sqrt{CH^2 + BH^2}$.

Mà CB chính là chu vi của quả cầu nên

$$R = \frac{CB}{2\pi} = \frac{\sqrt{CH^2 + BH^2}}{2\pi}.$$

Có bạn sẽ thắc mắc sao không đo chiều dài từ C đến B luôn mà phải tính toán làm gì? Thật ra đây là một phần trong một bài toán vật lí tổng hợp nghiên cứu nhiều khía cạnh của chuyển động lăn và cách trên chỉ là 1 trong nhiều cách tính bán kính vật hình cầu.

4. Sợi dây Romeo



Hình 4

Bạn chắc đã biết câu chuyện nổi tiếng về Romeo. Bạn thử tưởng tượng Romeo muốn dùng sợi dây buộc để ném một lá thư cho Juliet đang đứng trên ban công. Romeo cao 1,80 m, đứng cách ban công 3 m. Ban công cách mặt đất 5 m, Juliet cao 1,65 m thì ít nhất sợi dây phải dài bao nhiêu thì Romeo mới làm được việc gửi thư?

(Còn tiếp)

CUỘC THI SÁNG TÁC CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔN TOÁN
CỦA HỌC SINH BẬC THCS

LỚP 6
MÃ: PTNL001

Câu 1. a) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có tổng các chữ số bằng 41.

b) Viết số tự nhiên nhỏ nhất có các chữ số khác nhau và tổng các chữ số bằng 41.

Câu 2. Có bao nhiêu phần tử thuộc tập hợp các số có 3 chữ số chia hết cho 90, liệt kê các phần tử đó.

Câu 3. Cho $a \vdots b$, tìm ƯCLN(a + 1, b) và BCNN(a, b, a + 1).

Câu 4. Cho 4 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nối 4 điểm đó với nhau. Tính số góc có các đỉnh là 4 điểm đó?

Câu 5. Tính giá trị của biểu thức

$A = \frac{51}{2} \cdot \frac{52}{6} \cdot \frac{53}{10} \cdots \frac{100}{198}$.

Câu 6. Chứng minh rằng số $B = \overline{4...48...8} - \overline{13...3} + 1$ (gồm 10 chữ số 4, 10 chữ số 8, 10 chữ số 3) là số chính phương.

Câu 7. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn $\frac{992}{3003}, \frac{994}{3009}, \frac{995}{3012}, \frac{997}{3018}, \frac{998}{3021}$.

Câu 8. Cho $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^3} + \ldots + \frac{1}{10^9}$. Chứng minh rằng S không là số nguyên.

Câu 9. Tìm BCNN(a, b) với a = 123456789 và b = 987654321.

Câu 10. Vẽ hình trồng 12 cây thành 7 hàng, mỗi hàng 4 cây.

Câu 11. Trên đường thẳng a lấy 4 điểm theo thứ tự A, B, C, D sao cho AB > CD. Gọi E là trung điểm của AB, F là trung điểm của CD. Hãy so sánh EF, AC và BD.



LỚP 7
MÃ: PTNL001

Câu 1. Bậc của tổng hai đa thức như thế nào nếu

a) Hai đa thức có cùng bậc

b) Hai đa thức khác bậc.

Câu 2. Tổng của hai số thập phân vô hạn tuần hoàn có thể là số dạng nào sau đây: số nguyên, số thập phân hữu hạn, số thập phân vô hạn tuần hoàn? Cho ví dụ.

Câu 3. Tam giác ABC là tam giác gì nếu hai đường trung tuyến BM, CN và đường phân giác AD cùng đi qua một điểm?

Câu 4. Một tam giác đều có cạnh $\sqrt{3}$ cm. Tính khoảng cách từ trực tâm đến mỗi đỉnh.

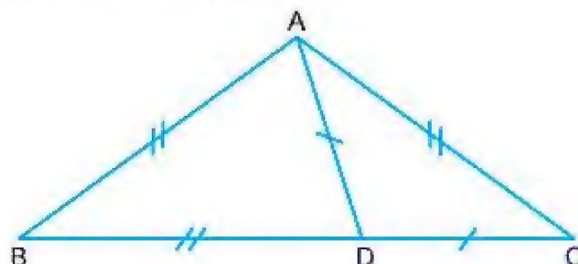
Câu 5. Tìm nghiệm của đa thức $P(x) = -x^2 + 5x - 7$.

Câu 6. Tìm số tự nhiên n sao cho $\frac{41}{n} = 0,abcabc... = 0,(abc)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn chu kì $\overline{abc}$ với a, b, c là các chữ số khác nhau.

Câu 7. Ba số a, b, c có tổng là x. Chia a, b, c theo thứ tự tỉ lệ với 2, 3, 4 rồi chia theo thứ tự tỉ lệ với 3, 5, 7 thì có một số giảm đi 1. Tìm x.

Câu 8. Biết đa thức $f(x) = -x^2 + bx + c$ có nghiệm là $x = -2$. Tính $f(1) + f(-5)$.

Câu 9. Cho hình vẽ có AB = AC = BD và DA = DC. Tính các góc trong của ΔABC.



Câu 10. Cho ΔABC có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Chứng minh rằng GD + GE < AD + AE.

Câu 11. Cho ΔABC có AB = AC = 13 cm, BC = 10 cm. Tính độ dài đường trung tuyến BM.

LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ CỦA HỒNG KÔNG NĂM 2010

Nhìn ra thế giới

(VÒNG 1)

(Tiếp theo kì trước)

MAI VŨ *(Sưu tầm, dịch và giới thiệu)*

8. Đặt $n = 1000a + b$, $0 \le b \le 999$. Khi bỏ đi 3 chữ số cuối của n ta có $\sqrt[3]{n} = a$. Do đó $a^3 = 1000a + b$ $\Rightarrow b = a(a^2 - 1000) \ge 0 \Rightarrow a^2 \ge 1000 \Rightarrow a \ge 32$.

Nếu $a \ge 33$ khi đó $b \ge 33(33^2 - 1000) > 1000$, điều này vô lí. Do vậy ta phải cho $a = 32$, suy ra $b = 32(32^2 - 1000) = 768$. Vậy $n = 32768$.

9. Gọi α và β là các nghiệm của phương trình $10x^2 + px + q = 0$. Khi đó ta có $\alpha + \beta = -\dfrac{p}{10}$ và $\alpha\beta = \dfrac{q}{10}$, vậy nên $2010 = p + q = (-10)(\alpha + \beta) + 10\alpha\beta$ $\Rightarrow \alpha\beta - \alpha - \beta = 201$ hoặc $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 202$.

Vì $\alpha \ge 0$, $\beta \ge 0$ nên 2 thừa số $\alpha - 1$ và $\beta - 1$ có thể là 1 và 202 hoặc 2 và 101.

Vậy α và β có thể là 2 và 203 hoặc 3 và 102, nên $p = -2050$ và $p = -1050$. Vậy câu trả lời là -3100.

10.

A B Q F E Q' D C P

Vì Q là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBPC nên Q nằm trên đường trung trực của BC, và ta có $PQ = CQ$.

Vì D là tâm đường tròn ngoại tiếp của ΔPQA $\Rightarrow DQ = DA = 1$.

Vậy Q nằm trên đường tròn tâm D bán kính 1. Ta thấy có 2 giao điểm giữa (D, 1) với đường trung trực của BC $\Rightarrow$ tồn tại 2 vị trí của Q.

Để PQ (= CQ) đạt giá trị lớn nhất ta chọn điểm Q nằm ngoài ΔABC.

Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AD và BC. Ta dễ dàng chứng minh được ΔADQ là tam giác đều với cạnh bằng 1, $EQ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí Py-ta-go trong ΔCFQ, ta có

$$PQ^2 = CQ^2 = CF^2 + FQ^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2 + \sqrt{3}.$$

11. Trong hình vẽ bên trái ở dưới, tập hợp các điểm P thỏa mãn $\widehat{APB} \ge 60^o$ là các điểm nằm trong hai phần đoạn (đó là cung lớn AB của đường tròn ngoại tiếp ΔABP, với P được lấy là một trong hai vị trí để ABP là tam giác đều). Do vậy phần tô màu R là phần giao nhau của 4 hình như vậy đồng dạng với nhau (kí hiệu vùng R là XYZW được tô màu trong hình giữa bên dưới).

Gọi O là tâm của của đường cong lớn AXWB. Do tính chất đối xứng, ta có $\widehat{XBA} = 45^o$ và $\widehat{XOA} = 90^o$.

Tương tự như vậy, ta có $\widehat{WOB} = 90^o$.

D P C A B

D C X W Y Z A B

D C X W O A B

Hơn nữa, $\widehat{AOB} = 2\widehat{AWB} = 120^o$ (góc ở tâm bằng 2 lần góc tại 1 điểm trên đường tròn cùng chắn một cung).

$\Rightarrow \widehat{XOW} = 360^o - 90^o - 120^o - 90^o = 60^o$.

Trong hình vẽ bên phải dưới đây, biên của R gồm 4 cung bằng nhau $\overset{\frown}{XPW}$, $\overset{\frown}{XY}$, $\overset{\frown}{YZ}$, $\overset{\frown}{WZ}$ và R chứa hình vuông XYZW.

Do AB = 3 và mỗi cung có bán kính bằng $\sqrt{3}$ nên $S_{XYZW} = 3$, mỗi hình viên phân có diện tích là

$$\frac{1}{6}\pi(\sqrt{3})^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3})^2 = \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy diện tích cần tìm là

$$3 + 4\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right) = 2\pi + 3 - 3\sqrt{3}.$$

12. Giả sử dạng nhị phân của n là $\sqrt{a_k a_{k-1} a_{k-2} \ldots a_2 a_1}$, với a_i bằng 0 hoặc 1 (với $1 \le i \le k$).

Ta có $\left[\frac{n}{2}\right] = \overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \ldots a_2}$ và $n - 2\left[\frac{n}{2}\right] = a_1$.

Từ đó

$f(n) = f(\overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \ldots a_2 a_1}) = f(\overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \ldots a_2}) + a_1$

$= f(\overline{a_k a_{k-1} a_{k-2} \ldots a_3}) + a_2 + a_1$

$= \ldots$

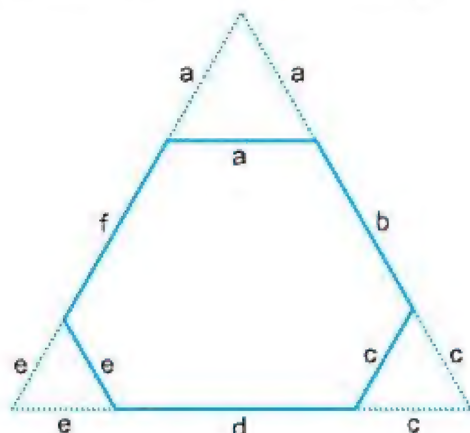
$= f(a_k) + a_{k-1} + a_{k-2} + \ldots + a_2 + a_1$

$= a_k + a_{k-1} + a_{k-2} + \ldots + a_2 + a_1$.

f(n) bằng tổng các số 1 trong biểu diễn nhị phân của n. Do $0 \le n \le 2010$ và $2^{10} < 2010 < 2^{11}$ nên dạng nhị phân của n có nhiều nhất 10 chữ số 1, vì $(11111111111_2) = 2047 > 2010$.

Vậy nên giá trị lớn nhất của f(n) là 10, ta có thể kiểm tra lại $f(1023) = f(2^{10} - 1) = f(1111111111_2) = 10$.

13.



Mở rộng lục giác có các góc bằng nhau (gọi là A) bằng cách kéo dài 3 cặp cạnh đối diện ta được một tam giác đều. Từ đây, ta thấy rằng tất cả các lục giác A đều được tạo thành bằng cách bỏ đi ba tam giác đều nhỏ ở ba đỉnh của một tam giác đều lớn.

Dễ dàng thấy rằng, nếu độ dài các cạnh liên tiếp của đa giác A là a, b, c, d, e, f (với a, c, e là các cạnh của ba tam giác đều nhỏ) thì khi đó ta có a + b + c = c + d + e = e + f + a nên a − d = e − b = c − f.

Hơn nữa, tam giác đều cạnh x có diện tích $\frac{\sqrt{3}}{4}x$, và lục giác A hình thành bằng cách bỏ đi 3 tam giác đều cạnh a, e, c của tam giác mở rộng cạnh n có diện tích là

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(n^2 - a^2 - c^2 - e^2) \text{ với } n = a + b + c.$$

Bây giờ ta chia các cạnh độ dài 6, 7, 8, 9, 10, 11 thành 3 cặp có độ dài khác nhau. Vì chu vi lục giác bằng 51, là số lẻ nên độ lệch nhau trong mỗi cặp phải là 1 ({6, 7}, {8, 9}, {10, 11}) hoặc là 3 ({6, 9}, {7,10}, {8, 11}).

Trong trường hợp thứ nhất, 2 cạnh bên giáp với cạnh 6 phải là 9 và 11 (đó là 2 số lớn hơn của 2 cặp còn lại, 6 là số nhỏ hơn trong cặp của nó).

Độ dài các cạnh lục giác được xếp liên tiếp là 6, 9, 10, 7, 8, 11 hoặc là 9, 10, 7, 8, 11, 6. Diện tích lục giác với a = 6 là $\frac{\sqrt{3}}{4}(25^2 - 6^2 - 10^2 - 8^2) = \frac{425}{4}\sqrt{3}$.

(Ta cũng có thể tính diện tích lục giác với a = 9 là $\frac{\sqrt{3}}{4}(26^2 - 9^2 - 7^2 - 11^2)$, cũng cho kết quả như trên).

Tương tự, với trường hợp 2. Hai cạnh kề với cạnh 6 phải là cạnh 10, 11 và độ dài các cạnh được sắp xếp liên tiếp như sau 6, 10, 8, 9, 7, 11. Diện tích lục giác là $\frac{\sqrt{3}}{4}(24^2 - 6^2 - 8^2 - 7^2) = \frac{427}{4}\sqrt{3}$.

Kết hợp cả 2 trường hợp trên, câu trả lời là 213.

(Kì sau đăng tiếp)





PHỎNG VẤN

VŨ KIM THƯ
(Nghĩa Đô, Hà Nội)

(Tiếp theo kì trước)

Trong số 159+160 ra tháng 4.2016 đã đăng các câu hỏi trong một bài phỏng vấn du học. Số này chúng tôi đăng một bản trả lời cho các câu hỏi đã đăng. Tuy nhiên tùy theo thực tế gia đình và trường lớp bạn đọc, bài trả lời của bạn có thể khác.

- Good afternoon.
- My name is Nam. Nice to meet you.
- Thank you.
- My name is Nam. Yes, I am. Yes, that's right/ that's correct.
- Yes, I am.
- I finished grade 9 in May (a few months ago). / Yes.
- I finished grade 9 this year.
- I study at Trung Vuong school / It's a public school.
- It is on Hang Bai street, near the centre of the city.
- It is a public school.
- Yes, it is.
- Yes, it is. It is about 6 kilometres from my school to my house.
- I often go to school by bicycle.
- Yes, it is. There are about 2000 students and more than 100 teachers in my school.
- Yes, it is.
- Yes, I do.
- Because the teachers are very good and the students are friendly.
- I go to school every day except Sunday. / I go to school on weekdays from Monday to Friday.
- I go to school 6 days a week from Monday to Saturday.
- No, I am not. I have a long summer holiday.
- I go to school in the morning.
- I usually have 4 or 5 periods every day.
- At school, I study 11 subjects. They are Mathematics, Physics, Chemistry, Biology, Literature, History, Geography, English, Informatics, ...
- I'm good at Mathematics.
- Yes, I do. Not very good. I have studied English for seven years.
- Yes, I do. I like all subjects but I like Mathematics best.
- My average in Mathematics is 9.8, in Physics is 9.1.
- I received awards for good students at the end of each school year.
- Yes, I am a good student but I think I am not an excellent student.
- Yes, I do. Yes, of course. / Yes, they are.
- There are 4 people in my family: my father, my mother, my younger sister.
- No, it isn't. I've got a sister.
- She is my younger sister. She is 12 years old. I am 15 years old.
- My father is an editor. He works at Mathematics and Youth Magazine.
- My mother is a teacher. She teaches at Trung Vuong school.
- Yes, he does. Yes, I do.
- No, she doesn't.
- Yes, she is.
- Yes, I do.

Nhận xét. Toán Tuổi thơ khen và trao quà cho bạn có các câu trả lời hay trong bài phỏng vấn này là *Nguyễn Thái Hằng*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh.**





CLB16. Factorise the following polynomial $A = x^2 + 4y^2 - 4xy + 3x - 6y - 4$.

CLB17. Determine the positive integer n such that $B = n^4 - n^3 + 3n^2 - 2n + 2$ is a prime number.

CLB18. Given real number x satisfying the condition $x^2 - 2016x - 2 = 0$. Find the value of the expression $C = \dfrac{x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 4}{x^2}$.

CLB19. Determine the integer n such that $n^2 - 4n + 3$ is a squared number.

CLB20. Given triangle ABC with median AM. Let I be a point on segment AM such that AM = 4AI. BI intersects AC at N. Calculate the ratio $\dfrac{BI}{BN}$.

NGUYỄN KHÁNH CHUNG *(GV. Trường Lômônôxốp, Nam Từ Liêm, Hà Nội)*

Kết quả CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ (TTT2 số 158)

CLB6. Ta có

$$M = \frac{y(x-1)-(y-1)}{(x-1)(y-1)} + \frac{z(y-1)-(z-1)}{(y-1)(z-1)} + \frac{x(z-1)-(x-1)}{(z-1)(x-1)}$$

$$= \frac{y}{y-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{z}{z-1} - \frac{1}{y-1} + \frac{x}{x-1} - \frac{1}{z-1}$$

$$= \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1}\right) + \left(\frac{y}{y-1} - \frac{1}{y-1}\right) + \left(\frac{z}{z-1} - \frac{1}{z-1}\right)$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3.$$

CLB7. Ta có

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{b^2 - c^2}{a^2 + 30} + \frac{c^2 - a^2}{b^2 + 4} + \frac{a^2 - b^2}{c^2 + 1975}$$

$$\Leftrightarrow \left(a^2 - \frac{a^2 - b^2}{c^2 + 1975}\right) + \left(b^2 - \frac{b^2 - c^2}{a^2 + 30}\right) + \left(c^2 - \frac{c^2 - a^2}{b^2 + 4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2c^2 + 1974a^2 + b^2}{c^2 + 1975} + \frac{a^2b^2 + 29b^2 + c^2}{a^2 + 30} + \frac{b^2c^2 + 3c^2 + a^2}{b^2 + 4} = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2c^2 + 1974a^2 + b^2 = a^2b^2 + 29b^2 + c^2 = b^2c^2 + 3c^2 + a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a = b = c = 0.$$

CLB8. a) Ta có $a + b = 1 > 0 \Rightarrow a > -b$

$\Rightarrow a^{317} > (-b)^{317} \Rightarrow a^{317} > -b^{317}$.

Do đó $a^{317} + b^{317} > 0$.

b) Ta có a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên $a, b, c > 0$ và $a + b > c$, $b + c > a$, $c + a > b$ (bất đẳng thức tam giác).

Vì $a > 0$ và $b + c > a$ nên

$$\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+c} = \frac{2a}{2(b+c)} < \frac{2a}{a+b+c}. \quad (1)$$

Tương tự

$$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{c+a} < \frac{2b}{a+b+c}. \quad (2)$$

$$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{a+b} < \frac{2c}{a+b+c}. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra

$$1 < \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2.$$

CLB9. Giả sử tồn tại một cách sắp xếp 12 số nguyên dương từ 1 đến 12 trên một đường tròn sao cho hai số kề nhau bất kì có tổng lớn hơn 12. Khi đó số 1 có hai số kề với nó và tổng của mỗi số này với 1 đều lớn hơn 12. Suy ra cả hai số này phải lớn hơn 11. Mà trong các số đã cho chỉ có số 12 lớn hơn 11. Do đó điều giả sử là sai. Vậy không thể sắp xếp 12 số nguyên dương từ 1 đến 12 trên một đường tròn sao cho hai số kề nhau bất kì có tổng lớn hơn 12.

CLB10. Ta có $MA^2 + MC^2 \ge \frac{1}{2}(MA + MC)^2$.

Mặt khác $MA + MC \ge AC$.

Do đó $MA^2 + MC^2 \ge \frac{1}{2}AC^2$. (1)

Tương tự $MB^2 + MD^2 \ge \frac{1}{2}BD^2$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$MA^2 + MC^2 + MB^2 + MD^2 \ge \frac{1}{2}(AC^2 + BD^2).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của AC và BD.

Vậy khi M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD thì $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{1}{2}(AC^2 + BD^2)$.



Nhận xét. Bạn có lời giải tốt cả 5 bài toán, được thưởng kì này: *Trần Hồng Quý*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN HIỆP



AI LÀ NGƯỜI CHỨNG MINH HÌNH HỌC ĐẦU TIÊN?

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
(Khoa Toán Đại học Vinh)

Đó là một câu hỏi rất khó trả lời chính xác. Dựa vào các tài liệu còn lưu giữ lại được, ta hãy đi ngược dòng lịch sử của nhân loại để làm sáng tỏ vấn đề này.

1. Các nền toán học Phương Đông cổ đại

Các nền văn minh xa xưa của nhân loại được hình thành và phát triển dọc theo các con sông lớn của Châu Phi và Châu Á: sông Nil ở Châu Phi sinh ra nền văn minh Ai Cập, sông Tigris và sông Euphrates ở Tây Á sinh ra nền văn minh Babylon, sông Indus (Ấn Hà) và sông Ganges (Hằng Hà) sinh ra nền văn minh Ấn Độ, sông Hoàng Hà và sông Dương Tử (Trường Giang) sinh ra nền văn minh Trung Quốc cổ đại.

Các công trình toán học của người Babylon được ghi trên các bản đất sét nung, còn người Ai Cập thì ghi lại trên đá và giấy cỏ là những chất liệu giữ được lâu bền nên ngày nay các công trình của họ dần dần được biết đến. Trong khi đó người Trung Quốc và người Ấn Độ lại dùng những phương tiện rất dễ hư như vỏ cây hoặc tre nên các thành tựu của họ rất khó khôi phục và dần bị lãng quên theo thời gian.

Tuy nhiên tất cả các thành tựu toán học mà người Ai Cập (khoảng 4000 năm đến 1000 năm trước Công nguyên) và người Babylon (khoảng 2100 năm đến 600 năm trước Công nguyên) đã đạt được đều rút ra từ kinh nghiệm thực tiễn mà không thấy xuất hiện một phép chứng minh nào. Vì vậy bên cạnh những thành tựu rực rỡ họ cũng có những sai lầm. Chẳng hạn người Ai Cập cho rằng công thức tính diện tích của một tứ giác với độ dài các cạnh a, b, c, d cho bởi $S = \frac{(a+c)(b+d)}{4}$. Thực ra công thức này chỉ đúng khi tứ giác đã cho là hình chữ nhật.

2. Sự ra đời của toán học chứng minh

Khi các nền văn minh Ai Cập và Babylon suy tàn, một nền văn minh mới xuất hiện trong các thành phố chạy dọc theo bờ biển của Tiểu Á và sau này nằm trên lãnh thổ của Hy Lạp, trên các vùng bờ biển Sicil và Italia. Cái nhìn tĩnh tại của Phương Đông cổ đại đã trở thành không thể chấp nhận được, và trong một bầu không khí phát triển của chủ nghĩa duy lí, người ta bắt đầu hỏi: *tại sao và như thế nào?* Thalès (khoảng thế kỷ thứ VI trước Công nguyên) được xem là người chứng minh những kết quả hình học đầu tiên. Ông sinh ở vùng Miletus, một đô thị thương mại nằm trên vùng bờ biển phía tây Tiểu Á. Ông đi du lịch nhiều nơi, từng sinh sống ở Ai Cập trong một thời gian dài và thu lượm được nhiều tri thức toán học ghi trên các Kim Tự Tháp. Trong hình học ông được công nhận là đã đưa ra những kết quả sau đây.

1. Một vòng tròn được phân đôi bởi bất kì đường kính nào.

2. Các góc ở đáy của một tam giác cân thì bằng nhau.

3. Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

4. Hai tam giác bằng nhau nếu chúng có hai góc và một cạnh tương ứng bằng nhau (Thalès đã dùng kết quả này để xác định khoảng cách từ bờ biển đến một chiếc thuyền).

5. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn bằng một vuông.

Giá trị của những kết quả này không chỉ bởi chính nội dung định lí mà quan trọng hơn là Thalès đã dùng các lập luận lôgic để suy ra chúng (thay vì dựa vào trực giác và kinh nghiệm như các tiền nhân trước đó).

Nhà toán học Pythagore sinh sau Thalès khoảng 50 năm (năm 572 trước Công nguyên) trên hòn đảo Aege của Samos và từng sống ở thành phố Miletus gần nhà Thalès. Người ta cho rằng Pythagore đã học hỏi được nhiều ở ông già thông thái ấy. Sau khi Samos bị đế quốc Ba Tư xâm chiếm, Pithagore di tản đến cảng biển Crotona của Hy Lạp và lập nên trường phái triết học gọi là *Trường phái Pythagore*. Trường phái triết học này dựa trên một sự thừa nhận rằng số nguyên là nguồn gốc của các thuộc tính của mỗi người và các vật chất.

Pythagore và các môn sinh của ông đã chứng minh định lí mang tên ông: *trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông*. Thực ra, người Trung Quốc, Ai Cập và người Babylon đã biết được kết quả này từ rất sớm, nhưng họ chỉ đưa ra các trường hợp cụ thể mà không tìm thấy dấu vết gì

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HÀ NỘI

Năm học: 2016 - 2017

Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian phát đề)*

Bài I. *(2,0 điểm)*

1) Giải phương trình $x^4 - 2x^3 + x - \sqrt{2(x^2 - x)} = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y - 4x = 0 \\ 4x^2 - 4xy^2 + y^4 - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

Bài II. *(2,0 điểm)*

1) Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $abc \neq 0$.

Tính $P = \dfrac{ab^2}{a^2 + b^2 - c^2} + \dfrac{bc^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \dfrac{ca^2}{c^2 + a^2 - b^2}$.

2) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (x; y) thỏa mãn $2^x.x^2 = 9y^2 + 6y + 16$.

Bài III. *(2,0 điểm)*

1) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh

$$\frac{2a^2}{a + b^2} + \frac{2b^2}{b + c^2} + \frac{2c^2}{c + a^2} \geq a + b + c.$$

2) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $2 + 2\sqrt{12n^2 + 1}$ là số nguyên. Chứng minh $2 + 2\sqrt{12n^2 + 1}$ là số chính phương.

Bài IV. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC có AB < AC và nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BB', CC' cắt nhau tại điểm H. Gọi M là trung điểm của BC. Tia MH cắt đường tròn (O) tại điểm P.

1) Chứng minh hai tam giác BPC' và CPB' đồng dạng.

2) Các đường phân giác của các góc BPC', CPB' lần lượt cắt AB, AC tại các điểm E và F. Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF; K là giao điểm của HM và AO'.

a) Chứng minh tứ giác PEKF nội tiếp.

b) Chứng minh các tiếp tuyến tại E và F của đường tròn (O') cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O).

Bài V. *(1,0 điểm)*

Cho 2017 số hữu tỉ dương được viết trên một đường tròn. Chứng minh tồn tại hai số được viết cạnh nhau trên đường tròn sao cho khi bỏ hai số đó thì 2015 số còn lại không thể chia thành hai nhóm mà tổng các số ở mỗi nhóm bằng nhau.

lưu lại chứng tỏ họ đã chứng minh được định lí ấy trong trường hợp tổng quát.

Theo phỏng đoán, cách chứng minh định lí trên của trường phái Pythagore dựa vào việc ghép hình và tính diện tích các hình phẳng. Vì phép chứng minh này đòi hỏi phải biết một số tính chất của các đường thẳng song song nên người ta cho rằng các môn sinh của Pythagore là những người góp phần phát triển lí thuyết các đường thẳng song song.

3. Lời kết

Nhà triết học Hy Lạp vĩ đại Aristote (khoảng năm 310 - 290 trước Công nguyên) được xem là cha đẻ của *phương pháp tam đoạn luận*; và nhà toán học Hy Lạp Euclide trong tác phẩm bất hủ *Cơ sở* của mình đã dựa trên phép tam đoạn luận để trình bày các kết quả hình học. Các lập luận của Euclide trong *Cơ sở* đã được xem là mẫu mực của các phép chứng minh trong suốt hai nghìn năm qua.

Ngày nay, một học sinh trong trường Trung học cơ sở có thể chứng minh được nhiều kết quả toán học, nhưng loài người đã phải mất hàng nghìn năm mới đạt được thành tựu ấy.



LỜI GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2015 - 2016

Câu 1. Ta có ab = 1 nên

$$P=\frac{1}{(a+b)^3}\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}\right)+\frac{3}{(a+b)^4}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)$$

$$+\frac{6}{(a+b)^5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{a^3+b^3}{(a+b)^3}+\frac{3(a^2+b^2)}{(a+b)^4}+\frac{6(a+b)}{(a+b)^5}$$

$$=1-\frac{3}{(a+b)^2}+\frac{3}{(a+b)^2}-\frac{6}{(a+b)^4}+\frac{6}{(a+b)^4}=1.$$

Câu 2. a) ĐKXĐ: $x+3\ge 0$.

$$2x^2+x+3=3x\sqrt{x+3}$$

$$\Leftrightarrow 2x(x-\sqrt{x+3})-\sqrt{x+3}(x-\sqrt{x+3})=0$$

$$\Leftrightarrow (x-\sqrt{x+3})(2x-\sqrt{x+3})=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\sqrt{x+3}=0\\ 2x-\sqrt{x+3}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}\\ x=1.\end{array}\right.$$

b) Để giải bài toán đã cho ta cần xét bài toán phụ sau: Cho $m\in\mathbb{Z}$, m không chia hết cho 7. Chứng minh rằng m^3 chia cho 7 dư 1 hoặc 6. Thật vậy, đặt $m=7k+r$ ($k\in\mathbb{Z}$; $r\in\{1;2;3;4;5;6\}$). Ta có $m^3=(7k+r)^3=7(49k^3+21k^2r+3kr^2)+r^3$, với $r^3\in\{1;8;27;64;125;216\}$. Mà 1; 8; 64 chia hết cho 7 dư 1. Và 27; 125; 216 chia cho 7 dư 6. Vậy m^3 chia cho 7 dư 1 hoặc dư 6.

Trở lại bài toán đã cho.

- Trong ba số a, b, c có một số chia hết cho 7 thì $abc\ \vdots\ 7$. Do đó $abc(a^3-b^3)(b^3-c^3)(c^3-a^3)\ \vdots\ 7$.
- Cả 3 số a, b, c đều không chia hết cho 7. Theo bài toán phụ trên thì a^3, b^3, c^3 chia cho 7 dư 1 hoặc dư 6.

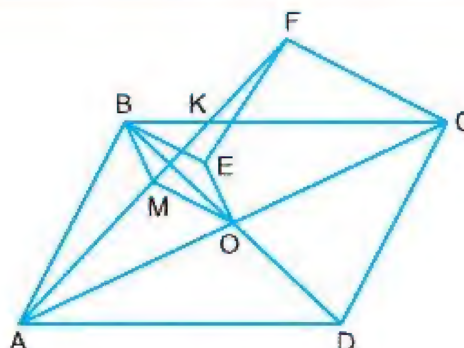
Do đó tồn tại 2 trong 3 số a^3, b^3, c^3 có cùng số dư khi chia cho 7, nên $(a^3-b^3)(b^3-c^3)(c^3-a^3)\ \vdots\ 7$.

Vậy $abc(a^3-b^3)(b^3-c^3)(c^3-a^3)\ \vdots\ 7$ với mọi số nguyên a, b, c.

Câu 3. Gọi O là giao điểm của AC và BD, gọi M là trung điểm của AF.

Ta có OM là đường trung bình của tam giác ACF nên suy ra OM // CF và $OM=\frac{1}{2}CF$.

Ta chứng minh được OM // FC // BE, BM ⊥ AO nên BM // EO suy ra tứ giác BMOE là hình bình hành.



Vậy ta có $BE=MO=\frac{1}{2}FC$.

Xét ΔKCF có CF // BE $\Rightarrow \frac{KE}{KF}=\frac{BE}{CF}=\frac{1}{2}$.

Câu 4. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương ta có:

$$a^2+\frac{1}{4a}=\left(a^2+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4a}-\frac{1}{4}\ge a+\frac{1}{4a}-\frac{1}{4}$$

$$\ge 2\sqrt{a\cdot\frac{1}{4a}}-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \text{ và } 4b+\frac{1}{b}\ge 2\sqrt{4b\cdot\frac{1}{b}}=4.$$

Vì $a+b\le 1$ nên $4\ge 4a+4b$ và $\frac{1}{b}\ge 4a$.

Do đó ta có $-3a^2-\frac{3}{4a}\le -\frac{9}{4}$ và $4a^2-\frac{a}{b}\le 0$.

Cộng theo vế của 2 bất đẳng thức trên ta suy ra điều phải chứng minh.

Câu 5.

a) Gọi F là giao điểm của EM và AD.

Ta có AN // ME (do AMEN là hình bình hành)

Mà AN ⊥ AD (g.t) nên ME ⊥ AD tại F $\Rightarrow \widehat{AFE}=90^\circ$.

Lại có $\widehat{ABE}=90^\circ$ do vậy BEAF là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{DAB}=\widehat{MEB}$.

Ta có $\widehat{DBA}=\widehat{EBM}$ (vì cùng phụ với $\widehat{ABC}$)

Vậy ΔBEM ∽ ΔBAD (g.g)

$\Rightarrow \frac{BE}{AB}=\frac{BM}{BD}\Rightarrow BA.BM=BD.BE\Rightarrow BA.BC=2BD.BE.$

b) Gọi K là giao điểm của BD và AC.

Ta có $\widehat{ABK}=\widehat{EBC}$, $\widehat{BAK}=\widehat{BEC}$

(vì cùng bù với $\widehat{BAC}$).

Suy ra $\Delta BAK \backsim \Delta BEC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BK}{BC} = \frac{BA}{BE}$.

Mà $\frac{BA}{BE} = \frac{BD}{BM} = \frac{2BD}{BC}$ nên $BK = 2BD \Rightarrow DK = BD$.

Gọi I là giao điểm của CD và AH.

Vì AI // DK nên $\frac{AI}{DK} = \frac{CI}{CD}$.

Vì IH // DB nên $\frac{IH}{BD} = \frac{CI}{CD}$.

Từ trên suy ra AI = IH. Vậy CD đi qua trung điểm I của đường cao AH.

Câu 6. Vì mỗi người đều chơi 9 trận với 9 người khác và không có trận hòa nên

$x_1 + y_1 = x_2 + y_2 = ... = x_{10} + y_{10} = 9$.

Vì trong một cuộc thi mà không có trận hòa thì tổng số trận thắng luôn bằng tổng số trận thua nên $x_1 + x_2 + ... + x_{10} = y_1 + y_2 + ... + y_{10}$.

Ta có $(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - (y_1^2 + y_2^2 + ... + y_{10}^2)$

$= (x_1^2 - y_1^2) + (x_2^2 - y_2^2) + ... + (x_{10}^2 - y_{10}^2)$

$= 9(x_1 - y_1) + 9(x_2 - y_2) + ... + 9(x_{10} - y_{10})$

$= 9[(x_1 + x_2 + ... + x_{10}) - (y_1 + y_2 + ... + y_{10})] = 0$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = y_1^2 + y_2^2 + ... + y_{10}^2$.

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (Tiếp theo trang 56)

Xét ΔACE và ΔBDE có $\widehat{CAE} = \widehat{DBE}$ (cùng chắn cung CD), $\widehat{AEC} = \widehat{BED}$ (đối đỉnh)

Suy ra $\Delta ACE \backsim \Delta BDE$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{BD} = \frac{AE}{BE}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{BC}{AD} = 3.\frac{AE}{BE}$.

Cách khác: Đường tròn (M; MA) cắt DA tại A và F. Chứng minh $\Delta ACE \backsim \Delta BDE$ thì từ (1) suy ra (3).

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tạ Thủy Tiên*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Chu Thị Thanh*, 8E1, *Bạch Bùi Nguyệt Anh*, 6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN HIỆP

CÁC BẠN ĐƯỢC THƯỞNG

Từ trái sang phải: Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền, Chu Thị Thanh, Bạch Bùi Nguyệt Anh.

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(158). Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(x + y)^4 = 40x + 41$.

Lời giải. Do x, y là số nguyên dương nên $40x < 41x$; $41 \le 41y$, khi đó ta có

$(x + y)^4 = 40x + 41 < 41x + 41y = 41(x + y)$.

Suy ra $(x + y)^4 < 41(x + y)$

$\Leftrightarrow (x + y)^3 < 41 < 64 = 4^3$

$\Rightarrow x + y < 4$. (1)

Ta thấy x là số nguyên dương nên

$40x + 41 \ge 40.1 + 41 = 81$

$\Rightarrow (x + y)^4 \ge 81$

$\Rightarrow x + y \ge 3$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $3 \le x + y < 4$.

Mà $(x + y \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow x + y = 3$.

Suy ra $(x ; y) = (1 ; 2); (2 ; 1)$ (do x, y là số nguyên dương).

Thử lại chỉ có $x = 1$; $y = 2$ thỏa mãn.

Vậy $x = 1$; $y = 2$.

Nhận xét. Hầu hết các bạn tham gia giải bài đều làm đúng, tuy nhiên một số bạn còn biến đổi dài dòng mới đi đến kết quả.

Tòa soạn xin kể tên các bạn có lời giải tốt: *Hoàng Thị Phương Anh*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Đình Hoàng, Bùi Hồng Quân, Nguyễn Cẩm Vi*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Minh Việt Anh*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Lê Thị Thanh Hương*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Đức An, Lê Thùy Linh, Lê Văn Quang Trung*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Quang Tài*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

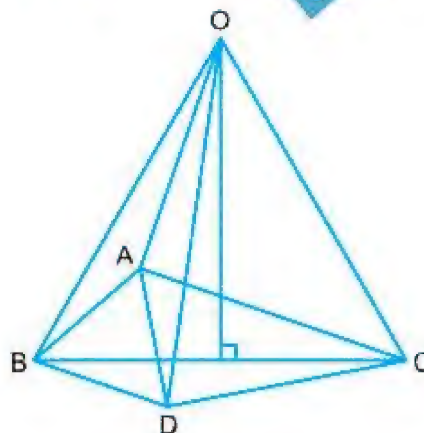
PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(158). Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 120^\circ$, AC = 2AB. Đường thẳng qua A vuông góc với AC cắt đường trung trực của BC tại O. Chứng minh rằng OBC là tam giác đều.

Lời giải. Dựng tam giác đều ABD sao cho D và C cùng thuộc nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB.

Tam giác ADC có $\widehat{DAC} = 60^\circ$; $AD = AB = \frac{1}{2}AC$

nên ΔADC vuông tại D.



Từ đó $\widehat{BDC} = \widehat{ADC} + \widehat{ADB} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

$\Rightarrow \widehat{OAB} = 360^\circ - \widehat{OAC} - \widehat{BAC}$

$= 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ$

$\Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OAD} (= 150^\circ)$.

Do đó $\Delta OAB = \Delta OAD$ (c.g.c)

Suy ra OB = OD = OC. (1)

Ta lại có $\widehat{BOC} = \widehat{BOD} + \widehat{DOC}$

$= (180^\circ - 2\widehat{BDO}) + (180^\circ - 2\widehat{CDO})$

$= 360^\circ - 2\widehat{BDC} = 360^\circ - 2.150^\circ = 60^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra ΔOBC là tam giác đều.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Minh Việt Anh*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Mai Linh, Nguyễn Trọng Thuận, Nguyễn Hữu Quyền*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; Tập thể lớp 7D, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(158). Cho phương trình $4x^2 - 4mx + 4m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có một nghiệm âm, nghiệm còn lại lớn hơn 1 nhưng nhỏ hơn giá trị tuyệt đối của nghiệm âm.

Lời giải. Ta có

$\Delta' = 4m^2 - 16m + 20 = 4(m - 2)^2 + 4 > 0$.

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

$x_1 = \frac{m - \sqrt{m^2 - 4m + 5}}{2}$; $x_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4m + 5}}{2}$

với mọi m.

Ta phải tìm m để có $x_1 < 0$; $x_2 > 1$; $x_1 + x_2 < 0$.
(vì điều kiện $x_2 < |x_1| \Leftrightarrow x_1 + x_2 < 0$).
Ta có $x_1 + x_2 = m < 0$.

Với $m < 0$ suy ra $x_1 = \dfrac{m - \sqrt{m^2 - 4m + 5}}{2} < 0$.

Ta lại có

$$x_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4m + 5}}{2} > 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 4m + 5} > 2 - m > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 5 > m^2 - 4m + 4 \text{ (luôn đúng)}$$

Suy ra $m < 0$ thỏa mãn tất cả các yêu cầu của bài toán.
Vậy $m < 0$.

Nhận xét. Đây là bài toán không khó về phương trình bậc hai có tham số nên hầu hết các bạn tham gia gửi bài làm đúng và có cách giải như trên.
Các bạn sau có bài giải tốt: *Lê Việt Hùng*, 9/1, THCS Nguyễn An Ninh, TP. Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu**; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Dương Văn Minh*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Hồng Quý, Chu Văn Việt, Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Minh Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(158). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2(b+1)}{a+b+ab} + \frac{b^2(c+1)}{b+c+bc} + \frac{c^2(a+1)}{c+a+ca} \geq 2.$$

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$a - \frac{a^2(b+1)}{a+b+ab} + b - \frac{b^2(c+1)}{b+c+bc} + c - \frac{c^2(a+1)}{c+a+ca} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab}{a+b+ab} + \frac{bc}{b+c+bc} + \frac{ca}{c+a+ca} \leq 1.$$

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{ab}{a+b+ab} \leq \frac{ab}{3\sqrt[3]{a^2b^2}} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{3} \leq \frac{1}{3}\left(\frac{a+b+1}{3}\right) = \frac{a+b+1}{9}.$$

Tương tự $\dfrac{bc}{b+c+bc} \leq \dfrac{b+c+1}{9}$ và

$$\frac{ca}{c+a+ca} \leq \frac{c+a+1}{9}.$$

Do đó

$$\frac{ab}{a+b+ab} + \frac{bc}{b+c+bc} + \frac{ca}{c+a+ca}$$
$$\leq \frac{a+b+1}{9} + \frac{b+c+1}{9} + \frac{c+a+1}{9}$$
$$= \frac{2(a+b+c)+3}{9} = 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Nhận xét. Có rất nhiều bạn tham gia giải bài và có lời giải đúng, một số bạn biến đổi dài mới đi đến kết quả. Các bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Nguyễn Như Cường*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Trọng Vinh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Minh Anh*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Tạ Thủy Tiên*, 9A4, *Tạ Kim Thanh Hiền*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Xuân Dưỡng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 9A4, THCS Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Lê Việt Hùng*, 9/1, THCS Nguyễn An Ninh, Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu**; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 9A, THPT chuyên Hà Nội Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(158). Có 102 diễn viên nam và nữ xếp thành vòng tròn múa xòe. Cứ 2 người kề nhau thì nắm tay nhau. Hỏi số cái nắm tay của hai người cùng giới và số cái nắm tay của hai người khác giới có thể bằng nhau hay không? Vì sao?

Lời giải. Ta đánh số 102 người theo vòng tròn tương ứng là 102 số: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{101}$ và x_{102}. Diễn viên nam đánh số là +1, diễn viên nữ đánh số là –1. Khi đó x_i ($i = 1, 2, 3, \ldots, 102$) chỉ nhận giá trị +1 hoặc –1; cặp số x_i, x_{i+1} biểu thị hai diễn viên nắm tay nhau và tích x_ix_{i+1} nhận giá trị +1 nếu hai diễn viên cùng giới và bằng –1 nếu hai diễn viên khác giới.
Ta có $(x_1x_2).(x_2x_3).(x_3x_4)\ldots(x_{101}x_{102}).(x_{102}x_1) = 1$ nên số các tích (x_ix_{i+1}) bằng –1 là số chẵn.

Giả sử số cái nắm tay của hai người cùng giới và số cái nắm tay của hai người khác giới bằng nhau. Khi đó $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \ldots + x_{101}x_{102} + x_1x_{102} = 0$. Do đó có 51 tích x_ix_{i+1} bằng +1 và có 51 tích x_ix_{i+1} bằng –1.
Suy ra điều giả sử là sai.
Vậy số cái nắm tay của hai người cùng giới và số

cái nắm tay của hai người khác giới không thể bằng nhau.

Nhận xét. Đây là bài toán tương đối khó. Các bạn sau có lời giải đúng: *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Lê Việt Hưng*, 9.1, THCS Nguyễn An Ninh, TP. Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu**; *Đặng Minh Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định.**

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(158). Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại T. Một đường thẳng tiếp xúc với (O') tại D và cắt (O) tại A và B (A nằm giữa B và D), gọi C là điểm thuộc cung BT không chứa A của (O). Vẽ tiếp tuyến CE của (O') (E là tiếp điểm). Chứng minh rằng giao điểm thứ hai của DE với đường tròn ngoại tiếp ΔCTE là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc ABC của ΔABC.

Lời giải. Ta cần có bổ đề.

● **Bổ đề.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). M là trung điểm cung $\overset\frown{AB}$ chứa C của đường tròn (O). Nếu điểm K thuộc tia MC và thuộc nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B sao cho MK = MA thì K là tâm đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh B của tam giác ABC.

Phép chứng minh bổ đề trên đơn giản, dựa vào

$\widehat{KCA} = \widehat{MBA} = \widehat{MAB} = \widehat{MCB}$

và $\widehat{KCA} + \widehat{CKA} = \widehat{MAB} + \widehat{MAK}$.

Trở lại giải bài toán.

Gọi M là giao điểm thứ hai của DT và (O).

Từ AB tiếp xúc với đường tròn (O'), suy ra MO // DO' và DO' ⊥ AB nên MO ⊥ AB.

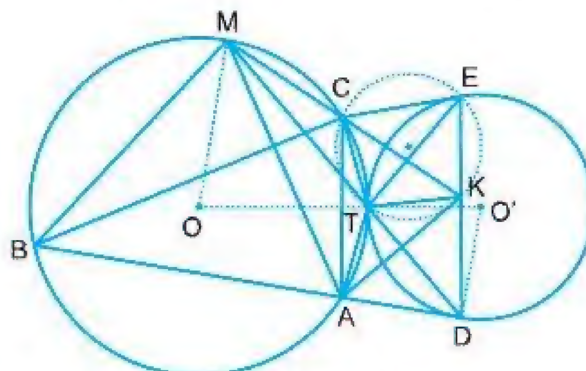
Do đó M là trung điểm cung $\overset\frown{AB}$ chứa C của đường tròn (O).

Xét C thuộc cung $\overset\frown{MT}$ không chứa A. Gọi K là giao điểm của tia MC và tia DE.

Vì các tam giác OTM, O'TD theo thứ tự cân tại O, O' và tứ giác ATCM nội tiếp nên

$$\widehat{KCT} = \widehat{MAT} = \frac{1}{2}\widehat{MOT} =$$

$$= \frac{180^o - 2\widehat{DTO'}}{2} = \frac{1}{2}\widehat{DO'T} = \widehat{DET} = \widehat{KET}. \ (1)$$



Từ (1) suy ra tứ giác TCEK nội tiếp.

Kết hợp với CE tiếp xúc với đường tròn (O'), suy ra

$\widehat{MKT} = \widehat{CKT} = \widehat{CET} = \widehat{TDE} = \widehat{MDK}$.

Do đó các tam giác MCT, MTK đồng dạng.

Vậy MK^2 = MT.MD. (2)

Từ (1), chú ý rằng AD tiếp xúc với (O'), suy ra

$\widehat{DET} = \widehat{TDA} = \widehat{MDA}$.

Do đó các tam giác MAT, MDA đồng dạng.

Vậy MA^2 = MT.MD. (3)

Từ (2) và (3), suy ra MK = MA.

Từ đó, chú ý rằng K thuộc tia MC và thuộc nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B, theo bổ đề trên, suy ra K là tâm đường tròn bàng tiếp trong góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC.

Nhận xét. Chứng minh tương tự khi điểm C thuộc cung BM hoặc C trùng với M. Bài toán này khó, chỉ bạn *Lê Việt Hùng*, 9/1, THCS Nguyễn An Ninh, TP. Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu** có lời giải tốt.

NGUYỄN MINH HÀ



ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY — Thi giải toán qua thư



Đặng Quang Anh, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Minh Việt Anh*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Như Cường*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Lê Việt Hùng*, 9/1, THCS Nguyễn An Ninh,TP. Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Đặng Minh Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Nguyễn Minh Anh*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Bùi Xuân Dũng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 9A4, THCS Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 9A, THPT chuyên Hà Nội Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**.



Kì này SỐ ĐIỂM ĐƯỢC TÔ MÀU?

Bài toán. Trong mặt phẳng lấy 2016 điểm nào đó $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2016}$. Người ta tô đỏ tất cả các trung điểm của các đoạn thẳng nối các cặp điểm trong số 2016 điểm này. Gọi T là số các điểm được tô đỏ. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của T.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*



Kết quả KHÔNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH (TTT2 số 158)

Ta có hai phương trình:

$x^2 + 2015x - 2016 = 0$. (1)

$y^2 + 2015y - 2016 = 0$. (2)

Trừ theo từng vế của (1) cho (2) ta được

$x^2 - y^2 + 2015x - 2015y = 0$

$\Leftrightarrow (x - y)(x + y) + 2015(x - y) = 0$

$\Leftrightarrow (x - y)(x + y + 2015) = 0$.

Theo giả thiết $x > y$ nên

$x + y + 2015 = 0 \Leftrightarrow x + y = -2015$. (3)

Thay (3) vào (1) ta được

$x^2 - (x + y)x = 2016 \Leftrightarrow -xy = 2016$.

Ta có $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 2015^2 + 4.2016 = 2015^2 + 2.2.2015 + 4 = (2015 + 2)^2 = 2017^2$.

Mà $x > y$ nên $x - y = 2017$.

Nhận xét. Nếu sử dụng định lí Vi-ét đảo thì ta thấy ngay hai nghiệm x, y khác nhau của phương trình (1) thỏa mãn $x + y = -2015$ và $-xy = 2016$, tuy nhiên anh Compa yêu cầu không giải hai phương trình (1), (2) cũng có nghĩa là không dùng định lí trên.



Các bạn có lời giải đúng là: *Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Chu Văn Việt*, 8E1; *Lê Ánh Tuyết*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Quang Tài*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phan Thế Anh*, 7A2, THCS Trần Phú, TP. Phủ Lý, **Hà Nam**; *Đặng Minh Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Hồ Gia Bảo*, 9A6, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, **TP. Cần Thơ.**

ANH COMPA



Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).





CHIẾC NHẪN trong túi

NGUYỄN THỊ LAN
(9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Sáng chủ nhật, sau bữa sáng, vợ thám tử Sêlôccôc nói với chồng:

- Lát nữa bà Mai bạn em đến gặp anh một chút. Bà ấy gọi hỏi em từ chiều qua nhưng bây giờ em mới nói với anh vì muốn đêm qua anh ngủ ngon.

Thám tử cười:

- Chắc bà Mai lại gặp chuyện gì à? Không sao, anh sẽ hết lòng vì bạn của em.

Một lúc sau, bà Mai tới. Thám tử vồn vã mời vào nhà và tươi cười trò chuyện để cố xua tan vẻ lo lắng trên gương mặt bà Mai.

Rồi bà Mai bắt đầu câu chuyện:

- Tôi mới mua chiếc nhẫn kim cương, định để tặng con gái nhân sinh nhật sắp tới. Nào ngờ, vừa mang về nhà chưa bao lâu thì đã bị mất rồi.

- Bà cứ bình tĩnh kể lại mọi chuyện cho tôi. Càng chi tiết càng tốt.

- Tối hôm kia tôi đi mua chiếc nhẫn. Lúc về tới nhà thì đã hơn 9 giờ rồi. Tôi để túi xách của mình trên chiếc bàn trong phòng ngủ rồi đi tắm. Sau đó, tôi vừa nằm vừa xem TV rồi thiếp đi, chẳng nhớ gì đến việc cất nhẫn nữa.

- Bà phát hiện nhẫn bị mất khi nào?

- Chiều qua. Ngay lúc đó tôi đã gọi cho bà xã ông đấy.

- Tức là sáng hôm qua, nhẫn vẫn còn?

- Tôi không biết nữa. Chỉ biết là khoảng 2 giờ chiều, tôi sực nhớ ra là chưa cất nhẫn vào két nên đã mở túi xách và phát hiện bị mất.

- Từ sáng cho tới lúc đó, bà để chiếc túi ở nhà à?

- Vâng. Thì tôi ở nhà suốt, có đi đâu đâu mà mang túi.

- Thế bà làm gì trong sáng hôm qua?

- Thì cứ loanh quanh hết trong nhà rồi lại ra vườn ngắm rau, ngắm hoa...

- Có những ai ở nhà bà trong sáng hôm qua?

- Như mọi ngày, có bà giúp việc, con trai tôi và con gái bà giúp việc mới tới chơi nữa.
- Bây giờ bà gọi cho từng người để tôi hỏi qua điện thoại cũng được. Nếu cần thì ta sẽ gặp trực tiếp sau. Mà bà đã nói với ai về việc này chưa?
- Chưa. Cả lúc mua lẫn lúc mất tôi đều chưa nói gì.

Đầu tiên, thám tử hỏi cậu Minh, con trai bà Mai xem cậu đã làm gì, ở đâu trong thời gian từ sáng tới 2 giờ chiều hôm qua.
- Cháu ngủ suốt ạ. Gần trưa cháu mới dậy.
- Ngày nào cháu cũng dậy muộn thế ư?
- Không, thỉnh thoảng thôi ạ. Đêm hôm trước cháu thức khuya xem phim trên mạng...
- Sau khi dậy, cháu làm gì?
- Cháu ra vườn chạy vài vòng, vào tắm rồi ăn cơm trưa luôn ạ. Hôm qua bác giúp việc nấu ngon quá nên cháu chén rất khỏe...

Tiếp theo là bà Vân giúp việc:
- Sáng qua tôi vẫn làm việc như mọi ngày. Dọn dẹp, đi chợ, cơm nước.
- Bà đã nấu món gì trưa qua?
- Món cá ông ạ. Cậu Minh chỉ thích ăn cá sông nên lúc đi chợ, gặp mớ cá sông tươi, tôi mua rõ nhiều, về chế biến vài món. Nhân thể con gái tôi đang lên chơi cũng rất thích cá sông.
- Ồ, nghe bà kể tôi cũng thấy thèm rồi. Mà bà mua cá gì vậy?
- Cá nục ông ạ.

Cuối cùng là cô Hoa, con gái bà Mai:
- Cháu đã làm gì từ sáng tới trưa hôm qua?
- Cháu giúp mẹ dọn dẹp nhà cửa một lúc, khoảng 10 giờ thì cháu đi siêu thị mua sắm vài thứ linh tinh.

Sau đó, thám tử nói với bà Mai:
- Tôi bắt đầu nghi một người rồi. Bây giờ ta cùng tới nhà bà để tôi tìm hiểu thêm rồi mới kết luận được.

Bà Mai rất ngạc nhiên, không hiểu sao thám tử có thể tìm ra manh mối nhanh thế. Các thám tử Tuổi Hồng hãy giải thích cho bà hiểu: Thám tử đã nghi ngờ ai và căn cứ vào đâu mà ông lại nghi người đó?

Kết quả MÓN QUÀ BIẾN MẤT (TTT2 số 158)

Tất cả các bạn gửi bài kì này đều phát hiện điểm vô lí trong 2 câu mà ông Phong nói với thám tử: "24 số tạp chí của một năm được đóng thành một tập dày"; "Trong đó có rất nhiều bài toán hay dành cho học sinh từ lớp một đến lớp chín".

Không những thế, các thám tử Tuổi Hồng còn nêu rõ: Tổng tập Toán Tuổi thơ bao gồm 12 số tạp chí phát hành trong 1 năm, được đóng tập thành một cuốn. Tổng tập TTT có 2 loại, một dành cho học sinh Tiểu học và một dành cho học sinh THCS.



Phần thưởng được gửi tới: *Nguyễn Quang Thành*, 6A, THCS Thị trấn Cao Thượng, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Trần Hải Nam*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phan Thế Anh*, 7A2, THCS Trần Phú, TP. Phủ Lý, **Hà Nam**; *Vũ Thùy Dương*, 7B, THCS Hoằng Trung, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Đạt Vỹ*, 8/3, THCS Phạm Hồng Thái, TP. Pleiku, **Gia Lai**.

Thám tử Sêlôccôc





Bài 68: 河内有很多博物馆

Hà Nội có rất nhiều viện bảo tàng

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Từ mới.

城市 chéngshì: [thành thị] thành phố
那么 nàme: [nả ma] như vậy, như thế
展览 zhǎnlǎn: [triển lãm] triển lãm, trưng bày
河内 博物馆 Hénèi bówùguǎn: Viện bảo tàng Hà Nội
湖 hú: [hồ] hồ, hồ nước
便宜 piányi: [tiện nghi] rẻ
多 duō: [đa] nhiều
博物馆 bówùguǎn: [bác vật quản] viện bảo tàng
历史博物馆 lìshǐ bówùguǎn: Viện bảo tàng Lịch sử
还剑湖 huán jiàn hú: [hoàn kiếm hồ] Hồ Gươm

Mẫu câu.

1. A: 你去过河内吗？(Nǐ qùguò Hénèi ma?) Bạn đã từng đến Hà Nội chưa?

B: 我去过河内。(Wǒ qùguò Hénèi.) Mình từng đến Hà Nội rồi.

A: 河内 大吗？(Hénèi dà ma?) Hà Nội có to không?

B: 河内很大，我们的城市没有河内那么大。(Hénèi hěn dà, wǒmen de chéngshì méiyǒu hénèi nàme dà.) Hà Nội rất to, thành phố của chúng mình không to như Hà Nội.

A: 河内 有博物馆吧？(Hénèi yǒu bówùguǎn ba?) Hà Nội có viện bảo tàng chứ?

B: 河内 有三十多个博物馆，我去过历史博物馆。(Hénèi yǒu sānshí duō gè bówùguǎn, wǒ qùguò lìshǐ bówùguǎn.) Hà Nội có hơn 30 viện bảo tàng, mình từng đến viện bảo tàng Lịch sử.

A: 我也想去河内。(Wǒ yě xiǎng qù hénèi.) Mình cũng muốn đến Hà Nội.

2. 这是河内，河内很大，人很多。我出生的城市没有河内那么大。河内有一个很大的湖，这个湖叫还剑湖，在河内市中心。河内还有很多博物馆，博物馆的展览很有意思，我喜欢去博物馆。

(Zhè shì Hénèi, Hénèi hěn dà, rén hěnduō. Wǒ chūshēng de chéngshì méiyǒu Hénèi nàme dà. Hénèi yǒu yīgè hěn dà de hú, zhège hú jiào huán jiàn hú, zài Hénèi shì zhōngxīn. Hénèi hái yǒu hěnduō bówùguǎn, bówùguǎn de zhǎnlǎn hěn yǒuyìsi. Wǒ xǐhuān qù bówùguǎn.)

Đây là Hà Nội, Hà Nội rất to, người rất đông. Thành phố nơi tôi sinh ra không to như Hà Nội. Hà Nội có rất nhiều hồ, đây là hồ Gươm, nằm ở trung tâm thành phố. Hà Nội còn có rất nhiều viện bảo tàng, các triển lãm trong bảo tàng rất có ý nghĩa. Tôi thích đi viện bảo tàng.

Thay thế theo mẫu.

1)

我出生的城市	没有	河内	那么	热。
岘港		胡志明市		大
我家		他家		干净
这件衣服		那件衣服		便宜

2)

河内	有	三十	多个	博物馆。
我们学校		五十		老师
我们班		四十		学生
这个城市		二十		公园

3)

河内	有一个很	大	的	湖。
我		小		房间
哥哥		有意思		电子游戏
我家		漂亮		花园



(Kì sau đăng tiếp)



UNIT 20. GAS LAW AND PARTICLES OF MATTER THEORY SECTION

BÍNH NAM HÀ

Question 1.

A fixed mass of air occupies 9.0 litres of air at a temperature of 300 K and a pressure of 1.2 atmospheres. The volume is reduced to 5.0 litres by increasing the pressure to 2.3 atmospheres.

a. Assuming that the air behaves as an ideal gas, calculate the temperature of the air after the reduction in volume.

b. Give one reason why the actual temperature may be different from what you have calculated.

Question 2.

Explain briefly, using the molecular theory, why:

a. liquids evaporate more quickly in a draught.

b. rapid evaporation from a liquid cools the liquid down.





Physics terms

draught	gió lùa
rapid	nhanh
escape	thoát, thoát ra
returning	quay trở lại
carried	được mang đi
fixed mass	khối lượng cố định
occupies	chiếm
temperature	nhiệt độ
pressure	áp suất
behaves	cư xử, thể hiện

Practice.

Các từ vựng đã cung cấp trên sẽ giúp bạn dịch được 2 bài thuộc phần lí thuyết về *gas law*. Dịch được bạn sẽ học thêm được các khái niệm mới và ứng dụng. Bạn sẽ hiểu hơn tại sao quần áo phơi gần cửa sổ lại chóng khô hơn trong phòng không có cửa. Bạn hãy dịch và gửi bài dịch về tòa soạn. Bài dịch tốt được chọn đăng và có phần thưởng.

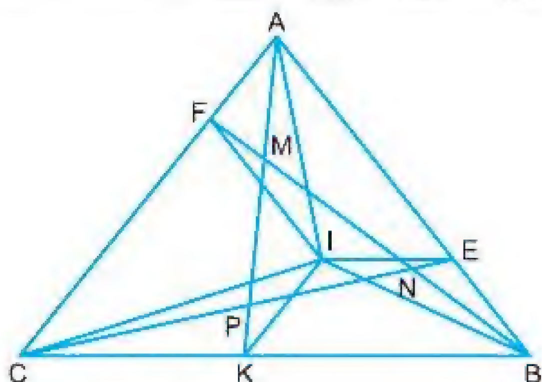


SUY NGHĨ ĐỂ MỞ RỘNG MỖI BÀI TOÁN

PHAN DUY NGHĨA
(Phòng Giáo dục tiểu học, Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Tĩnh)

Khi học toán nếu chúng ta giải toán mà chỉ cần tìm ra đáp số, tìm ra cách giải và dừng lại ở đó thì chưa thật hiệu quả. Còn sau khi tìm được đáp số, tìm ra cách giải bài toán rồi chúng ta lại tiếp tục suy nghĩ trên mỗi bài toán đó, tìm thêm cách giải, khai thác thêm những ý mới của bài toán thì đó là con đường tốt để khám phá môn toán. Sau đây chúng ta đưa ra một ví dụ.

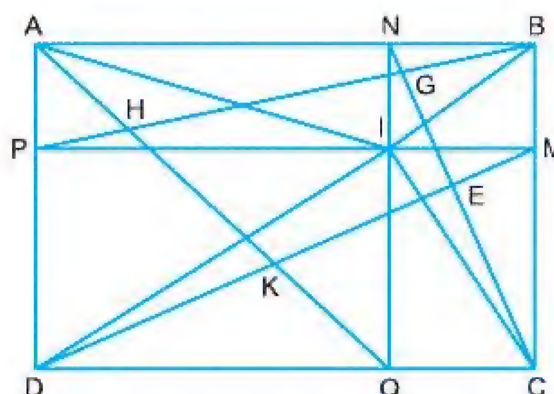
Bài toán 1. Cho tam giác ABC. Gọi I là một điểm nằm trong tam giác. Từ I lần lượt kẻ các đường song song với các cạnh BC, AB, AC. Các đường thẳng đó thứ tự cắt các cạnh BA, AC, BC tại E, F, K. Nối CE, BF, AK, chúng cắt nhau tại các điểm M, N, P *(như hình vẽ)*.
Chứng minh rằng $S_{MNP} = S_{NEB} + S_{MAF} + S_{PCK}$.



Lời giải. Nối AI, BI, CI.
Ta có $S_{IBC} = S_{EBC}$ (vì chung đáy BC và IE // BC nên chiều cao hạ từ I và E xuống đáy BC bằng nhau). (1)
Tương tự $S_{IAB} = S_{FAB}$ (2); $S_{IAC} = S_{KAC}$. (3)
Cộng theo vế của (1), (2), (3) ta có
$S_{IBC} + S_{IAB} + S_{IAC} = S_{EBC} + S_{FAB} + S_{KAC}$.
Suy ra $S_{ABC} = S_{EBC} + S_{FAB} + S_{KAC}$
Vậy $S_{MNP} = S_{NEB} + S_{MAF} + S_{PCK}$.

Nhận xét. *Nếu thay tam giác ABC bởi hình chữ nhật ABCD thì ta có bài toán mới.*

Bài toán 2. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi I là điểm nằm trong hình chữ nhật. Qua I kẻ các đường song song với các cạnh AB, BC lần lượt cắt các cạnh CB, BA, AD, DC tại các điểm M, N, P, Q. Nối DM, CN, BP và AQ chúng cắt nhau tại các điểm E, G, H, K (như hình vẽ). Chứng minh rằng $S_{EGHK} = S_{ECM} + S_{GNB} + S_{HAP} + S_{KQD}$.



Lời giải. Nối IA, IB, IC và ID.
Ta có $S_{IAB} = S_{PAB}$ (vì chung đáy AB và IP // AB nên chiều cao hạ từ I và P xuống AB bằng nhau). (1)
Tương tự
$S_{IAD} = S_{QAD}$ (2); $S_{IDC} = S_{MDC}$ (3); $S_{IBC} = S_{NBC}$. (4)
Cộng theo vế của (1), (2), (3) và (4) ta có
$S_{IAB} + S_{IAD} + S_{IDC} + S_{IBC}$
$= S_{PAB} + S_{QAD} + S_{MDC} + S_{NBC}$.
Suy ra $S_{ABCD} = S_{PAB} + S_{QAD} + S_{MDC} + S_{NBC}$.
Do đó $S_{EGHK} = S_{ECM} + S_{GNB} + S_{HAP} + S_{KQD}$.
Các bạn hãy thay hình chữ nhật ABCD bởi hình thang ABCD hoặc tứ giác ABCD và chứng minh kết quả tương tự nhé.





ĐỊNH LÍ STEWART VÀ ỨNG DỤNG

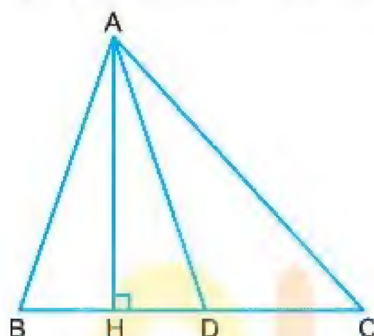
THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Stewart (1717 - 1785) là nhà toán học và thiên văn học người Scotland. Bài viết này sẽ tìm hiểu định lí Stewart, các hệ quả và ứng dụng của định lí này.

1. Định lí Stewart

Cho tam giác ABC. Gọi D là một điểm tùy ý trên cạnh BC thì ta có hệ thức

$AB^2.CD + AC^2.BD - AD^2.BC = BC.CD.BD.$ (1)



Chứng minh

- Nếu $D \equiv B$ hoặc $D \equiv C$ thì ta có đpcm.
- Nếu D nằm giữa B và C. Kẻ $AH \perp BC$.

Giả sử H nằm giữa B và D (chứng minh tương tự Khi H nằm ở vị trí khác).

Ta có $AB^2.CD + AC^2.BD - AD^2.BC$

$= (AH^2 + BH^2)CD + (AH^2 + CH^2)BD - (AH^2 + DH^2)BC$

$= BH^2.CD + CH^2.BD + AH^2(CD + BD - BC) - DH^2.BC$

$= (BD - DH)^2.CD + (CD + DH)^2.BD - DH^2.BC$

$= BD^2.CD + CD^2.BD + DH^2(CD + BD - BC)$

$= BD.CD.(BD + CD) = BD.CD.BC.$

2. Các hệ quả

Đặt $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

1. Nếu $AD = m_a$ là đường trung tuyến của ΔABC thì $BD = DC = \frac{a}{2}$.

Hệ thức (1) trở thành

$$c^2 + b^2 - 2m_a^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}.$$

2. Nếu $AD = d_a$ là đường phân giác của ΔABC thì

$$\frac{BD}{c} = \frac{CD}{b} = \frac{a}{c+b}.$$

Suy ra $BD = \frac{ac}{b+c}$; $CD = \frac{ab}{b+c}$.

Hệ thức (1) trở thành

$$\frac{bc^2}{b+c} + \frac{b^2c}{b+c} - d_a^2 = \frac{a^2bc}{(b+c)^2} \Leftrightarrow bc - d_a^2 = \frac{a^2bc}{(b+c)^2}$$

$$\Leftrightarrow d_a^2 = bc\left[1 - \left(\frac{a}{b+c}\right)^2\right] = \frac{bc(b+c+a)(b+c-a)}{(b+c)^2}.$$

3. Nếu $AD = h_a$ là chiều cao của ΔABC thì (1) trở thành

$$c^2\sqrt{b^2 - h_a^2} + b^2\left[a - \sqrt{b^2 - h_a^2}\right] - ah_a^2$$

$$= a\sqrt{b^2 - h_a^2}\left(a - \sqrt{b^2 - h_a^2}\right) \Leftrightarrow 2a\sqrt{b^2 - h_a^2} = a^2 + b^2 - c^2$$

hay $2a.CH = a^2 + b^2 - c^2$ (2) $\Leftrightarrow b^2 - h_a^2 = \frac{(a^2 + b^2 - c^2)^2}{4a^2}$

$$\Leftrightarrow h_a^2 = \frac{(2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{4a^2}$$

$\Leftrightarrow h_a^2 = (a + b + c)(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) : (4a^2).$ (3)

4. Đặt $p = (a + b + c) : 2$ thì $a + b - c = 2(p - c)$; $b + c - a = 2(p - a)$; $c + a - b = 2(p - b)$.

Từ (3) suy ra $a^2h_a^2 : 4 = p(p - a)(p - b)(p - c)$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{2}ah_a = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

5. • Nếu $\widehat{C} < 90^\circ$. Từ (2) ta có

$2a.CH = a^2 + b^2 - c^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - 2a.CH.$

• Nếu $\widehat{C} > 90^\circ$. Tương tự từ (2) ta được

$c^2 = a^2 + b^2 - 2a.CH.$

• Nếu $\widehat{C} = 90^\circ$ thì từ (2) có $c^2 = a^2 + b^2$.

6. Xét $\widehat{C} < 90^\circ$ thì $CH = b.\cos C$. và từ (2) có

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$

Xét $\widehat{C} > 90^\circ$, chứng minh tương tự ta được

$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos(180^\circ - \widehat{C}).$

Nhận xét. *Từ hệ thức (1) ta suy ra được nhiều hệ thức quen thuộc mà chúng ta thường xuyên sử dụng. Sau đây là một số ứng dụng của định lí Stewart.*

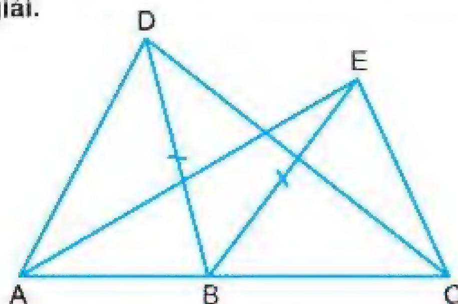
3. Bài tập áp dụng

Bài toán 1. Cho 3 điểm A, B, C cố định với B nằm giữa A và C, hai điểm D và E không thuộc đường thẳng AC thỏa mãn BD = BE và CE ≠ CD.

a) Chứng minh rằng $\dfrac{AD^2 - AE^2}{CE^2 - CD^2}$ không đổi.

b) Chứng minh rằng $AD < AE \Leftrightarrow CD > CE$.

Lời giải.



a) Áp dụng định lí Stewart với ΔADC và ΔAEC ta có

$DA^2.BC + DC^2.BA - DB^2.AC = AC.BA.BC$

$EA^2.BC + EC^2.BA - EB^2.AC = AC.BA.BC$

Kết hợp với BD = BE, suy ra

$DA^2.BC + DC^2.BA = EA^2.BC + EC^2.BA$

$\Leftrightarrow (DA^2 - EA^2).BC = (EC^2 - DC^2).BA$

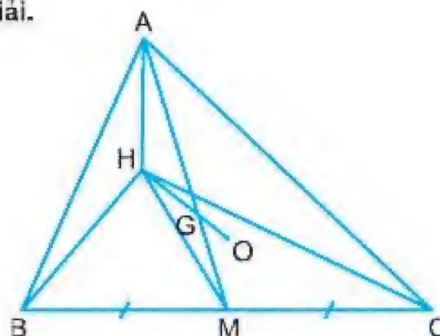
$\Leftrightarrow \dfrac{DA^2 - EA^2}{EC^2 - DC^2} = \dfrac{BA}{BC}$ (không đổi).

b) Từ $(DA^2 - EA^2).BC = (EC^2 - DC^2).BA$, suy ra $DA < EA \Leftrightarrow EC < DC$.

Bài toán 2. Cho ΔABC (AB ≠ AC) có H là trực tâm, O là tâm đường tròn nội tiếp. Chứng minh rằng

$$HA^2 + HB^2 + HC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2 + 4HO^2).$$

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BC, G là trọng tâm của ΔABC. Theo định lí Euler thì H, G, O thẳng hàng và HG = 2GO. Theo định lí Stewart cho ΔAHM ta có

$$HA^2.GM + HM^2.GA - HG^2.AM = AM.GA.GM$$

$$\Leftrightarrow HA^2 + 2HM^2 - 3HG^2 = \frac{2}{3}AM^2$$

$$\Leftrightarrow HA^2 + 2\left(\frac{HB^2 + HC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}\right) - 3\left(\frac{2}{3}HO\right)^2$$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow HA^2 + HB^2 + HC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2 + 4HO^2).$$

HAI BÀI HÌNH HỌC PHẲNG TRONG KÌ THI IMO 2015

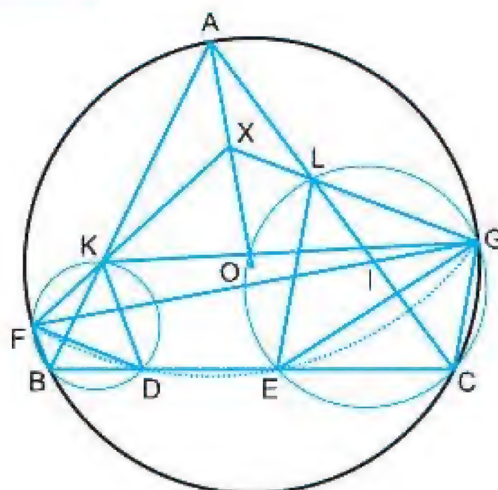
NGUYỄN BÁ ĐANG

(Hà Nội)

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu lời giải hai bài hình học phẳng trong kì thi IMO 2015 chỉ dùng kiến thức ở Trung học cơ sở.

Bài toán 1. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), đường tròn (A) cắt cạnh BC tại D và E (B, D, E, C theo thứ tự đó trên đường thẳng BC) và cắt đường tròn (O) tại F và G (F, B, C, G theo thứ tự đó trên đường tròn). Đường tròn ngoại tiếp ΔFBD cắt cạnh AB tại K, đường tròn ngoại tiếp ΔECG cắt cạnh AC tại L. Các đường thẳng FK và GL cắt nhau tại X. Chứng minh rằng X nằm trên đường thẳng AO. *(Hy Lạp đề nghị)*

Lời giải.



Ta có tứ giác FDEG nội tiếp và AF = AG.

Suy ra $\widehat{GEC} = 180^o - \widehat{GED} = \widehat{GFD}$.

Gọi I là giao điểm của FG và AC.

Xét đường tròn (O) ta có

$\widehat{AIF} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\overset{\frown}{AF} + \text{sđ}\,\overset{\frown}{GC}) = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\overset{\frown}{AG} + \text{sđ}\,\overset{\frown}{GC})$

$= \frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{AC} = \widehat{ABC}$. (1)

Vì các tứ giác BFKD và ECGL nội tiếp nên

$\widehat{ABC} = \widehat{KFD}; \widehat{GLC} = \widehat{GEC}$.

Từ (1) ta có $\widehat{LGF} = \widehat{LGI} = \widehat{LIF} - \widehat{GLC}$

$= \widehat{ABC} - \widehat{GEC} = \widehat{ABC} - \widehat{GFD}$

$\Rightarrow \widehat{LGF} = \widehat{ABC} - (\widehat{KFD} - \widehat{KFG})$

$= \widehat{ABC} - \widehat{KBD} + \widehat{KFG} = \widehat{KFG}$.

Suy ra ΔXFG cân tại X, mà ΔAFG cân tại A.

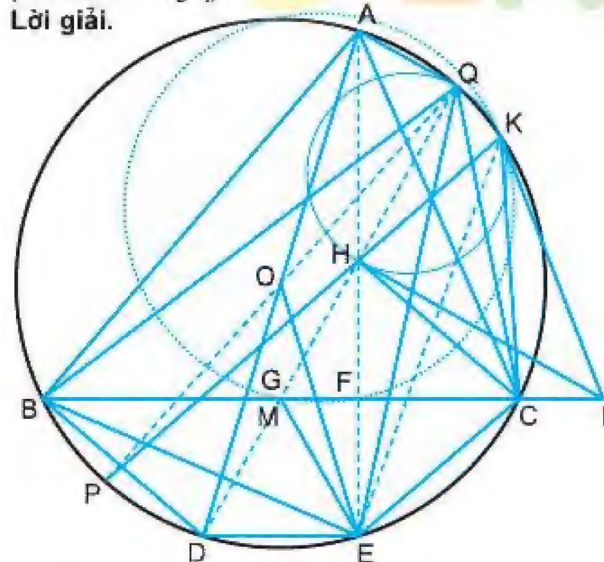
Do đó A, X, O thẳng hàng.

Vậy X thuộc đường thẳng AO.

Bình luận. *Bài này là bài dễ của ngày thi thứ hai, chỉ cần sử dụng kiến thức về góc nội tiếp và tứ giác nội tiếp, không cần vẽ thêm các đường phụ.*

Bài toán 2. Cho tam giác nhọn ABC (AB > AC). Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác, H là trực tâm tam giác, F là hình chiếu vuông góc của A trên BC, M là trung điểm BC, Q và K trên (O) thỏa mãn $\widehat{HQA} = 90^o$ và $\widehat{HKQ} = 90^o$ (A, B, C, K, Q trên (O) theo thứ tự đó). Chứng minh rằng đường tròn (HKQ) và đường tròn (MFK) tiếp xúc với nhau. *(Ukraine đề nghị)*

Lời giải.



Kéo dài AO cắt đường tròn (O) tại D, AH kéo dài cắt đường tròn (O) tại E. Suy ra AD là đường kính của đường tròn (O), từ đó $\widehat{AQD} = 90^o$.

Mà $\widehat{AQH} = 90^o$. Suy ra D, H, Q thẳng hàng.

Gọi G là giao điểm của QD và BC, vì ΔABC nhọn nên H và E đối xứng với nhau qua BC.

Do đó FH = FE, từ đó HC = CE.

Ta có $AF \perp BC$ và $DE \perp AE$ nên DE // BC, từ đó BD = CE = CH, suy ra $\Delta GBD = \Delta GCH$.

Vì GB = GC nên G ≡ M, suy ra Q, H, M, D thẳng hàng. Kẻ đường kính QP của đường tròn (O), ta có $\widehat{PKQ} = 90^o$. Mặt khác $\widehat{HKQ} = 90^o$.

Suy ra P, H, K thẳng hàng.

Xét đường tròn (O) ta có

$\widehat{PKE} = \widehat{PQE} = \widehat{OQE} = 90^o - \frac{1}{2}\widehat{QOE} = 90^o - \widehat{QBE}$.

$\widehat{QMC} = \widehat{EMC} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\overset{\frown}{QC} + \text{sđ}\,\overset{\frown}{BD})$

$= \frac{1}{2}(\text{sđ}\,\overset{\frown}{QC} + \text{sđ}\,\overset{\frown}{CE}) = \frac{1}{2}\text{sđ}\,\overset{\frown}{QE} = \widehat{QBE}$.

Mặt khác

$\widehat{MHE} = 90^o - \widehat{QMC} = 90^o - \widehat{QBE} \Rightarrow \widehat{PKE} = \widehat{MHE}$.

Suy ra DQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔKHE tại H.

Gọi I là giao điểm của đường thẳng vuông góc với HQ tại H và đường thẳng BC.

Vì các đường trung trực của HK và HE cắt nhau tại I trên BC nên IK = IH = IE, từ đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔKHE.

Ta có $IF.IM = IH^2 = IK^2$ (vì $IH \perp HG$ và $HF \perp IG$), suy ra IK là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp ΔMFK. Mặt khác IH là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔHKQ có đường kính QH, suy ra IK là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔHKQ.

Vậy đường tròn (HKQ) và đường tròn (MFK) tiếp xúc nhau.

Bình luận. *Bài này được ban tổ chức xếp là bài khó của ngày thi thứ nhất, phổ điểm cho thấy các thí sinh đạt điểm rất thấp ở bài này. Để giải quyết bài toán này ta tìm một đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn làm cầu nối để chứng minh hai đường tròn tiếp xúc với nhau.*





QUAN HỆ GIỮA HAI BẤT ĐẲNG THỨC AM-GM VÀ NESBIT

NGÔ VĂN THÁI
(GV. THPT Phạm Quang Thẩm, Vũ Thư, Thái Bình)

Bất đẳng thức AM-GM và bất đẳng thức Nesbit ba biến là một cặp bất đẳng thức đẹp, có nhiều ứng dụng khi giải các bài toán về bất đẳng thức. Mỗi bất đẳng thức đều có cách chứng minh độc lập với nhau. Trong bài viết này chúng ta sẽ sử dụng bất đẳng thức này để chứng minh bất đẳng thức kia và ngược lại, đồng thời cũng đưa ra một số ví dụ, bài tập hay và khó được chứng minh nhờ áp dụng hai bất đẳng thức này.

● **Bất đẳng thức AM-GM ba biến**

Với a, b, c là ba số thực không âm thì

$a^3+b^3+c^3 \ge 3abc.$

● **Bất đẳng thức Nesbit ba biến**

Với a, b, c là ba số thực dương thì

$$M=\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\ge\frac{3}{2}.$$

1. Sử dụng bất đẳng thức AM-GM để chứng minh bất đẳng thức Nesbit

Đặt $P=\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+a}+\frac{a}{a+b}$;

$Q=\frac{c}{b+c}+\frac{a}{c+a}+\frac{b}{a+b}$

Dễ thấy $P+Q=3$.

Theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$$M+P=\frac{a+b}{b+c}+\frac{b+c}{c+a}+\frac{c+a}{a+b}$$

$$\ge 3\sqrt[3]{\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{(b+c)(c+a)(a+b)}}=3. \quad (1)$$

$$M+Q=\frac{a+c}{b+c}+\frac{b+a}{c+a}+\frac{c+b}{a+b}$$

$$\ge 3\sqrt[3]{\frac{(a+c)(b+a)(c+b)}{(b+c)(c+a)(a+b)}}=3. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$M+P+M+Q\ge 6 \Leftrightarrow 2M\ge 3\Leftrightarrow M\ge\frac{3}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$.

2. Sử dụng bất đẳng thức Nesbit để chứng minh bất đẳng thức AM-GM ba biến

● Nếu trong ba số a, b, c có ít nhất một số bằng 0, ta có đpcm.

● Nếu $a, b, c > 0$, áp dụng bất đẳng thức AM-GM và bất đẳng thức Nesbit ta có

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{2abc}=\frac{a^2}{2bc}+\frac{b^2}{2ca}+\frac{c^2}{2ab}$$

$$\ge\frac{a^2}{b^2+c^2}+\frac{b^2}{c^2+a^2}+\frac{c^2}{a^2+b^2}\ge\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow a^3+b^3+c^3\ge 3abc.$$

3. Một số ví dụ

Ví dụ 1. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$(a+b)(b+c)(c+a)\ge 8(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b).$

Lời giải. Theo bất đẳng thức Nesbit ta có

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\ge\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}\ge 3-\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}\ge\left(1-\frac{a}{b+c}\right)+\left(1-\frac{b}{c+a}\right)+\left(1-\frac{c}{a+b}\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{2}\ge\left(\frac{b+c-a}{b+c}+\frac{c+a-b}{c+a}+\frac{a+b-c}{a+b}\right). \quad (1)$$

Vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên $a+b-c>0$, $b+c-a>0$, $c+a-b>0$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{b+c-a}{b+c}+\frac{c+a-b}{c+a}+\frac{a+b-c}{a+b}$$

$$\ge 3\sqrt[3]{\frac{(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}{(b+c)(c+a)(a+b)}}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra đpcm.

Ví dụ 2. Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng

$$A=\frac{a^2}{b^2+bc+c^2}+\frac{b^2}{c^2+ca+a^2}+\frac{c^2}{a^2+ab+b^2}\ge 1.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM và bất

đẳng thức Nesbit ta có

$$A \ge \frac{a^2}{b^2+\frac{b^2+c^2}{2}+c^2}+\frac{b^2}{c^2+\frac{c^2+a^2}{2}+a^2}+\frac{c^2}{a^2+\frac{a^2+b^2}{2}+b^2}$$

$$\ge \frac{2}{3}\left(\frac{a^2}{b^2+c^2}+\frac{b^2}{c^2+a^2}+\frac{c^2}{a^2+b^2}\right) \ge \frac{2}{3}.\frac{3}{2}=1.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

Ví dụ 3. Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng

$$B=\frac{a^2+(b+c)^2}{a(b+c)}+\frac{b^2+(c+a)^2}{b(c+a)}+\frac{c^2+(a+b)^2}{c(a+b)} \ge \frac{15}{2}.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM và bất đẳng thức Nesbit ta có

$$B=\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)+\left(\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\right)$$

$$\ge \left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)+\left(\frac{2\sqrt{bc}}{a}+\frac{2\sqrt{ca}}{b}+\frac{2\sqrt{ab}}{c}\right)$$

$$\ge \frac{3}{2}+6=\frac{15}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

Ví dụ 4. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b} \ge \frac{3}{2}.$$

Lời giải. Theo bất đẳng thức Nesbit ta có

$$(a+b+c)\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right) \ge \frac{3}{2}(a+b+c)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a^2}{b+c}+a\right)+\left(\frac{b^2}{c+a}+b\right)+\left(\frac{c^2}{a+b}+c\right) \ge \frac{3}{2}(a+b+c)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b} \ge \frac{a+b+c}{2} \ge \frac{3\sqrt[3]{abc}}{2}=\frac{3}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.

Ví dụ 5. Cho a, b, c > 0 thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng

$$C=\frac{1}{a^3(b+c)}+\frac{1}{b^3(c+a)}+\frac{1}{c^3(a+b)} \ge \frac{3}{2}.$$

Lời giải. Vì a, b, c > 0, abc = 1 nên

$$C=\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^2}{a\left(\frac{1}{ac}+\frac{1}{ab}\right)}+\frac{\left(\frac{1}{b}\right)^2}{b\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}\right)}+\frac{\left(\frac{1}{c}\right)^2}{c\left(\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}\right)}$$

$$=\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^2}{\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)}+\frac{\left(\frac{1}{b}\right)^2}{\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)}+\frac{\left(\frac{1}{c}\right)^2}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)} \ge \frac{3}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.

Ví dụ 6. Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$D=\frac{a^3-2a+2}{b+c}+\frac{b^3-2b+2}{c+a}+\frac{c^3-2c+2}{a+b} \ge \frac{3}{2}.$$

Lời giải. Theo bất đẳng thức AM-GM ba biến ta có

$$a^3+1+1 \ge 3a \Leftrightarrow a^3-2a+2 \ge a$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^3-2a+2}{b+c} \ge \frac{a}{b+c}.$$

Chứng minh tương tự ta có

$$\frac{b^3-2b+2}{c+a} \ge \frac{b}{c+a};\ \frac{c^3-2c+2}{a+b} \ge \frac{c}{a+b}.$$

Vậy $D \ge \frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b} \ge \frac{3}{2}$ (theo bất đẳng thức Nesbit).

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng

$$E=\frac{a^2}{(b+c)^2}+\frac{b^2}{(c+a)^2}+\frac{c^2}{(a+b)^2} \ge \frac{3}{4}.$$

Bài 2. Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$G=\sqrt{\frac{a}{b+c-a}}+\sqrt{\frac{b}{c+a-b}}+\sqrt{\frac{c}{a+b-c}} \ge 3.$$

Bài 3. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{c}{a}+\frac{a}{b}+\frac{b}{c} \ge 2\left[\frac{1}{a^2(b^2+1)}+\frac{1}{b^2(c^2+1)}+\frac{1}{c^2(a^2+1)}\right] \ge 3.$$

ĐỌC LẠI CHO ĐÚNG

Trong số báo 159+160, chuyên mục Học ra sao? Giải toán thế nào? có bài viết Sử dụng phương pháp đánh giá để giải hệ phương trình của hai tác giả: Lê Đức Thuận (Phó Trưởng phòng Giáo dục và Đào tạo Hoàn Kiếm, Hà Nội) và Cao Văn Dũng (GV. THPT Tây Hồ, Q. Tây Hồ, Hà Nội). Thành thật xin lỗi bạn đọc.

TTT



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015

SENIOR DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10
Time allowed: *75 minutes*

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

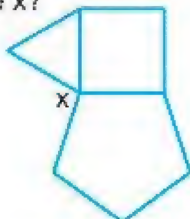
Questions 1 to 10, 3 marks each

1. What is the value of 21×2015?
(A) 45231 (B) 54321 (C) 42315
(D) 14325 (E) 23514

2. If $K = L + R^2$, $L = 4$, $K = 85$ and R is positive, then R equals
(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 4 (E) 8

3. On their school holidays, Xenia and Ngoc worked for a farmer picking fruit. Xenia worked for 5 days and Ngoc for 3 days. The farmer paid them \$1000, which they shared in the same ratio as the days they worked. Ngoc's share was
(A) \$325 (B) \$300 (C) \$250
(D) \$375 (E) \$500

4. An equilateral triangle, a square and a regular pentagon are joined as in the diagram. What is the size of angle x?



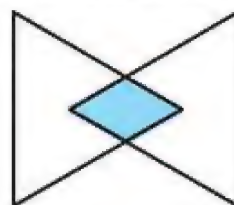
(A) 108^o (B) 105^o (C) 90^o
(D) 120^o (E) 102^o

5. $3^{-2} - 2^{-3}$ equals
(A) –1 (B) 0 (C) $-\frac{1}{72}$ (D) $\frac{1}{72}$ (E) $\frac{17}{72}$

6. Jenna measures three sides of a rectangle and gets a total of 80 cm. Dylan measures three sides of the same rectangle and gets a total of 88 cm. What is the perimeter of the rectangle?
(A) 112 cm (B) 132 cm (C) 96 cm
(D) 168 cm (E) 156 cm

7. Two ordinary dice are rolled. The two resulting numbers are multiplied together to create a score. The probability of rolling a score that is a multiple of six is
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

8. Two congruent equilateral triangles overlap to make a concave hexagon as shown. Each triangle has a vertex on the other's centre. What fraction of the exagon's area is shaded?



(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{1}{6}$

9. The difference between two numbers is 20. When 4 is added to each number the larger is three times the smaller. What is the larger of the two original numbers?
(A) 26 (B) 40 (C) 38
(D) 22 (E) 32

10. A bar-tailed godwit was recorded by satellite tag in 2007 to have flown 11 500 km in eight days. On average approximately how many kilometres per hour is that?



(A) 120 (B) 6 (C) 1 (D) 24 (E) 60

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. Let A be the set {0, 1, 2}. Let B be the set {3, 6, x}, where x is an integer.

I multiply each number in the first set by each number in the second set.
Let C be the set of all the numbers which are the results of these multiplications.
What could x be such that C has exactly 5 distinct elements?

(A) 12 (B) 4 (C) 24 (D) 0 (E) 6

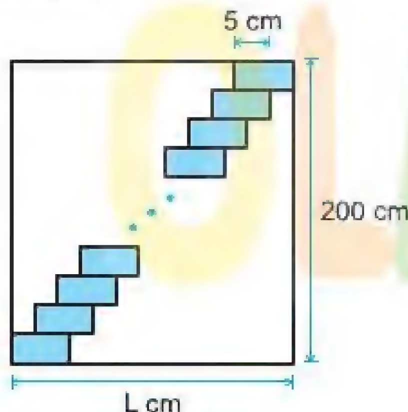
12. What is the value of this expression?

$$\frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}}}$$

(A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{3}{14}$ (C) $\frac{60}{77}$

(D) $\frac{45}{154}$ (E) $\frac{70}{66}$

13. The diagram indicates a pattern of paving blocks that are laid diagonally across a rectangular floor measuring L cm × 200 cm. Each block measures 8 cm × 4 cm, and any two blocks that touch overlap by 5 cm.



What is the value of L?

(A) 253 (B) 155 (C) 400

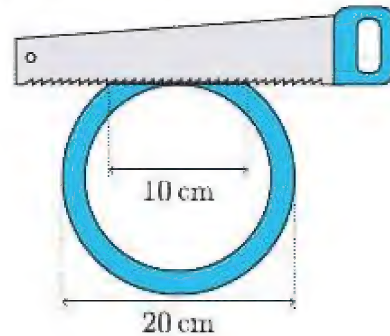
(D) 250 (E) 158

14. In a class of 25 students, 11 students are fifteen years old and the rest are sixteen years old. There are 15 boys. There are twice as many sixteen-year-old boys as fifteen-year-old boys. What fraction of the class are sixteen-year-old girls?

(A) $\frac{7}{25}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{4}{25}$

(D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{6}{25}$

15. Peter was cutting a pipe with an outside diameter of 20 cm. When the cut was just through the wall of the pipe, it was 10 cm in length. How thick was the wall of the pipe in centimetres?



(A) 5 (B) $5\sqrt{3}-5$ (C) $10-5\sqrt{2}$

(D) $4-\sqrt{10}$ (E) $5(2-\sqrt{3})$

16. Three different dinosaur fossils have been found in the kingdom of Mathemania. Euleraptor is twice as old as Gaussasaurus, though when Gaussasaurus was alive Euleraptor was twice as old as Fermatops. The sum of the ages of the three fossils is 360 million years. How many million years after Fermatops did Gaussasaurus live?

(A) 120 (B) 40 (C) 80

(D) 60 (E) 20

17. At Gunaroo High School, a two-weekly (10-day) timetable is used, with 5 periods in each day.

		Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
	1	Engl	PE			
	2	Maths	Arts			
Period	3	Sci	Engl			
	4	Geog	⋮			
	5	Hist				

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri

Students take seven subjects, English, Maths, Science, Geography, History, PE and Arts, in a rotating sequence in the order given, starting with English on Day 1, period 1. This takes up 49 of the 50 available periods. The one remaining period is an assembly which is held on the first period of one of the days of the second week. Which lesson can never be held during period 1 of one of the other days of the second week?

(A) English (B) Maths (C) Geography

(D) PE (E) Arts

(Kì sau đăng tiếp)



Bài 10NS. Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a^2 = 2(b + c)$ và $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$.

LƯU LÝ TƯỞNG

(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Bài 11NS. Tính $P = a + b$, biết rằng $a^3 + b^3 + 3ab = 1$.

PHÙNG VĂN LONG

(GV. THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Bài 12NS. Cho tứ giác ABCD với $\hat{B} = \hat{D} = 90^o$. Trên tia DA lấy điểm E sao cho DE = DB. Đường thẳng vuông góc với ED tại E cắt tia CB tại K. Chứng minh rằng ΔACK cân.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 157+158)

Bài 4NS. Ta có $\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]=\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+\frac{n}{4}=\frac{13n}{12}$.

Vì $\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]$ là số nguyên nên $\frac{13n}{12}$ là số nguyên. Mà (13, 12) = 1. Do đó n là bội của 12.

Ngược lại nếu n là bội của 12 thì thỏa mãn đẳng thức.

Vậy có $\left[\frac{2015}{12}\right]=167$ số nguyên dương n không lớn hơn 2015 thỏa mãn đẳng thức đã cho.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền,* 8A3; *Trần Thị Thu Huyền,* 9A3; *Bùi Thùy Linh,* 8A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Ngọc Huyền,* 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Chu Thị Thanh,* 8E1; *Bạch Bùi Nguyệt Anh,* 6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc.**

Bài 5NS. Ta có

$$\begin{cases} x-y-z=2(\sqrt{yz}+\sqrt{y}+\sqrt{z}-\sqrt{x}) & (1)\\ 3\sqrt{yz}=x-\sqrt{3z}+1 & (2)\end{cases}$$

ĐKXĐ $x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow x+2\sqrt{x}+1=y+z+1+2\sqrt{yz}+2\sqrt{y}+2\sqrt{z}$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)^2=(\sqrt{y}+\sqrt{z}+1)^2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1=\sqrt{y}+\sqrt{z}+1$

(vì $\sqrt{x}+1$ và $\sqrt{y}+\sqrt{z}+1$ cùng dương).

$\Leftrightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y}+\sqrt{z} \Leftrightarrow x=y+z+2\sqrt{yz}$. (3)

Thay (3) vào (2) ta được $y+z-\sqrt{yz}-\sqrt{3z}+1=0$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{z}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3z}}{2}-1\right)^2=0$$

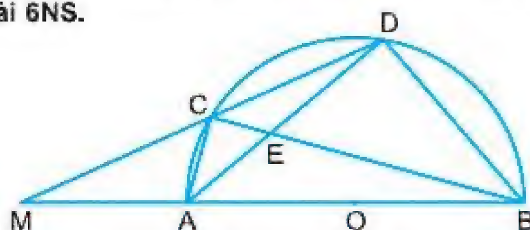
$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{y}=\frac{1}{2}\sqrt{z}\\ \frac{\sqrt{3z}}{2}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{3}\\ z=\frac{4}{3}\end{cases}$$

Thay giá trị y và z vào (3) ta được x = 3.

Hệ phương trình có nghiệm $(x; y; z)=\left(3; \frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Trần Thị Thu Huyền,* 9A3; *Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền,* 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Nguyễn Ngọc Huyền,* 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Chu Thị Thanh,* 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Tạ Thủy Tiên,* 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc.**

Bài 6NS.



Nối AC, BD. Dễ thấy $\Delta MBC \backsim \Delta MDA$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{BC}{DA}=\frac{MB}{MD}$.

Mà MB = 3MA. Do đó $\frac{BC}{AD}=3\cdot\frac{MA}{MD}$. (1)

Xét ΔMAC và ΔMDB có $\hat{M}$ chung, $\widehat{MAC}=\widehat{MDB}$ (cùng bù $\widehat{BAC}$ do tứ giác ABDC nội tiếp)

Suy ra $\Delta MAC \backsim \Delta MDB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MA}{MD}=\frac{AC}{BD}$. (2)

(Xem tiếp trang 39)

CUỘC THI
Vui Chào Hè 2016

(Tiếp theo số 159+160)

Bài 6. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, trong đó mỗi số có tổng ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng ba chữ số cuối một đơn vị?

CAO VĂN DŨNG

(GV. THPT Tây Hồ, Q. Tây Hồ, Hà Nội)

Bài 7. Xung quanh một cái hồ hình tròn, người ta trồng 15 cây dừa. Người ta nhận thấy rằng các độ chênh lệch chiều cao của hai cây dừa liên tiếp (kề nhau) luôn bằng nhau. Chứng minh rằng 15 cây dừa đó có chiều cao bằng nhau.

NGUYỄN TIẾN LÂM

(GV. THPT chuyên Khoa học Tự Nhiên Hà Nội)

Bài 8. Trên bảng ghi 20 câu khẳng định trong đó có một số câu đúng và một số câu sai.

Ban tổ chức đưa cho bạn Việt các phiếu sau:

1. Trên bảng có ít nhất 1 khẳng định sai.

2. Trên bảng có ít nhất 2 khẳng định sai.

3. Trên bảng có ít nhất 3 khẳng định sai.

...

20. Trên bảng có ít nhất 20 khẳng định sai.

Việt có thể giữ nguyên thứ tự các phiếu trên hoặc đổi chỗ các phiếu đó với điều kiện: Nếu câu m đúng thì được nhận thưởng 200000 đồng × m từ Ban tổ chức. Bạn hãy giúp bạn Việt sắp xếp hợp lí các câu trên để bạn Việt được nhận về số tiền lớn nhất từ Ban tổ chức.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 9. Một bảng điện tử ghi HÈ 2016 gồm bảy hình, mỗi hình biểu thị một chữ cái, hoặc dấu huyền, hoặc một chữ số. Mỗi hình gồm các đoạn thẳng (độ dài như nhau) đèn ống tuýp nối với nhau, chẳng hạn chữ E có 5 đoạn ống tuýp. Hai bạn thay phiên nhau bật đèn theo quy tắc sau:

- Mỗi lần được chọn một hình và bật đèn một số tùy ý đoạn ống tuýp của hình đó, hoặc được chọn hai hình và bật đèn sao cho số ống tuýp sáng của hình này bằng số ống tuýp sáng của hình kia.
- Ban đầu bảng điện chưa sáng đèn. Ai là người bật cuối cùng để toàn bộ hình HÈ 2016 trên bảng điện sáng lên là thắng. Nếu bạn là người đi trước thì chọn cách bật đèn như thế nào để chắc chắn thắng?



NGUYỄN VIỆT HẢI *(Hà Nội)*

Bài 10. Cho bảng hình vuông 5 × 5 như hình vẽ dưới. Hãy điền mỗi chữ số 2, 0, 1, 6 vào một ô vuông sao cho trên mỗi hàng hay mỗi cột phải có đúng 4 chữ số và mỗi chữ số chỉ được xuất hiện một lần. Các chữ số nằm ở các ô vuông liền nhau tạo thành một số (từ trái sang phải hoặc từ trên xuống dưới). Biết rằng các số bên ngoài bảng bằng tổng của các số được viết trong mỗi hàng hay mỗi cột.

	2					2016
1			6			603
		1				207
		6				621
			0		1	621
6				2		81
126	63	162	36	63	36	

HOÀNG TRỌNG HẢO *(TP. Hồ Chí Minh)*

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI TÁM

Người thách đấu: *Bùi Hải Quang*, GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

Bài toán thách đấu: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn x, y, z ≥ 1 và x + y + z = 5. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{1-2x}{x^3+7x-y-z+1}+\frac{1-2y}{y^3+7y-z-x+1}+\frac{1-2z}{z^3+7z-x-y+1}.$$

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.10.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI SÁU (TTT2 số 158)

Vì a, b, c ≥ 0 và a + b + c = 3 nên ta có

$A = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 6bc - 4ca$

$= (a + b)^2 + c^2 - 4ab - 4ca - 6bc$

$= (a + b)^2 + c^2 - 4a(b + c) - 6bc$

$= (3 - c)^2 + c^2 - 4a(3 - a) - 6c(3 - c - a)$

$= 4a^2 + 8c^2 + 6ca - 12a - 24c + 9$

$=\left(4a^2+\frac{9c^2}{4}+9+6ca-9c-12a\right)$

$+23\left(\frac{c^2}{4}-\frac{15c}{23}+\frac{225}{529}\right)-\frac{225}{23}$

$=\left(2a+\frac{3}{2}c-3\right)^2+23\left(\frac{c}{2}-\frac{15}{23}\right)^2-\frac{225}{23}\ge-\frac{225}{23}.$

Đẳng thức xảy ra khi $a=\frac{12}{23};b=\frac{27}{23};c=\frac{30}{23}.$

Vậy $\text{Min}A=-\frac{225}{23}\Leftrightarrow a=\frac{12}{23};b=\frac{27}{23};c=\frac{30}{23}.$



Nhận xét. Bạn *Nguyễn Sơn Lâm*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ** có lời giải gọn gàng nhất là người đăng quang trong trận đấu này.

Các bạn sau có lời giải đúng được khen: *Bùi Anh Vũ*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Thị Minh Thu*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Họ và tên: ....

Lớp: .... Trường: ....

CÙNG BẠN ĐỌC

Tạp chí Toán Tuổi thơ đã xuất bản những cuốn sách chuyên đề tập hợp từ các chuyên mục hay, nhiều độc giả đề nghị. Tạp chí dự định biên soạn 3 cuốn sách mới. Bạn cho tòa soạn biết muốn có cuốn sách nào (đánh dấu X vào ô tương ứng và gửi về địa chỉ 361 Trường Chinh, Hà Nội):

☐ IQ - Đo trí thông minh.

☐ Phá án cùng thám tử Sêlốccôc.

☐ 45 đề Olympic và Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ (bằng tiếng Anh, dự kiến giá bìa 70 000 đồng).

Cảm ơn các bạn.

TTT

CÁCH THỨC GỬI BÀI CHO TOÁN TUỔI THƠ

✻ Với học sinh giải bài.

❑ Mỗi bài toán trong mục thi GTQT, mỗi bài tham dự trên các chuyên mục khác, đều phải làm riêng trên một tờ giấy và ghi rõ các thông tin cần thiết: Tham dự mục gì, số tạp chí, tên đề bài, họ và tên học sinh, lớp, trường, huyện (quận), tỉnh (thành).

❑ Học sinh nên ghi thêm địa chỉ nhà, số điện thoại nhà, số điện thoại phụ huynh (nếu có) để Tòa soạn tiện gửi phần thưởng.

✻ Với các cộng tác viên gửi bài.

Các bài viết của tác giả gửi TTT chưa được đăng ở bất cứ đâu. Bài đã gửi TTT không gửi cho báo khác. Nếu là bài sưu tầm, tác giả cần viết rõ vào bài gửi là sưu tầm và dẫn nguồn sưu tầm. Nếu là bài dịch, tác giả cần ghi rõ vào bài gửi là dịch và gửi kèm bản gốc.

✻ Các cộng tác viên có thể gửi bài qua đường bưu điện đến Tòa soạn: Tầng 5, Số 361 Trường Chinh, Q. Thanh Xuân, Hà Nội hoặc gửi email đến: toantuoitho@vnn.vn

TTT



Vui cười

❑ Tuổi nói với Thơ:

- Hôm nay, cô bạn học giỏi nhất lớp đã thừa nhận tớ chính là đối thủ nặng kí của cô ấy.
- Thế à? Cô ấy nói lúc nào vậy?
- Lúc chúng tớ đang cân kiểm tra sức khỏe.

****

❑ Thơ bảo Tuổi:

- Chiều nay tớ sẽ khao cậu chè, kem, cánh gà chiên để ăn mừng thành tích của tớ.
- Tuyệt quá! Thành tích gì vậy?
- Tớ vừa giảm được nửa cân.



❑ Tuổi hỏi Thơ:

- Cậu đã làm bài toán thầy giao hôm qua chưa?
- Bài nào nhỉ?
- Bài "Một người đi bộ với vận tốc 5 km/giờ. Hỏi người đó cần bao lâu để đi hết quãng đường 7 km".
- À, bài đó tớ đang chờ...
- Chờ gì? Sao lại phải chờ?
- Mẹ tớ đang đi bộ sang nhà bác tớ, cách đây 7 km. Sang tới nơi mẹ sẽ gọi điện về cho tớ.

❑ Thấy Toán cứ lúi húi mãi bên máy tính, mẹ hỏi:

- Con viết email cho ai à?
- Vâng. Con viết cho bà ngoại ạ.
- Sao con gõ chậm thế? Mãi không xong bức thư...
- Thì mắt bà kém, bà đọc chậm mà mẹ!



❑ Thấy Thơ ôm má kêu đau răng, mẹ bảo:

- Tại con ăn nhiều kẹo quá đấy.
- Không phải tại ăn kẹo đâu ạ... Ăn kẹo thì cả hai hàm răng đều dính ngọt, thế nhưng lại chỉ có mỗi một cái răng bị đau thôi. Chứng tỏ không phải tại kẹo.

****

❑ Trong giờ toán, cô giáo viết đề bài lên bảng rồi nói:

- Các số liệu của đề bài đã đầy đủ hết rồi. Em nào có thể đặt câu hỏi về thời gian?

Cả lớp còn đang im lặng suy nghĩ thì Thơ giơ tay:

- Thưa cô, bây giờ là mấy giờ ạ?

NGUYỄN THỊ DIỆU NGA

(Số 80 đường Xuân 68, TP. Huế, Thừa Thiên - Huế)

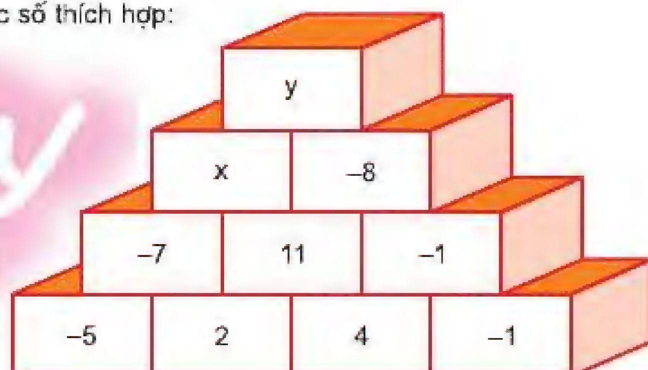


Kì này HÌNH NÀO KHÔNG THÍCH HỢP?

Bài 1. Tìm số tiếp theo của dãy số: 9; 81; 961; 9801; ...

Bài 2. Hãy thay x, y bởi các số thích hợp:





NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả HÌNH NÀO KHÔNG THÍCH HỢP? (TTT2 số 158)

Nhận xét. Quy luật của cả hai bài kì này đều dễ phát hiện. Với bài 2, các bạn nên cụ thể hóa quy luật qua các số đã cho.

Quy luật.

Bài 1. Với những cách nhìn khác nhau ta có thể tìm được quy luật tương ứng.

- *Cách 1* (cắt ghép hình): Các hình A, B, D được chia thành (hoặc ghép bởi) 4 hình bằng nhau, còn hình C được chia thành (hoặc ghép bởi) 5 hình bằng nhau. Vậy hình C không thích hợp với các hình còn lại.
- *Cách 2* (gọi tên hình): Các hình B, C, D được ghép bởi các hình tam giác, còn hình A không được ghép bởi các hình tam giác. Vậy hình A không thích hợp.
- *Cách 3* (tính đối xứng): Các hình B, C, D có hữu hạn trục đối xứng (tương ứng là 2, 5, 3 trục đối xứng), còn hình A có vô số trục đối xứng.

Ngoài ra các bạn còn có thể nhìn các hình theo số nét vẽ hoặc theo khía cạnh đa giác.

Bài 2. Trong dãy số, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số bằng bình phương của số kề trước trừ đi 1.

Vậy số tiếp theo của dãy là

$3968^2 - 1 =$ **15745023.**



Tòa soạn xin trao thưởng cho các bạn có lời giải chính xác, phát hiện được nhiều quy luật: *Mai Thanh Tâm*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Nguyễn Thùy Mai*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khánh Huyền*, 7B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Vũ Thùy Dương*, 7B, THCS Hoằng Hóa, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Đình Hoàng*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh.**

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Minh Hiển*, 6A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Vũ Trường An*, 7B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Hưng Phát*, 6B; *Chu Quyết Tiến*, 8C; THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, *Phan Quốc Bảo*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Trần Đạt Vỹ*, 8/9, THCS Phạm Hồng Thái, TP. Pleiku, **Gia Lai.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH



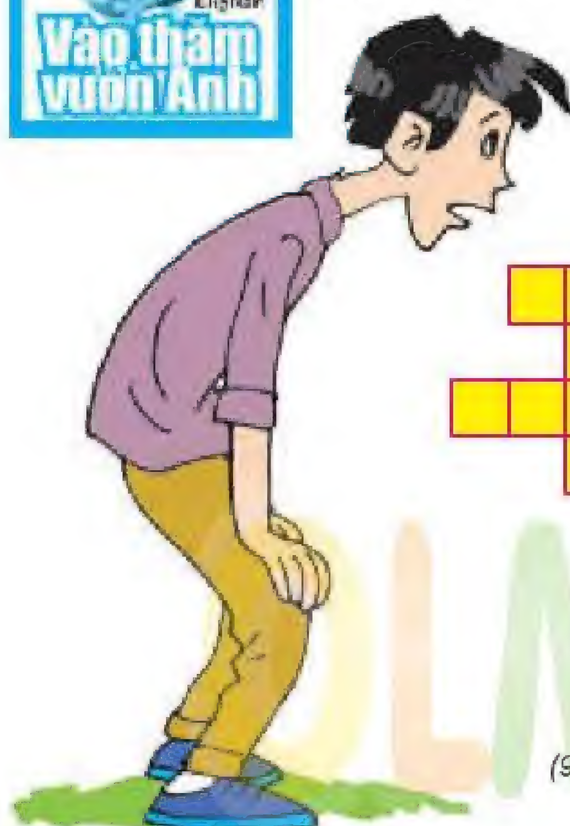


Kì này



CHEMICAL ELEMENTS

Trong ô chữ này là tên tiếng Anh của 10 nguyên tố hóa học. Bạn sẽ tìm ra chứ?





NGUYỄN NGỌC SƠN

(9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội)

Kết quả (TTT2 số 158)

THẾ CỜ (Kì 81)

1.♕g2 ♘g4 [1...♘e4 2.♕h3#; 1...♘d1 2.♕g6#] 2.♕c2#

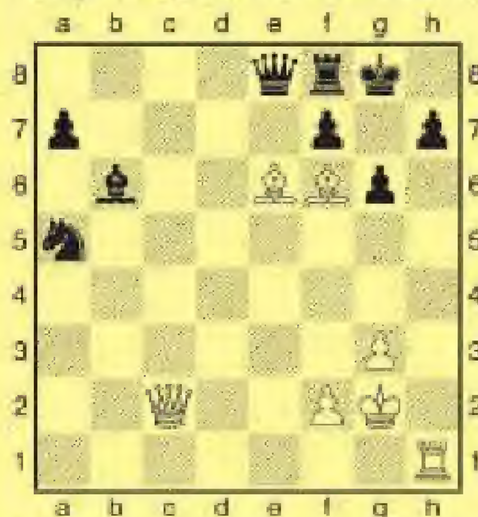


Các bạn được thưởng kì này: *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Đức Anh*, 8C1, THCS Tô Hiệu, Lê Chân, **Hải Phòng**; *Nguyễn Đức Sơn*, 8B, THCS Xuân Diệu, thị trấn Nghèn, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Dương Lâm Anh*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Sỹ Bách*, 5G, TH Lê Mao, TP. Vinh, **Nghệ An**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 83)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*



Nam Hà, Hà Nam nghĩa là gì?

VŨ KIM THỦY

1. Nam Hà là Đàng Trong

Năm 1527 nhà Mạc cướp ngôi vua Lê. 1543 Nguyễn Kim phù nhà Lê đánh chiếm Tây Đô (Thanh Hóa). 1545 Nguyễn Kim mất. Trịnh Kiểm là con rể Nguyễn Kim lên nắm quyền, tìm cách loại phe cánh họ Nguyễn. Nguyễn Hoàng, con trai Nguyễn Kim xin vào trấn thủ Thuận Hóa năm 1558. Năm 1569 Nguyễn Hoàng yết kiến vua Lê Anh Tông, Trịnh Kiểm. Trịnh Kiểm phong cho Nguyễn Hoàng trấn giữ cả Quảng Nam. Năm 1620 chúa Nguyễn Phước Nguyên ngừng nộp thuế cho chính quyền Lê - Trịnh đàng Ngoài. Tháng 3.1627 chúa Trịnh mang quân đi đánh họ Nguyễn. Cuộc chiến kéo dài 45 năm đến 1672. Từ đây sông Gianh làm giới tuyến. Miền Bắc sông Gianh là Đàng Ngoài, còn gọi là Bắc Hà. Miền Nam sông Gianh là Đàng Trong, còn gọi là Nam Hà. Danh xưng này tồn tại đến 1786 khi Tây Sơn đánh đuổi nhà Nguyễn 1774 và diệt nhà Trịnh 1786.

Mãi 1802 Nguyễn Ánh mới thu được hai miền về một mối và đặt niên hiệu Gia Long (là tên ghép từ Gia Định với Thăng Long).

Vậy Nam Hà chỉ Đàng Trong là phần nước Việt từ sông Gianh trở vào được dùng trong giai đoạn từ 1672 đến 1786.

2. Trường thi Hà Nam

Dưới Triều Nguyễn đầu tiên có 8 trường thi. Trường Hà Nội thi đến năm 1879 và đóng cửa 1882. Năm 1886 vua Đồng Khánh cho hợp thí trường Nam Định với trường Hà Nội, thi tại Nam Định gọi là trường Hà Nam. Từ đó hai trường Hà Nội, Nam Định thành 1 trường thi cho đến năm 1915 là khoá thi Hán học cuối cùng. Chú ý, từ 1886 cả nước có 5 trường thi: Thừa Thiên, Hà Nam (Nam Định), Thanh Hóa, Nghệ An và Gia Định. Sĩ tử trường Hà trước đây gồm: Hà Nội, Sơn Tây, Tuyên Quang, Hưng Hóa, Thái Nguyên, Lạng Sơn, Cao Bằng và Bắc Ninh. Sĩ tử trường Nam trước đây gồm: Nam Định, Hưng Yên, Quảng Yên, Hải Dương. (Lưu ý bạn đọc lúc đó tỉnh Hà Nam chưa có mà còn thuộc Hà Nội và Nam Định, Thái Bình chưa có mà còn thuộc Nam Định, Hải Phòng chưa có mà còn thuộc Hải Dương).

Vậy Hà Nam chỉ trường thi dành cho cả Bắc Kỳ và thi tại Nam Định từ 1886 đến 1915.

3. Tỉnh Hà Nam

Năm 1890 một phần đất phía nam của tỉnh Hà Nội và một phần đất phía bắc của tỉnh Nam Định được cắt ra để lập tỉnh Hà Nam, một tỉnh mới (Chữ Hà là Hà Nội, chữ Nam là Nam Định).

Vậy Hà Nam chỉ tỉnh Hà Nam từ 1890 đến 1964 và từ 1996 đến nay.

4. Nam Hà là tên một tỉnh trước đây

Năm 1965 tỉnh Nam Hà được thành lập do sáp nhập Nam Định và Hà Nam, tỉnh lị là thành phố Nam Định. Năm 1975 sáp nhập Nam Hà và Ninh Bình thành tỉnh Hà Nam Ninh, tỉnh lị là thành phố Nam Định.

Năm 1991 tỉnh Nam Hà tái lập do tách Hà Nam Ninh thành hai tỉnh Nam Hà, Ninh Bình.

Năm 1996 tỉnh Nam Hà tách thành hai tỉnh Nam Định và Hà Nam như cũ. Vậy tỉnh Nam Hà có hai giai đoạn tồn tại là 1965 - 1975 và 1991 - 1996, tổng cộng là chỉ có 15 năm.

Thời kì đất nước chia cắt, mỗi tỉnh miền Bắc kết nghĩa với một tỉnh miền Nam. Vì thế Nam Định nay có chợ Mỹ Tho, phố Mỹ Tho. Hà Nam kết nghĩa với Biên Hòa nên có trường THPT Biên Hòa và ở Biên Hòa nay có trường THPT Nam Hà.

Ngày nay còn Công ty cổ phần Dược Nam Hà thuộc tỉnh Nam Định, trụ sở 415 phố Hàn Thuyên. Nhiều người nhầm với Công ty cổ phần Dược Hà Nam, vốn tách ra từ Công ty Dược Nam Hà.

5. Hà Nam là tên đảo thuộc thị xã Quảng Yên, Quảng Ninh

Dân cư ở đây có gốc gác từ Kim Liên, Hà Nội đi khai hoang lập ấp từ đời vua Lê Thái Tông 1434. Cái tên Hà Nam có lẽ mang tên theo nghĩa phía Nam của sông gợi nhớ gốc tích vùng quê Nam sông Hồng.

6. Ngày nay chỉ còn tên Hà Nam, Nam Hà như sau:

Tỉnh Hà Nam (tỉnh lị là Phủ Lý)
Đảo Hà Nam thuộc thị xã Quảng Yên, Quảng Ninh
Công ty Dược Nam Hà (thuộc tỉnh Nam Định)
Công ty Dược Hà Nam (tỉnh Hà Nam)
Trường THPT Nam Hà (Biên Hòa, Đồng Nai)
Đội bóng nữ Phong Phú, Hà Nam
Ngoài ra còn: Trường THCS Nam Hà, Kiến An, Hải Phòng

Như vậy tỉnh Nam Hà chỉ có trong 15 năm, từ 1965 đến 1975 và 1991 đến 1996, tỉnh lị là Nam Định.

Bạn đừng nhầm tỉnh Hà Nam ngày nay với tỉnh Nam Hà ngày xưa.

Câu hỏi: Câu thơ *Nhà nước ba năm mở một khoa / Trường Nam thi lẫn với trường Hà* là của ai, viết năm nào?



Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu giải bài mà được đăng tên trên TTT thì có được nhận quà không ạ? Mấy đứa bạn em được đăng tên nhưng không được nhận gì cả.

Nhóc Con tò mò

(THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Đáp:

Được khen thì đã khen rồi
Nếu ghi được nhận thì ngồi chờ thôi
Quà đang mang đến tận nơi
Đúng tên đúng tuổi đúng người được trao



Hỏi: Em luôn tự ti trong học tập, luôn không chắc chắn về những đáp án mình đưa ra. Anh có cách gì giúp em không ạ?

HOÀNG TRUNG NGUYÊN

(7A, THCS Đông Lâm, Tiền Hải, Thái Bình)

Đáp:

Tự tin vốn gốc tự ti
Thu mình nhỏ lại bé đi
Trước đám đông nói lí nhí
Thầy hỏi như không biết gì
Bây giờ mạnh dạn lên đi
Thở sâu rồi nói to lên ngại gì
N lần cái tự ti
Biết đâu thành cái tự tiN bất ngờ



Hỏi: Ngồi cạnh em có một bạn rất hay nói chuyện riêng. Làm cách nào để bạn ấy đừng nói chuyện nữa mà chú ý vào học hơn ạ?

NGUYỄN THỊ BĂNG BĂNG

(7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, Nghệ An)

Đáp:

Giờ ra chơi gặp bạn
Nói thật nhiều chuyện đi
Dốc xong bầu tâm sự
Vào giờ chắc bớt đi
Nếu vẫn còn nói nữa
Chắc cũng chỉ thầm thì

ANH PHÓ



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(161+162).

Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2016}$ (có 2015 số hạng). Chứng minh rằng $A > \frac{21}{11}$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG
(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 2(161+162). Cho tam giác ABC với $3\hat{A} = 6\hat{B} = 10\hat{C}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD = AB. Chứng minh rằng BD = AC.

THÂN VĂN CHƯƠNG
(GV. THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, Quảng Nam)

CÁC LỚP THCS

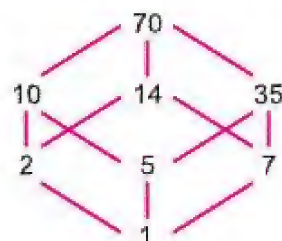
Bài 3(161+162). Cho P(x) là đa thức bậc 4 với hệ số bậc cao nhất bằng 1. Biết rằng P(2013) = 2014, P(2014) = 2015 và P(2015) = 2016. Tính P(2012) + P(2016).

TRẦN VĂN HƯNG
(GV. THCS Yên Thanh, Can Lộc, Hà Tĩnh)

Bài 4(161+162). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = a + b + c - abc$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 5(161+162).
Đặt D_{70} = {1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70} (tập hợp các ước của 70). Ta vẽ biểu đồ cho D_{70} như hình bên.



Tìm quy luật của biểu đồ trên. Hãy xác định các phần tử của D_{210} rồi vẽ biểu đồ cho D_{210}.

VŨ KIM THỦY

Bài 6(161+162). Cho tam giác ABC với phân giác AD. Gọi P, Q là hai điểm thuộc đoạn thẳng AD sao cho $\widehat{ABP} = \widehat{CBQ}$. Gọi E, F thứ tự là hình chiếu vuông góc của P lên AC, AB, gọi H là hình chiếu vuông góc của Q lên BC và K là hình chiếu vuông góc của H lên EF. Chứng minh rằng KH là phân giác của $\widehat{BKC}$.

TRẦN QUANG HÙNG
(GV. trường THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(161+162). Let $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2016}$ (which contains 2015 terms). Prove that $A > \frac{21}{11}$.

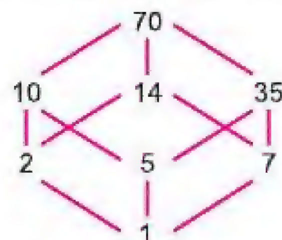
2(161+162). Given a triangle *ABC* having $3\angle A = 6\angle B = 10\angle C$. Let *D* be a point on the side *AC* such that *AD* = *AB*. Prove that *BD* = *AC*.

3(161+162). Let *P*(*x*) be a 4^{th} degree polynomial having a leading coefficient of 1. Given that *P*(2013) = 2014, *P*(2014) = 2015, and *P*(2015) = 2016. Find *P*(2012) + *P*(2016).

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016–2017

4(161+162). Let *a*, *b*, and *c* be real numbers such that $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Find the maximum value and the minimum value of the expression $M = a + b + c - abc$.

5(161+162). Let D_{70} = {1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70} (which is a set of the factors of 70). A graph for D_{70} is given beside.



Find the pattern of the above graph. Determine the elements of D_{210} and draw the graph for D_{210}.

6(161+162). Given a triangle *ABC* and its angle bisector *AD*. Let *P* and *Q* be the points on *AD* such that $\angle ABP = \angle CBQ$. Let *E* and *F* be the orthogonal projection of *P* onto *AC* and *AB*, respectively. Let *H* be the orthogonal projection of *Q* onto *BC* and *K* be the orthogonal projection of *H* onto *EF*. Prove that *KH* is the angle bisector of $\angle BKC$.

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

THĂM TRẠI THƯƠNG BINH THUẬN THÀNH, BẮC NINH



Ngày 15.7.2016, trong dịp kỉ niệm 69 năm ngày Thương binh Liệt sĩ, đoàn cựu chiến binh NXB Giáo dục Việt Nam và Hội cựu chiến binh quận Hoàn Kiếm, Hà Nội đã đến Trại thương binh nặng Thuận Thành, Bắc Ninh. Ông Nguyễn Minh Khang, phụ trách cơ quan văn phòng; ông Nguyễn Quý Thao, nguyên TBT NXBGDVN; ông Hà Sỹ Chuẩn, Chủ tịch Hội CCB NXB; ông Vũ Kim Thủy, UV BCH Hội và các thành viên trong đoàn đã thăm hỏi, tặng quà các thương binh. Hội CCB quận đã có những tiết mục văn nghệ tặng các thương binh.

PV. TTT

CUỘC THI AMC LẦN ĐẦU TIÊN TỔ CHỨC TẠI VIỆT NAM



Sáng ngày 28.7.2016 lần đầu tiên Cuộc thi Toán học Úc (Australian Mathematics Competition, AMC) được tổ chức ở Việt Nam tại trường Ngôi Sao Hà Nội, Q. Thanh Xuân, Hà Nội. Cuộc thi này lần đầu tiên được tổ chức năm 1978. Từ năm 2004, cuộc thi đã mở rộng cho cả đối tượng học sinh Tiểu học. Đến năm 2015 đã có hơn 14 triệu lượt thí sinh của hơn 40 quốc gia trên thế giới tham gia dự thi. Cuộc thi năm nay được tổ chức ở Việt Nam với 5 cấp độ: cấp độ 1 (lớp 3 và 4), cấp độ 2 (lớp 5 và 6), cấp độ 3 (lớp 7 và 8), cấp độ 4 (lớp 9 và 10), cấp độ 5 (lớp 11 và 12). Bài thi của các thí sinh sẽ được chuyển sang Úc để chấm bằng máy. Năm nay có hơn 1000 thí sinh từ 30 tỉnh thành trong cả nước đăng kí tham gia dự thi. Đại sứ quán Úc tại Hà Nội đã hỗ trợ Ban tổ chức tại Việt Nam trong quá trình tổ chức cuộc thi. Do bận công tác tại thành phố Hồ Chí Minh, Ngài Đại sứ Úc tại Việt Nam đã cử bà Kim Cleary, Tham tán Giáo dục - Khoa học của Sứ quán đến tham dự Lễ khai mạc và phát biểu chào mừng. Cuộc thi Toán học Úc được tổ chức tại Việt Nam sẽ động viên phong trào học toán tiếng Anh trong các nhà trường. Đây cũng là một kênh thông tin để các cấp quản lí giáo dục, giáo viên, các vị phụ huynh, các em học sinh có thể tìm hiểu về phương pháp dạy và học Toán của Úc.

TTT

LỄ RA MẮT SẢN PHẨM BIGSCHOOL



Chiều ngày 1.8.2016, Lễ ra mắt sản phẩm BigSchool được tổ chức tại trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, Hà Nội. Đến dự có ông Phạm Tất Thắng, Phó Chủ nhiệm ủy ban Văn hóa, Giáo dục, Thanh niên, Thiếu niên và Nhi đồng của Quốc hội; TS. Nguyễn Vinh Hiển, Thứ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo; ông Nguyễn Minh Hồng, Thứ trưởng Bộ thông tin và Truyền thông; ông Nguyễn Long Hải, Bí thư Ban chấp hành Trung Ương Đoàn, Chủ tịch Hội đồng Đội Trung Ương; ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; ông Nguyễn Ngọc Thủy, Chủ tịch HĐQT Công ty Cổ phần Tập đoàn Giáo dục Egame (Egroup); TS. Lê Thống Nhất, Tổng Giám đốc Công ty Cổ phần Trường học lớn Việt Nam, ... BigSchool giúp kết nối giáo viên và học sinh trong và ngoài nước, đồng thời đáp ứng nhu cầu của phụ huynh học sinh trong việc theo dõi toàn bộ quá trình học tập của con em mình. BigSchool là một trường học không hạn chế số lượng giáo viên và học sinh. Với phương châm: Đọc ngày ngày, học hăng say, hỏi biết ngay, chơi rất hay, thi tiến bộ, mạng xã hội học tập bigschool.vn hứa hẹn là một địa chỉ để các em học sinh có thể học mà chơi, chơi mà học. Bạn cũng có thể đọc tạp chí Toán Tuổi thơ điện tử và nhiều tài liệu bổ ích khác trên bigschool.vn. Toán Tuổi thơ là một trong mười lăm đối tác đầu tiên của bigschool.vn.

TTT

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT161M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 09 năm 2016.



Toán tuổi thơ 2

NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740



NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH

65 năm Khoa Toán ĐHSP Hà Nội
50 năm Chuyên toán ĐHSP Hà Nội
50 năm Chuyên toán Đại học Vinh

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH



Nơi tạo dựng tương lai cho tuổi trẻ



Toán tuổi thơ – TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: Họa sĩ TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 Tr 2
Tổng các chữ số của một số tự nhiên
Thái Nhật Phượng

Học ra sao? Giải toán thế nào? Tr 4
Bài toán tìm giá trị của biến để giá trị của biểu thức là số nguyên
Trịnh Phong Quang

Đo trí thông minh Tr 5
Số nào nhỉ?
Nguyễn Ngọc Hùng

Cửa sổ AC Tr 7
Myanmar gần và xa
Vũ Kim Thủy

Nhìn ra thế giới Tr 9
Đề thi Toán và Khoa học Quốc tế IMSO năm 2015
Trịnh Hoài Dương

Com pa vui tính Tr 15
Chỉ dùng thước
Nguyễn Xuân Bình

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc Tr 16
Tờ giấy bí ẩn
Đặng Hữu Hoàng Quân

Bạn đọc phát hiện Tr 18
Thêm một bất đẳng thức hình học
Tạ Thập

Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 22
Số điều hòa
Kiều Đình Minh

Đề thi các nước Tr 24
AMC 2015
Senior Division (Tiếp theo kì trước)
Đỗ Trung Hiệu



TỔNG CÁC CHỮ SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Ta kí hiệu S(n) là tổng các chữ số của số tự nhiên n khác 0.

I. Tính chất

Với $n \neq 0$ thì S(n) có một số tính chất sau đây:

1. $S(n) = S(10^k.n)$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.

2. $n \equiv S(n) \pmod 3$ hay $n - S(n) \vdots 3$; $n \equiv S(n) \pmod 9$ hay $n - S(n) \vdots 9$.

3. Nếu S(m) = S(n) thì $m \equiv n \pmod 9$ hay $m - n \vdots 9$.

4. $0 < S(n) \leq n$.

5. n có k chữ số thì $10^{k-1} \leq n < 10^k$ và $S(n) \leq 9k$.

6. Nếu $n \leq \overline{aa_1a_2...a_k}$ thì $S(n) \leq (a - 1) + 9k$ khi $\overline{aa_1a_2...a_k}$ có ít nhất một chữ số khác 9 và $S(n) \leq a + 9k$ khi $\overline{aa_1a_2...a_k} = \overline{99...9}$.

II. Bài tập áp dụng

Bài 1. Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100 liền nhau ta được số A = 12345...99100. Nếu đặt dấu "+" vào giữa hai chữ số nào đó của A thì được tổng của hai số B và C. Hỏi B + C có chia hết cho 2015 không?

Lời giải. Ta có

$S(\overline{12...9}) = 45$, $S(\overline{1011...19}) = 10.1 + 45$

$S(\overline{2021...29}) = 10.2 + 45, ...,$

$S(\overline{9091...99}) = 10.9 + 45$, $S(100) = 1$.

Do đó $S(A) \equiv S(B + C) \equiv 45.10 + (1 + 2 + ...+ 9).10 + 1 = 901 \pmod 3 \Rightarrow$ B + C không chia hết cho 3.

Vậy B + C không chia hết cho 2015.

Bài 2. Hai số khác nhau đều có 100 chữ số, trong đó có 40 chữ số 1, 30 chữ số 2, 20 chữ số 3, 10 chữ số 4. Hỏi số này có thể chia hết cho số kia không?

Lời giải. Gọi hai số đó là m và n (m > n).

Ta có S(m) = S(n) = 40.1 + 30.2 + 20.3 + 10.4 $= 200 \equiv 2 \pmod 9$. (1)

$\Rightarrow$ m và n chia cho 9 đều dư 2 nên n = 9a + 2 $(a \in \mathbb{N})$.

Giả sử $m \vdots n \Rightarrow m = kn$ (k nguyên và $1 < k \leq 4$)

$\Rightarrow m = 9ka + 2k$.

Với $1 < k \leq 4$ thì 2k bằng 4, 6 hoặc 8

$\Rightarrow$ m chia cho 9 dư 4, 6, hoặc 8 (mâu thuẫn với (1)).

Do vậy m không chia hết cho n nên không thể có số này chia hết cho số kia.

Bài 3. Xét số tự nhiên x, đổi chỗ tùy ý các chữ số của x ta được số y. Giả sử $|x - y| = \overline{22...2}$ (n chữ số 2, $n \in \mathbb{N}^*$). Tìm giá trị nhỏ nhất của n và chỉ ra một cặp số tự nhiên x, y để nhận giá trị đó.

Lời giải. Vì S(x) = S(y) nên

$|x - y| \vdots 9 \Rightarrow \overline{22...2} \vdots 9 \Rightarrow 2n \vdots 9 \Rightarrow n \vdots 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 9. Một cặp số tự nhiên (x; y) là (9012345678; 8790123456).

Bài 4. Tìm số chính phương n có 4 chữ số, biết $n \vdots 7$ và S(n) = S(5n).

Lời giải. Ta có $n - S(n) \vdots 9$ và $5n - S(5n) \vdots 9$, suy ra $5n - n - S(5n) + S(n) \vdots 9$

$\Rightarrow 4n \vdots 9$ (vì S(n) = S(5n)).

Nên $n \vdots 9$ mà $n \vdots 7 \Rightarrow n \vdots 63$

$\Rightarrow n = 63k = m^2 \Rightarrow 3^2(7k) = m^2$

$\Rightarrow k = 7h^2$, từ đó $n = 441h^2$.

Mà $1000 \leq n < 10000$ nên $1000 \leq 441h^2 < 10000$

$\Rightarrow h \in \{2; 3; 4\}$

$\Rightarrow n \in \{1764, 3969, 7056\}$. Thử lại đúng.

Bài 5. Cho số nguyên tố p > 3. Biết rằng có số tự nhiên n sao cho p^n có đúng 20 chữ số. Chứng minh rằng trong 20 chữ số này có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

Lời giải. Giả sử trong 20 chữ số của p^n không có 3 chữ số nào giống nhau, suy ra mỗi một chữ số 0, 1, 2, 3,..., 9 đều xuất hiện đúng 2 lần. Do đó $S(p^n) = 2(0 + 1 + 2 + ...+ 9) = 90 \vdots 3$

$\Rightarrow p^n \vdots 3$ (vô lí). Vậy ta có điều phải chứng minh.

Bài 6. Có hay không một số chính phương n mà S(n) = 2004.

Lời giải. Giả sử tồn tại số chính phương n mà S(n) = 2004 ⇒ S(n) không chia hết cho 9 và S(n) chia hết cho 3 nên n ⋮ 3. Vì n là số chính phương nên n ⋮ 9 ⇒ S(n) ⋮ 9 (mâu thuẫn).

Vậy không tồn tại số chính phương n thỏa mãn đề bài.

Bài 7. Chứng minh rằng $A = \overline{\underbrace{5555...55}_{n \text{ chữ số } 5}27} + 4n \,\vdots\, 9$.

Lời giải. Ta có

$A = 5(\overline{\underbrace{1111...11}_{n \text{ chữ số } 1}00} - n) + 9(n+3)$

Vì $S(\overline{1...100}) = n$ nên $\overline{1...100} - n \,\vdots\, 9$, mà $9(n+3) \,\vdots\, 9$.

Do đó A ⋮ 9.

Bài 8. Cho $A = \overline{9...9}$ (n chữ số 9). Hãy so sánh S(A) và S(A^2).

Lời giải. Ta có $A + 1 = 10^n$

$A^2 = (A-1)(A+1) + 1 = (\overline{9...9} - 1)(\overline{9...9} + 1) + 1$

$= \overline{9...980...01}$ (n −1 chữ số 9 và n −1 chữ số 0).

Vậy $S(n^2) = 9n = S(n)$.

Bài 9. Tìm n ∈ N biết

a) n + S(n) = 2000.

b) n + 2S(n) = 2000.

c) n + S(n) + S(S(n)) = 60.

Lời giải. a) Từ đề bài ta suy ra n ≤ 1999 nên S(n) ≤ 1 + 9.3 = 28, do đó n ≥ 2000 − 28 = 1972.

Đặt $n = \overline{19ab}$ thì $\overline{19ab} + 1 + 9 + a + b = 2000$

⇒ 11a + 2b = 90

⇒ a chẵn và do 7 ≤ a ≤ 9 nên a = 8 ⇒ b = 1.

Vậy n = 1981. Thử lại đúng.

b) Vì n − S(n) ⋮ 3 nên n + 2S(n) = n − S(n) + 3S(n) ⋮ 3.

Mà 2000 không chia hết cho 3.

Vậy không có giá trị n nào thỏa mãn yêu cầu đề bài.

c) Từ đề bài suy ra n < 60 ⇒ S(n) ≤ 5 + 9 = 14 nên S(S(n)) ≤ 9.

Từ đó S(n) + S(S(n)) ≤ 23

⇒ 60 ≤ n + 23. Do đó 37 ≤ n < 60.

Vì n ≡ S(n) ≡ S(S(n)) (mod 9) và 60 ≡ 6 (mod 9) nên 3n ≡ 6 (mod 9)

⇒ n ≡ 2; 5; 8 (mod 9).

Do đó n ∈ {38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59}.

Thử lại chỉ có 44, 47, 50 thỏa mãn.

Vậy n ∈ {44, 47, 50}.

Bài 10. Tìm n ∈ N biết $S(n) = n^2 - 2016n + 9$.

Lời giải. Vì $S(n) > 0 \Rightarrow n^2 - 2016n + 9 > 0$

$\Rightarrow n^2 + 9 > 2016n \Rightarrow n + \frac{9}{n} > 2016 \Rightarrow n \geq 2016.$

Vì $S(n) \leq n \Rightarrow n^2 + 9 \leq 2017n \Rightarrow n + \frac{9}{n} \leq 2017$

⇒ n < 2017. Do đó n = 2016.

Thử lại thỏa mãn. Vậy n = 2016.

Bài 11. Cho $a = (2^9)^{1945}$. Đặt S(a) = b, S(b) = c. Tính S(c).

Lời giải. Ta có $a = (2^3)^{5835} < 10^{5835}$

⇒ b = S(a) ≤ 9.5835 = 52515

⇒ c = S(b) ≤ 4 + 4.9 = 40.

Suy ra S(c) ≤ 3 + 9 = 12.

Ta có $S(c) \equiv c \equiv b \equiv (2^3)^{5835} \equiv -1 \pmod 9$

⇒ S(c) = 8.

Các bạn hãy áp dụng các tính chất trên để giải các bài tập dưới đây nhé.

Bài 1. Cho S(n) = S(2009n). Chứng minh rằng n ⋮ 9.

Bài 2. Chứng minh rằng S(999n) = 27 với n = 1, 2, 3,..., 999.

Bài 3. Chứng minh rằng nếu n ⋮ 999 thì S(n) ≥ 18.

Bài 4. Tìm n ∈ ℕ biết $S(n) = n^2 - 1988n + 26$.

Bài 5. Tìm n ∈ ℕ biết n + S(n) + S(S(n)) = 90.

Bài 6. Cho $a = 4444^{4444}$. Đặt S(a) = b, S(b) = c. Tính S(c).

Bài 7. Chứng minh rằng S(n^2) có dạng 9k hoặc 9k + 1, hoặc 9k + 4 hoặc 9k + 7 (k ∈ ℕ).

Bài 8. Cho số tự nhiên a sao cho nếu đổi chỗ các chữ số của a thì được số b gấp 3 lần số a. Chứng minh rằng b ⋮ 27.

Bài 9. Chứng minh rằng trong 1900 số tự nhiên liên tiếp có một số có tổng các chữ số chia hết cho 27.

Bài 10. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số, trong đó mỗi chữ số đều có mặt một lần ở mỗi số. Hỏi có tồn tại hai số mà số này chia hết cho số kia không?





BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIẾN
ĐỂ GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC LÀ SỐ NGUYÊN

TRỊNH PHONG QUANG *(GV. THCS Quảng Lạc, Nho Quan, Ninh Bình)*

Trong các kì thi chọn học sinh giỏi lớp 9, thi tuyển sinh vào THPT, chúng ta thường gặp bài toán rút gọn biểu thức chứa biến dưới dấu căn bậc hai và tìm các giá trị nguyên của biến (hoặc tìm các giá trị của biến) để giá trị của biểu thức là số nguyên. Bài viết này chúng ta sẽ xét một số dạng toán đó qua các ví dụ minh họa.

● **Nhận xét:** Với n là số nguyên dương và n không là số chính phương thì $\sqrt{n}$ là số vô tỉ.

Chứng minh.

Giả sử $\sqrt{n}$ là số hữu tỉ.

Đặt $\sqrt{n}=\frac{a}{b}$; $a,b\in\mathbb{N}$; $(a,b)=1$; $b\neq 0$.

Suy ra $a^2=n.b^2$.

Vì n là số nguyên dương, n không là số chính phương nên tồn tại một số nguyên tố p nào đó là ước của n và không là ước của n^2.

Suy ra $a^2 \vdots p \Rightarrow a \vdots p \Rightarrow a^2 \vdots p^2 \Rightarrow b \vdots p$ (mâu thuẫn với giả thiết (a, b)= 1).

Do đó điều giả sử là sai.

Vậy $\sqrt{n}$ là số vô tỉ.

Ví dụ 1. Cho biểu thức

$$E=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}};$$

với $x\geq 0$; $x\neq 4$; $x\neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức E.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức E nguyên.

Lời giải. a) Biến đổi ta được $E=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$.

b) Ta có $E=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=1+\frac{4}{\sqrt{x}-3}$.

● Nếu x không là số chính phương thì $\sqrt{x}$ là số vô tỉ. Suy ra E là số vô tỉ (loại).

● Nếu x là số chính phương thì $\sqrt{x}$ là số nguyên nên để E có giá trị nguyên thì $4 \vdots (\sqrt{x}-3)$.

Mà $\sqrt{x}-3\geq -3$ nên $(\sqrt{x}-3)\in\{-2;-1;1;2;4\}$

$\Rightarrow \sqrt{x}\in\{1;2;4;5;7\}\Rightarrow x\in\{1;4;16;25;49\}$.

Kết hợp với ĐKXĐ ta được x = 1; 16; 25; 49.

Ví dụ 2. Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8}-\frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4}\right)\left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}}-\sqrt{3x}\right)$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

(Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9, Thừa Thiên - Huế năm học 2006 - 2007)

Lời giải. ĐKXĐ $x\geq 0$; $x\neq\frac{4}{3}$.

a) $A=\frac{3x-2\sqrt{3x}+1}{\sqrt{3x}-2}=\frac{3x-3}{\sqrt{3x}-2}-2$.

b) ● Nếu 3x = 3 hay x = 1 thì A = −2.

● Nếu $x\neq 1$ và 3x không là số chính phương thì $\sqrt{3x}$ là số vô tỉ. Suy ra A là số vô tỉ (loại).

● Nếu 3x là số chính phương thì $\sqrt{3x}$ là số nguyên nên để E có giá trị nguyên thì

$(3x-3)\vdots(\sqrt{3x}-2)\Rightarrow((\sqrt{3x}-2)(\sqrt{3x}+2)+1)\vdots(\sqrt{3x}-2)$

$\Rightarrow 1\vdots(\sqrt{3x}-2)\Rightarrow(\sqrt{3x}-2)\in\{-1;1\}$

$\Rightarrow\sqrt{3x}\in\{1;3\}\Rightarrow 3x\in\{1;9\}\Rightarrow x\in\{\frac{1}{3};9\}$.

Vì x là số nguyên và so với ĐKXĐ ta được x = 9.

Vậy $x\in\{1;9\}$.

Ví dụ 3. Cho biểu thức

$$P=\frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4}-\frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải. ĐKXĐ $x\geq 0$; $x\neq 1$.

a) $P=\frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$.

b) $P=\frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}=\frac{19-3(\sqrt{x}+4)}{\sqrt{x}+4}=\frac{19}{\sqrt{x}+4}-3>-3$.

Ta có $x\geq 0\Rightarrow\sqrt{x}+4\geq 4\Rightarrow\frac{19}{\sqrt{x}+4}\leq\frac{19}{4}$

$\Rightarrow P\leq -3+\frac{19}{4}=\frac{7}{4}$. Suy ra $-3<P\leq\frac{7}{4}$.

Vì P là số nguyên nên $P\in\{-2;-1;0;1\}$. ☞



Kì này SỐ NÀO NHỈ?

Bài 1. Hãy tìm quy luật và viết tiếp một số hạng của dãy số sau:

$$\frac{1}{168}; \frac{1}{144}; \frac{1}{126}; \frac{1}{112}; ...$$

Bài 2. Cho dãy số 70; 161; 184; ... trong đó mỗi số hạng của dãy số bằng tổng các chữ số của số hạng đứng trước số đó nhân với 23. Hỏi số hạng thứ 2016 bằng bao nhiêu?

NGUYỄN NGỌC HÙNG *(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)*

Kết quả ĐỐ BẠN BIẾT HÌNH NÀO, SỐ NÀO? (TTT2 số 159+160)

Nhận xét. Bài 1 chỉ cần để ý đến số ngôi sao trong mỗi hình. Một số bạn nêu quy luật tỉ số giữa số ngôi sao và số chấm tròn, cũng đúng nhưng không phải dấu hiệu đặc trưng.

Bài 2 nhiều bạn diễn đạt chưa rõ khi gọi tên các số ở đỉnh của tam giác.

Quy luật.

Bài 1. Số các ngôi sao trong mỗi hình A, C, D là số chẵn, còn số ngôi sao trong hình B là số lẻ. Vậy hình B không phù hợp với các hình còn lại.

Bài 2. Ở mỗi hình, số nằm trong tam giác bằng tích của số ở đỉnh phía trên và số ở đỉnh phía dưới bên trái; số ở đỉnh phía dưới bên phải bằng tổng của số bên trong tam giác và số ở đỉnh phía dưới bên trái. Theo quy luật đó, dấu **?** bên trong tam giác là số **24** (= 3·8), dấu **?** ở đỉnh phía dưới bên phải là số **32** (= 24 + 8).



Xin trao thưởng cho các bạn giải tốt cả hai bài: *Nguyễn Tiến Phong*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Mai Thanh Tâm, Đào Ngọc Hải Đăng*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 8/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Bạch Bùi Nguyệt Anh*, 6D, *Vũ Ngọc Ánh Tuyết*, 6B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Dương Thị Hồng*, 7A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Thân Hoài Thương*, 7/7, THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, **Quảng Nam.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH



☞ Suy ra $x \in \left\{225; \frac{121}{4}; \frac{49}{9}; \frac{9}{16}\right\}$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Bài tập

Bài 1. Cho biểu thức sau với $x > 0$, $x \neq 4$:

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2}\right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}.$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để A có giá trị là một số nguyên.

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT chuyên Thái Bình năm học 2014 - 2015)

Bài 2. Cho biểu thức

$$B = \frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

a) Rút gọn B.

b) Tìm x để biểu thức $D = \frac{2\sqrt{x}}{B}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 3. Cho biểu thức $C = \frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$.

Tìm tất cả các giá trị của x để C nhận giá trị nguyên.



Kì này LỜI GIẢI CÓ ĐẸP KHÔNG?

Bài toán. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.
So sánh 5AB + 3AC và 5AH + 3BC.

Một học sinh đã giải như sau:

Ta có AB.AC = AH.BC (= $2S_{ABC}$).

Suy ra $\frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{3AC - 5AH}{3BC - 5AB} = \frac{AC}{BC}$.

Mà $\frac{AC}{BC} < 1$ nên $\frac{3AC - 5AH}{3BC - 5AB} < 1$.

Suy ra 3AC – 5AH < 3BC – 5AB.

Do đó 5AB + 3AC < 5AH + 3BC.

Các bạn thấy lời giải trên có đẹp không?



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM KHÔNG? (TTT2 số 159+160)

Lời giải sai ở suy luận $x^2y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 0$, vì khi $x = 0$ thì bất đẳng thức $x^2y \geq 0$ xảy ra với số y tùy ý. Lời giải đúng cần xét hai trường hợp.

- TH1: x = 0 thì phương trình có dạng y + 1 = 0, suy ra y = – 1.
- TH2: $x \neq 0$ mà $x^2y \geq 0$ thì hoặc y = 0, hoặc y > 0.

* Với y = 0 thì phương trình có dạng $x^2 + 1 = 0$ nên phương trình $x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y + 1 = 0$ vô nghiệm.

* Với y > 0 thì y + 1 > 0 nên phương trình $x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y + 1 = 0$ vô nghiệm.

Cũng có thể giải như đề ra khi x khác 0.
Phương trình có nghiệm duy nhất là (x; y) = (0; –1).

Nhận xét. Có bạn sai khi viết
$x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y = (x + \sqrt{y})^2$ với y > 0.



Các bạn sau được thưởng: *Lê Thị Phương Linh*, 7B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tiến Phong*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lương Thiện Quang*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Dương Văn Minh*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

Các bạn sau được khen: *Lê Đức Thái*, 8A2, *Chu Thị Thanh*, *Chu Văn Việt*, *Trần Hồng Quý*, *Lê Ngọc Hoa*, *Phùng Thị Khánh Linh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Đỗ Minh Hiếu*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình.**

ANH KÍNH LÚP

CÁC BẠN ĐƯỢC THƯỞNG






Từ trái sang phải: Lê Thị Xuân Thu, Chu Thị Thanh, Lưu Thị Phương, Mai Ánh Quỳnh.



MYANMAR GẦN VÀ XA

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

1. Gần

Myanmar rất gần với chúng ta bởi chỉ có 3 giờ bay là tới. Từ Hà Nội, máy bay qua bầu trời Laos và Thailand rồi hạ cánh ở Yangon, thủ đô cũ của Myanmar, thành phố cảng. Khi chúng tôi đến là vừa hết mùa khô nóng. Khí hậu Myanmar đầu tháng 7 không khác lắm với Hà Nội. Những cơn mưa đến bất chợt rồi tạnh như thời tiết phương Nam nước mình. Từ Bắc xuống Nam, Myanmar ở gần như tương đương vĩ độ với nước ta. Thủ đô cũ Yangon ngang vĩ độ với tỉnh Quảng Trị của nước mình.

Một bất ngờ lớn với đoàn chúng tôi là các món ăn ở nước bạn gần giống với các món của Việt Nam và rất ngon. Tuấn, người hướng dẫn đoàn cho biết thêm số đông các đoàn khách nước mình sang đều khen món ăn ở nước bạn là ngon.

Phố xá của Myanmar khá giống với khu phố Tây có từ Pháp của Hà Nội, Sài Gòn. Đường phố nhiều cây xanh như đường phố quận Ba Đình. Xe khách gợi nhớ thời chúng ta đang ở thời kì bao cấp. Xe cũ, chở đông người chen chúc, không điều hòa. Phụ xe đứng ở cửa mở sẵn sàng làm dấu hiệu cho xe dừng, đón khách.

Myanmar còn gần với Việt Nam ở văn hóa với rất nhiều chùa thờ Phật. Gần với Nepal và India, Myanmar mới thực là đất nước chùa tháp. Vô vàn tháp Vàng chĩa lên trời xanh.

Một nét gần nữa là giữa trung tâm Yangon, một khu siêu thị, ngân hàng, văn phòng và nhà ở của Hoàng Anh Gia Lai mới mọc lên. Nóc tòa nhà có chữ VIỆT NAM màu đỏ nổi bật.

Nhiều chiếc xe lam chở khách trên đường phố gợi lại hình ảnh Sài Gòn ngày mới giải phóng.

2. Xa

Xa đây không phải xa về địa lí mà vì còn ít người biết về Myanmar. Rất nhiều người Việt mình đã đi Singapore, Thailand, Campuchia, Laos... Cùng ở Đông Nam Á nhưng Myanmar giờ mới thành điểm đến của người Việt, đến tham quan và đến đầu tư.

Người Myanmar trông hiền hành nhưng vẫn có nét đặc trưng khác lạ khi đàn ông có trang phục như mặc váy, đi dép xỏ ngón và bỏm bẻm nhai trầu. Đàn ông Myanmar hầu như không hút thuốc lá như ở nước ta.

Lạ là họ nhổ nước trầu đỏ quạch ra vỉa hè và cả ra phố khi đang lái xe. Trầu ăn không có vỏ và vỏ cau, chỉ có lõi cau và vôi cùng lá trầu nên không có bã trầu.

Lại nói chuyện đi lại. Tuy đường sá Myanmar còn lạc hậu, xe lam, xe khách cũ kĩ nhưng thủ đô Yangon không cho xe máy hoạt động. Ra ngoại thành và nông thôn xe máy mới xuất hiện. Lạ nhất là xe đi theo luật chạy bên phải nhưng đa số xe lại có tay lái đặt bên phải (ta gọi là tay lái nghịch). Vậy nên khách xuống xe phải đi về bên giữa đường. Thường có phụ xe mở cửa, đứng giữa đường cho khách được an toàn.

(Còn tiếp)

LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỒNG KÔNG NĂM 2010 DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ

(VÒNG 1)

(Tiếp theo kì trước)

MAI VŨ *(Sưu tầm, dịch và giới thiệu)*

14.

Ta thấy tam giác đã cho có các cạnh 18, 24, 30 là tam giác vuông. Do vậy trung điểm O của cạnh huyền mỗi tam giác là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác đó và bán kính đường tròn nội tiếp là (18 + 24 − 30) : 2 = 6.

Ta gọi tam giác đã cho là ABC với $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C} = 90^o$, AB = d *(hình vẽ)*.

Đường kính DE của đường tròn đi qua trung điểm của AC tại K. Do vậy, OK là đường trung bình của ΔABC suy ra CK = 12, mà đường kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 12 nên OK là tiếp tuyến của đường tròn nội tiếp. Từ đó BC // DE.
Tương tự có FE // BA. Tam giác thứ hai là DEF. Dễ dàng thấy những phần thuộc 2 tam giác (là 6 tam giác được tô màu) đồng dạng với ΔABC.
Diện tích ΔABC là 18 × 24 : 2 = 216. Ta tính diện 3 vùng tô màu tại A, B, C. Tại A tam giác KOA cạnh 9, 12, 15 có diện tích bằng 216 : 4 = 54.
Tại B tam giác BMN cạnh 6, 8, 10 có diện tích là 6 × 8 : 2 = 24 (vì BM = BO − MO = 15 − 9 = 6).
Tương tự như vậy, tại C là tam giác có cạnh 3, 4, 5, có S = 3 × 4 : 2 = 6 (vì CP = CK − PK = CK − MN = 12 − 8 = 4).
Vậy phần diện tích cần tìm là
216 − 54 − 24 − 6 = 132.

15. Gọi S là trung điểm của AC. Khi đó R ∈ BS với BR : RS = 2 : 1 (vì R là trọng tâm của ΔABC).
Ta có BS = 3 (S là trung điểm của AC và là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC) ⇒ RS = 1.

Đặt AR = x, CR = y

$$S_{ARC} = \frac{1}{2}xy\sin 150^o = \frac{xy}{4}$$

và $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 4S_{APC} = 6S_{ARC} = \frac{3}{2}xy.$

Áp dụng định lí Cosin trong ΔARC, ΔARS, ΔCRS ta có

$$36 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 150^o$$
$$= (3^2 + 1^2 - 2.3.1.\cos\widehat{RSA})$$
$$+ (3^2 + 1^2 - 2.3.1.\cos\widehat{RSC}) + \sqrt{3}xy$$
$$= 20 + \sqrt{3}xy \text{ (vì } \cos\widehat{RSA} = -\cos\widehat{RSC}) \Rightarrow xy = \frac{16}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $S_{ABCD} = \frac{3}{2}\cdot\frac{16}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}.$

16. Biến đổi biểu thức vế trái của phương trình:
$2(100x^2 + 260x + 169)(5x^2 + 13x + 8) = 1.$
Đặt $u = 5x^2 + 13x + 8$, khi đó phương trình trở thành $2(20u + 9)u = 1$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{20} \text{ hoặc } u = -\frac{1}{2} \Rightarrow 5x^2 + 13x + \frac{159}{20} = 0 \text{ (1)}$$

hoặc $5x^2 + 13x + \frac{17}{2} = 0.$ (2)

Từ (1) có $pq = \frac{159}{100}$, từ (2) có $rs = \frac{17}{10}$.

Như vậy pq + rs là số thực.

Đáp án là $\frac{159}{100} + \frac{17}{10} = \frac{329}{100}$.

☞

ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

PHẦN CÂU HỎI CÓ CÂU TRẢ LỜI NGẮN

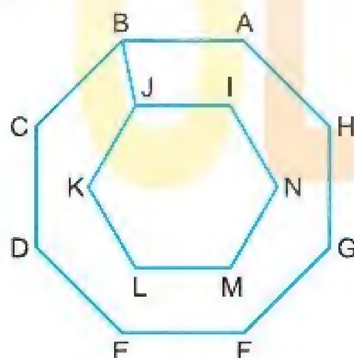
TRỊNH HOÀI DƯƠNG (*GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội*) Sưu tầm và giới thiệu
MAI VŨ (*dịch*)

1. Anne hỏi tuổi thầy giáo của mình. Thầy trả lời "Bây giờ tuổi thầy là một số chính phương nhưng sau ngày sinh nhật của tôi sẽ là một số nguyên tố". Giả sử, tuổi của thầy nhỏ hơn 65 và lớn hơn 20 thì bây giờ thầy bao nhiêu tuổi?

2. Cho biết $\overline{240a84} \times 234 = \overline{56b90256}$. Tính giá trị của a + b.

3. Nếu ta đặt cả 3 phép toán +, –, × với các cách khác nhau vào chỗ giữa các số của biểu thức 5—4—6—3, mỗi chỗ có gạch nối ghi một phép toán. Sau mỗi cách đặt biểu thức mang một giá trị, hãy tính giá trị lớn nhất trong các giá trị đó.

4. Trong hình vẽ dưới đây, hình bát giác đều ABCDEFGH và hình lục giác đều IJKLMN có cùng tâm O sao cho AB // IJ. Biết $\widehat{CBJ} = 56^o$, tính $\widehat{BJK}$, theo đơn vị độ.



5. Một bé trai có một tách trà và một bé gái có một cốc thủy tinh rỗng cùng thể tích với tách trà đó. Bước đầu tiên, cậu bé rót $\frac{1}{2}$ nước trà từ tách sang cốc. Bước thứ hai, cô bé rót $\frac{1}{3}$ nước trà từ cốc sang tách. Bước thứ ba, cậu bé rót $\frac{1}{4}$ nước trà từ tách sang cốc. Bước thứ tư, cô bé rót $\frac{1}{5}$ nước trà từ cốc sang tách. Tiếp tục rót như vậy, sao cho sau mỗi bước, mẫu số tăng thêm 1. Tính phần nước trà còn lại trong tách sau bước thứ 13.



6. Một hội đồng gồm 5 thành viên, người chủ tọa ngồi cố định một ghế của bàn tròn. Có bao nhiêu cách để 4 người còn lại cùng ngồi bàn đó nếu ở đó chỉ có đúng 8 ghế?

(Kì sau đăng tiếp)

17. Theo giả thiết

$$a * b = \frac{\sqrt{a^2 + 3ab + b^2 - 2a - 2b + 4}}{ab + 4}.$$

Biến đổi $a^2 + 3ab + b^2 - 2a - 2b + 4$

$= (a-1)^2 + (b-1)^2 + 3ab + 2 > 0$ với mọi a, b.

Ta thấy $a * b$ xác định và dương khi a, b dương.

Khi a là số dương, ta có

$$a * 2 = \frac{\sqrt{a^2 + 6a + 4 - 2a - 4 + 4}}{2a + 4} = \frac{\sqrt{(a+2)^2}}{2(a+2)} = \frac{1}{2}.$$

18. Đặt $z = \sqrt[5]{x^3 + 20x} = \sqrt[3]{x^5 - 20x}$.

Khi đó ta có $z^5 = x^3 + 20x$ và $z^3 = x^5 - 20x$. Cộng theo vế ta được $z^5 + z^3 = x^5 + x^3$

$\Rightarrow z^5 - x^5 + z^3 - x^3 = 0$. Sau khi biến đổi ta được $0 = (z - x)(z^4 + z^3x + z^2x^2 + zx^3 + x^4 + z^2 + zx + x^2)$. (*)

Vì $x \neq 0$ nên $z \neq 0$. Ta có

$$z^2 + zx + x^2 = \left(z - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2 > 0$$

và $z^4 + z^3x + z^2x^2 + zx^3 + x^4$

$$= z^2\left(z + \frac{x}{2}\right)^2 + x^2\left(x + \frac{z}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}z^2x^2 > 0.$$

Từ đó suy ra thừa số thứ hai trong vế phải của (*) luôn dương, do đó z = x nên

$x = \sqrt[5]{x^3 + 20x} \Rightarrow x(x^2 + 4)(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

Vậy tích các giá trị của x là –5.

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7, QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 120 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(4 điểm)*

1. Tìm x, y, z biết rằng $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+\frac{z^2}{4}=\frac{x^2+y^2+z^2}{5}$.

2. Cho $A=333^{444}$ và $B=444^{333}$. Hãy so sánh A và B.

Bài 2. *(6 điểm)*

1. Cho $A=\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right)\ldots\left(\frac{1}{2015}-1\right)\left(\frac{1}{2016}-1\right)\left(\frac{1}{2017}-1\right)$

và $B=\left(-1\frac{1}{2}\right)\left(-1\frac{1}{3}\right)\left(-1\frac{1}{4}\right)\ldots\left(-1\frac{1}{2015}\right)\left(-1\frac{1}{2016}\right)$. Hãy tính M = A.B.

2. Cho hai số x và y khác 0 thỏa mãn $3x-y=3z$ và $2x+y=7z$. Tính $N=\frac{x^2-2xy}{x^2+y^2}$.

3. Tìm x, y, z biết rằng x và y tỉ lệ nghịch với 3 và 2; y và z tỉ lệ nghịch với 4 và 5 và $3x^2-y^2+z^2=1971$.

Bài 3. *(4 điểm)*

1. Tìm ba số a, b, c biết rằng $\frac{b+c+1}{a}=\frac{a+c+2}{b}=\frac{a+b-3}{c}=\frac{1}{a+b+c}$.

2. Một lớp học được gắn 10 bóng đèn, mỗi bóng đèn có công suất định mức 40 W và hai quạt trần, mỗi quạt trần có công suất định mức 100 W. Biết rằng 1 kW = 1000 W và mỗi tháng lớp đó chỉ học 26 ngày.

a) Nếu lớp học đó sử dụng tất cả các thiết bị trên trong 8 giờ mỗi ngày. Hỏi mỗi tháng lớp học đó tiêu thụ hết bao nhiêu kW.h điện?

b) Để tiết kiệm điện, lớp học chỉ sử dụng bóng đèn trong 3 giờ và quạt trần trong 8 giờ mỗi ngày. Hỏi mỗi tháng lớp đó đã tiết kiệm được bao nhiêu kW.h điện?



Bài 4. *(5 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (AB < AC). Kẻ $BE \perp AC$ tại E và $CF \perp AB$ tại F ($E \in AC$, $F \in AB$), BE cắt CF tại H.

a) Chứng minh $\widehat{AEF}=\widehat{ABC}$.

b) Chứng minh $HA+HB+HC<\frac{2}{3}(AB+BC+CA)$.

Bài 5. *(1 điểm)*

Có 4 đồng tiền với 3 đồng tiền thật có khối lượng như nhau và 1 đồng tiền giả có khối lượng khác. Hãy nêu ra cách tìm đồng tiền giả chỉ với hai lần cân? (cân đĩa và không có quả cân). Hãy giải thích?



LỜI GIẢI ĐỀ THI LỚP 7 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016

Bài 1. a) Ta có

$$M=\left(\frac{1}{6}\right)^2:\frac{1}{36}-12^3\left(\frac{1}{12}\right)^3=1-1=0.$$

b) Sau khi biến đổi B ta được

$$B=(1+2^2)\left[1+2^4+2^8+...+2^{2016}\right]=5.A.$$

$$\Rightarrow\frac{A}{B}=\frac{1}{5}.$$

Bài 2. a) Để áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta đặt

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=k\Rightarrow\begin{cases}x=2k\\y=3k\\z=4k\end{cases}$$

Do đó $8k^2+27k^2-64k^2=-116\Leftrightarrow-29k^2=-116$ $\Leftrightarrow k^2=4\Leftrightarrow k=\pm2$.

- Với k = 2 thì x = 4, y = 6, z = 8.
- Với k = –2 thì x = –4, y = –6, z = –8.

b) Nhận xét $|a+b|\ge|a+b|$. (*)

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow ab\ge0$.

Áp dụng (*) ta có

$$2=\left|2x+\frac{1}{2}\right|+\left|\frac{3}{2}-2x\right|\ge\left|2x+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-2x\right|=2.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}-2x\right)\ge0\Leftrightarrow-\frac{1}{4}\le x\le\frac{3}{4}.$$

Bài 3. Gọi x (đồng) là số tiền phải trả cho 1 m^3 nước (x > 0).

Theo bài ra ta có

(170 – 154)x + (187 – 170)x + (202 – 187)x = 480000 ⇒ x = 10000.

Từ đó ta tính được số tiền phải trả trong tháng 10 là 160000 (đồng), tháng 11 là 170000 (đồng), tháng 12 là 150000 (đồng).

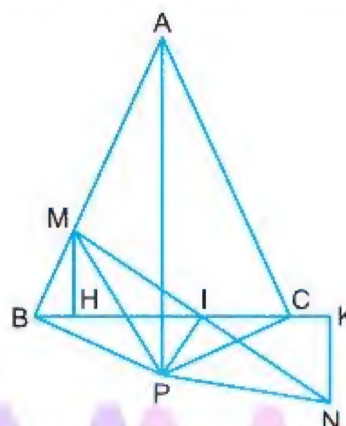
Bài 4.

a) Dễ dàng chứng minh được ΔHBM = ΔKCN (cạnh huyền - góc nhọn).

Suy ra HM = KN.

Từ đó ΔHMI = ΔKNI (cạnh góc vuông - góc nhọn).

⇒ IM = IN. Vậy I là trung điểm của MN.



b) Vì PI là đường trung trực của MN nên MP = NP.

Ta có AP là đường phân giác của góc BAC trong tam giác cân ABC nên AP là đường trung trực của cạnh BC ⇒ BP = CP.

Vậy ΔBMP = ΔCNP (c.c.c).

Suy ra $\widehat{PMB}=\widehat{PNC}$.

c) Dễ dàng chứng minh được ΔABP = ΔACP, suy ra $\widehat{ABP}=\widehat{ACP}$.

Từ ΔBMP = ΔCNP suy ra $\widehat{MBP}=\widehat{NCP}$.

Từ trên suy ra

$\widehat{NCP}=\widehat{ACP}=90^\circ$ (2 góc kề bù bằng nhau)

$\Rightarrow\widehat{MBP}=90^\circ$.

Từ đó PB ⊥ AB, suy ra P cố định.

Bài 5. Đặt $p=\frac{n+43}{n^2-2016}$.

Nhận xét: Để P chưa tối giản thì $\frac{1}{p}$ chưa tối giản.

Để phân số $\frac{1}{p}$ chưa tối giản thì n + 43 và 167 phải có ước chung d ≠ 1.

Số 167 là số nguyên tố.

Vậy các số tự nhiên n cần tìm có dạng n = 167k – 43 với k ∈ {1; 2; 3;... ; 12}.

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(159+160). Cho đa thức $f(x) = ax^2 - bx + c$ với a, b, c là các số nguyên và a khác 0 sao cho f(9) chia hết cho 5 và f(5) chia hết cho 9. Chứng minh rằng f(104) chia hết cho 45.

Lời giải. Ta có $f(x) = ax^2 - bx + c$ nên

$f(5) = 25a - 5b + c$;

$f(9) = 81a - 9b + c$;

$f(104) = 10816a - 104b + c$.

Vì $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $f(104) - f(5) = 10791a - 99b \,\vdots\, 9$. (1)

Mà $f(5) \,\vdots\, 9$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $f(104) \,\vdots\, 9$. (3)

Xét $f(104) - f(9) = 10735a - 95b \,\vdots\, 5$. (4)

Mà $f(9) \,\vdots\, 5$. (5)

Từ (4) và (5), suy ra $f(104) \,\vdots\, 5$. (6)

Mà ƯCLN(5, 9) = 1. (7)

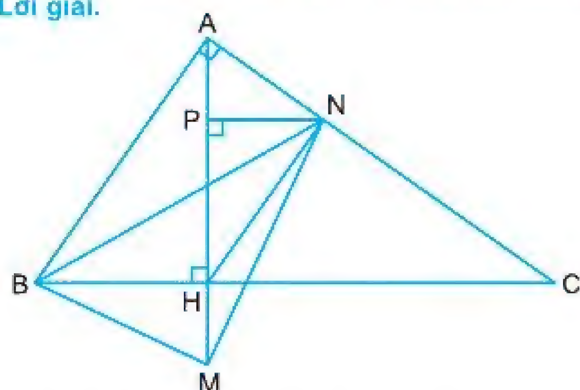
Từ (3), (6) và (7) suy ra $f(104) \,\vdots\, 45$.

Nhận xét. Đây là bài toán về đa thức rất cơ bản, nhiều em tham gia giải và giải đúng. Xin nêu tên một số em trình bày rõ ràng và đẹp hơn: *Đào Văn Chiến, Phạm Minh Hải, Vũ Minh Khải, Trần Anh Tú*, 6A3, *Nguyễn Thu Hương, Nguyễn Đức Tân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thị Phương Anh, Lê Hoàng Quỳnh Dương, Nguyễn Minh Tú*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(159+160). Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm M sao cho AH = 3HM. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AC = 3AN. Tính số đo $\widehat{BMN}$.

Lời giải.



Từ giả thiết AC = 3AN, suy ra $S_{AHC} = 3S_{AHN}$. (*)

Kẻ $NP \perp AH$ ($P \in AH$) thì từ (*) ta có CH = 3NP (theo công thức tính diện tích tam giác).

Áp dụng định lí Py-ta-go vào các tam giác vuông AHC và APN ta có

$AH^2 = AC^2 - HC^2 = (3AN)^2 - (3NP)^2 = 9(AN^2 - NP^2) = 9AP^2$.

Suy ra AH = 3AP.

Ta lại có AH = 3HM nên HM = AP, từ đó AH = PM.

Áp dụng định lí Py-ta-go ta có

$BN^2 = AB^2 + AN^2 = (HB^2 + AH^2) + (AP^2 + NP^2) = (HB^2 + PM^2) + (HM^2 + NP^2) = (HB^2 + HM^2) + (PM^2 + NP^2) = BM^2 + MN^2$.

Theo định lí Py-ta-go đảo thì ΔBMN vuông tại M, hay $\widehat{BMN} = 90^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Trần Hải Nam, Khổng Doãn Hưng, Phạm Thùy Linh, Triệu Hồng Ngọc, Lê Thị Phương Lan, Lê Hồng Anh, Nguyễn Thu Hương, Vũ Ngọc Ánh, Triệu Thị Hồng Ánh, Nguyễn Vũ Hà, Nguyễn Đức Tân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Khánh Huyền*, 7A, THCS Vĩnh Tân, Vĩnh Lộc, **Thanh Hóa**; *Trịnh Hoàng Anh*, 7D, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Trương Nhật Nam*, 7/1, THCS Kim Đồng, Hội An, **Quảng Nam**.

HỒ QUANG VINH



Bài 3(159+160). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $\frac{7y}{5}+\sqrt{29x+3}+1=\sqrt{4y^2+4y-1}+2x.$

Lời giải. ĐKXĐ: $29x+3\ge 0$, $4y^2+4y-1\ge 0$.

● *Chú ý:* Một số chính phương không có dạng $4k+3$ $(k\in\mathbb{N})$.

Vì $4y^2+4y-1=4(y^2+y-1)+3$ nên $4y^2+4y-1$ không là số chính phương với mọi số nguyên y, tức là $\sqrt{4y^2+4y-1}$ là số vô tỉ.

Từ giả thiết suy ra

$$\sqrt{29x+3}=\sqrt{4y^2+4y-1}+2x-\frac{7y}{5}-1.\ (1)$$

Bình phương hai vế của (1) ta được

$$29x+3=4y^2+4y-1+2\left(2x-\frac{7y}{5}-1\right)\times\sqrt{4y^2+4y-1}+\left(2x-\frac{7y}{5}-1\right)^2.\ (2)$$

Với x, y là số nguyên thì $\sqrt{4y^2+4y-1}$ là số vô tỉ và tất cả các số hạng còn lại trong (2) là số hữu tỉ nên $2x-\frac{7y}{5}-1=0.$ (3)

Thay vào (1), suy ra $29x+3=4y^2+4y-1$
$\Leftrightarrow 4y^2+4y-29x-4=0.$ (4)

Từ (3), ta có $x=\frac{7y+5}{10}$.

Thay vào (4) và biến đổi, ta được
$(y-5)(40y+37)=0.$

Vì y là số nguyên nên $y=5$, từ đó $x=\frac{7.5+5}{10}=4.$

Thử lại thì (x, y) = (4, 5) thỏa mãn ĐKXĐ và thỏa mãn phương trình đã cho.
Vậy (x, y) = (4, 5).



Nhận xét. Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Hồng Quý, Tạ Nam Khánh, Chu Văn Việt, Lê Ngọc Hoa, Phạm Thành Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(159+160). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{2}{3}x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)$, với x, y, z là các số thực thỏa mãn $x\ge 3$ và $xyz=1$.

Lời giải. Ta có

$$A=\frac{2}{3}x^2+(y+z)^2-x(y+z)-3yz$$

$$=\frac{2}{3}x^2+(y+z-\frac{x}{2})^2-\frac{x^2}{4}-\frac{3}{x}$$

$$=(y+z-\frac{x}{2})^2+\frac{x^3-27}{9x}+\frac{11x^2}{36}$$

$$\ge\frac{11x^2}{36}\ge\frac{11}{4}.$$

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4}$, đẳng thức xảy ra

khi $\begin{cases}x=3\\ y+z=\frac{x}{2}=\frac{3}{2}\\ yz=\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=\frac{9\pm\sqrt{33}}{12}\\ z=\frac{9\mp\sqrt{33}}{12}\end{cases}.$

Nhận xét. Đây là bài toán hay và khó nên có rất ít bạn tham gia giải bài. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Phạm Thành Dũng, Tạ Nam Khánh, Trần Hồng Quý, Lê Ngọc Hoa, Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khánh Hưng*, 9A16, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**.

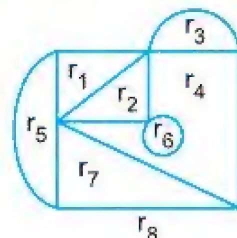
CAO VĂN DŨNG

Bài 5(159+160). Xem xét bản đồ N sau. Nêu tên các vùng của N kề với

a) r_7;

b) r_2;

c) r_6.



Lời giải. a) Các vùng kề với vùng r_7 là r_4, r_5 và r_8.

b) Các vùng kề với vùng r_2 là r_1 và r_4 (không tính r_6).

c) Các vùng kề với vùng r_6 là r_4 (không tính r_2).

Nhận xét. Có rất đông các bạn gửi bài đến tòa soạn, tuy nhiên nhiều bạn không hiểu rõ khái niệm

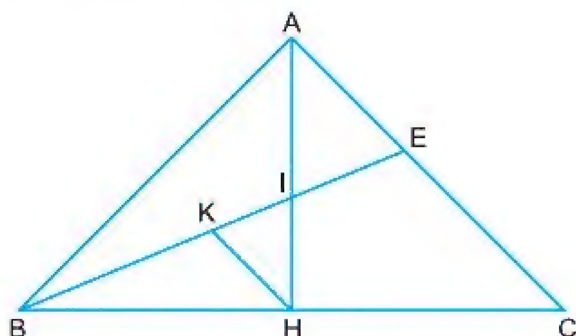
hai vùng kề nhau nên trả lời sai.

Các bạn sau có lời giải tốt: *Hoàng Thị Thu Huệ*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Trần Hồng Quý, Chu Văn Việt, Lê Ngọc Hoa, Tạ Nam Khánh, Chu Thị Thanh, Nguyễn Thùy Mai, Phạm Thành Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Quỳnh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(159+160). Cho tam giác vuông cân ABC (AB = AC). Đường phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại E. Gọi bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là r. Chứng minh rằng EC = 2r.

Lời giải. Gọi H là hình chiếu của A trên BC, I là giao điểm của BE và AH thì I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. K là giao điểm của BE và đường thẳng qua H song song với AC.



Vì tam giác ABC cân tại A, từ đó AH là đường cao thì cũng là đường trung trực.

Ta có $\widehat{KIH} = \widehat{BIH} = \widehat{IAB} + \widehat{IBA} = 45^\circ + \frac{1}{2} \cdot 45^\circ$

$= \widehat{ACB} + \widehat{IBC} = \widehat{KHB} + \widehat{KBH} = \widehat{IKH}.$

Do đó ΔHIK cân tại H, suy ra KH = IH = r.

Vì KH là đường trung bình của ΔBEC nên EC = 2KH.

Vậy EC = 2r.

Nhận xét. Bài toán này không quá khó nhưng nhiều bạn phải tính toán rất vất vả mới có được lời giải. Các bạn sau có lời giải thuần túy hình học: *Tạ Nam Khánh, Lê Thị Xuân Thu, Chu Văn Việt, Lê Ngọc Hoa, Chu Thị Thanh, Phạm Thành Dũng, Trần Hồng Quý*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Bảo Anh*, 9A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**.

NGUYỄN MINH HÀ





ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư



Nguyễn Thu Hương, Nguyễn Đức Tân, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Vũ Khánh Huyền*, 7A, THCS Vĩnh Tân, Vĩnh Lộc, **Thanh Hóa**; *Trịnh Hoàng Anh*, 7D, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Trương Nhật Nam*, 7/1, THCS Kim Đồng, Hội An, **Quảng Nam**; *Phạm Thành Dũng, Tạ Nam Khánh, Trần Hồng Quý, Lê Ngọc Hoa, Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Thị Thu Huệ*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Nguyễn Khánh Hưng*, 9A16, THCS Giảng Võ, Q. Ba Đình, **Hà Nội**.



Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).



Kì này CHỈ DÙNG THƯỚC

Bài toán. Cho đường tròn đường kính AB và điểm M thuộc đoạn AB. Chỉ dùng thước thẳng hãy dựng một đường thẳng đi qua M và vuông góc với AB.

NGUYỄN XUÂN BÌNH *(Hà Nội)*

Kết quả AI NÓI ĐÚNG? (TTT2 số 159+160)

Tam giác vuông AOB có cạnh huyền OA = 2BO nên PO = PA = PB = BO.

Suy ra $\widehat{AOB} = 60^o$, tương tự có $\widehat{AOC} = 60^o$.

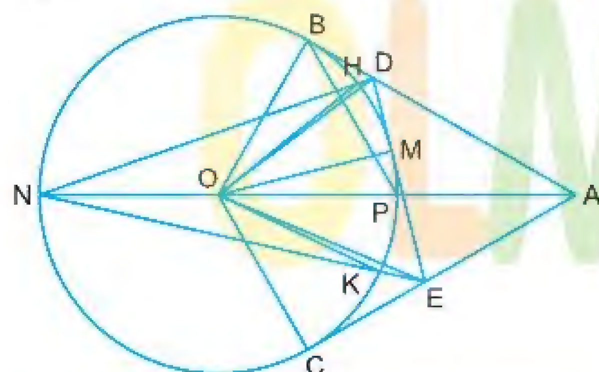
Do đó $\widehat{BOC} = \widehat{AOB} + \widehat{AOC} = 120^o$.

Theo tính chất tiếp tuyến cắt nhau thì

$\widehat{DOM} = \widehat{DOB}; \widehat{EOM} = \widehat{EOC}$

$\Rightarrow \widehat{DOE} = \widehat{DOM} + \widehat{EOM} = \frac{1}{2}(\widehat{BOM} + \widehat{COM})$

$= \frac{1}{2}\widehat{BOC} = 60^o$.



Do D và E nằm ngoài đường tròn nên ND và NE cắt đường tròn tương ứng tại H, K. Tia OH nằm giữa hai tia ON, OD nên $\widehat{POH} > \widehat{POD}$, tia OK nằm giữa hai tia ON, OE nên $\widehat{POK} > \widehat{POE}$.

Ta có $\widehat{POH} + \widehat{POK} > \widehat{POD} + \widehat{POE} = \widehat{DOE} = 60^o$. (1)

Mặt khác $\widehat{POH} + \widehat{POK} = 2.\widehat{ONH} + 2.\widehat{ONK}$

$= 2.(\widehat{ONH} + \widehat{ONK}) = 2.\widehat{HNK} = 2.\widehat{DNE}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DNE} > 30^o$.

Vậy bạn Thân nói đúng.



Nhận xét. Bạn hãy xét trường hợp OA khác 2R xem $\widehat{DNE}$ có lớn hơn 30^o hay không. Các bạn sau được nhận phần thưởng vì có lời giải đúng: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**.

ANH COMPA

Kết quả (TTT2 số 159+160)

THẾ CỜ (Kì 82)

1.♕d5+ ♖xd5 2.♖c8#

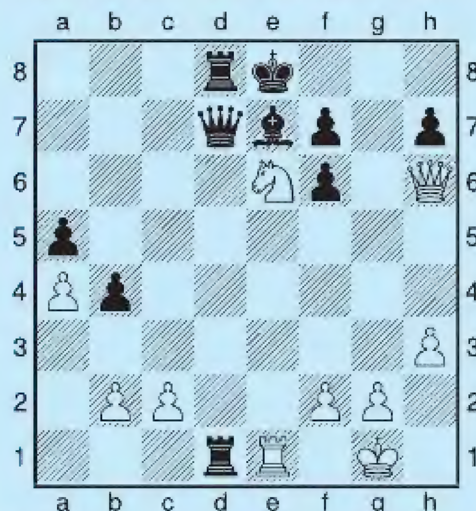


Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Đăng Vũ*, 8A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Đỗ Minh Hiếu*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, thị trấn Hưng Hà, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Nguyễn Đức Tân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 84)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*





TỜ GIẤY bí ẩn

ĐẶNG HỮU HOÀNG QUÂN
(6A, THCS Đặng Dung, Tùng Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh)

Hải Nam - con trai lớn của em gái thám tử Sêlôccôc - vừa hoàn thành xuất sắc khóa học "Thám tử trẻ". Hôm đó, một ngày đẹp trời, Hải Nam phấn khởi tới nhà thám tử Sêlôccôc để khoe với bác về khóa học và kết quả mà cậu vừa đạt được.

Mới bước vào sân, Hải Nam đã thấy xe cảnh sát. Cậu càng ngạc nhiên hơn khi thấy trong nhà không có bác mình mà chỉ có hai chú cảnh sát. Hải Nam cất tiếng chào rồi lo lắng hỏi:

- Có chuyện gì với bác của cháu phải không ạ? Bác cháu đâu rồi ạ?
- Cháu cứ bình tĩnh. Cháu là người quen của thám tử ư?
- Cháu là cháu ruột của thám tử ạ. Mẹ cháu là em gái của thám tử.
- Cháu có mang theo giấy tờ tùy thân không?
- Dạ có. Cháu có thẻ sinh viên và giấy phép lái xe đây ạ.

Sau khi kiểm tra giấy tờ của Hải Nam, một chú cảnh sát nói:

- Rất buồn phải báo cho cháu biết là thám tử vừa bị bắt cóc. Các chú đã có một số chứng cứ để kết luận đây là vụ bắt cóc. Giờ chỉ còn tìm hướng để giải cứu ...
- Bác cháu bị bắt cóc lâu chưa ạ?
- Mới thôi. Các chú nhận được tin báo là đến ngay đây.
- Các chú đã tìm được manh mối nào chưa ạ?
- Chưa. Rất tiếc là chưa.
- Cháu có thể lên phòng của bác cháu chứ ạ?

- Tất nhiên.

Hải Nam vội vã lên tầng hai. Khi vào phòng của thám tử, cậu phát hiện một tờ giấy ở máy in. Trên tờ giấy có những kí hiệu sau:

)& @^ !(!^ !)
@$ @@)# !^
!! @^ !^ !)
)&)! !& "

"Tờ giấy bí ẩn thật!" - Hải Nam nghĩ thầm. Rồi cậu tất tả cầm xuống tầng dưới.

- Chú ơi! Cháu thấy tờ giấy này ở máy in. Liệu có liên quan gì tới vụ bắt cóc không ạ?

Một chú cảnh sát bảo:

- Rất có thể. Cháu thử tìm cách giải mã xem! Các chú đi kiểm tra thêm khu vực xung quanh, lát nữa sẽ quay lại.

Còn lại một mình, Hải Nam chau mày suy nghĩ. Bốn dòng kí hiệu trên tờ giấy đều được đánh máy. Hải Nam chợt nghĩ đến bàn phím máy tính. Khi ấn giữ nút Shift, gõ số 1 ta có dấu !, gõ số 2 ta có @, gõ số 3 ta có...

Rồi Hải Nam nhớ đến bảng chữ cái Tiếng Việt. Cậu lấy giấy bút viết viết cái gì đó. "Ơ-rê-ca!" - cậu mừng rỡ reo lên. Đúng lúc đó hai chú cảnh sát cũng vừa về tới nơi. Hải Nam nói ngay:

- Có lẽ cháu đã tìm được manh mối rồi ạ. Chú cháu mình cần đến ngay đường Trần Hưng Đạo, đồng thời cấp báo cho công an ở khu vực đó để phối hợp ạ.

Hai chú cảnh sát tươi cười nói với Hải Nam:

- Cháu khá lắm! Bây giờ thì các chú có thể nói thật với cháu rồi. Thực ra là không có vụ bắt cóc nào cả. Biết cháu vừa hoàn thành xuất sắc khóa học "Thám tử trẻ" nên thám tử Sêlôccôc và các chú quyết định thử tài cháu thôi. Việc cháu nhanh chóng tìm ra manh mối qua tờ giấy bí ẩn đó đã nói lên khả năng phán đoán và óc quan sát nhanh nhạy của cháu rồi. Chắc chắn sau này cháu sẽ trở thành một thám tử tài giỏi.

** Đố các bạn biết căn cứ vào đâu mà Hải Nam lại bảo các chú cảnh sát tới ngay đường Trần Hưng Đạo?*

Kết quả KẺ KHẢ NGHI (TTT2 số 159+160)

Thám tử Sêlôccôc đã nghi Bình, bởi Bình kể rằng nhóm bạn của cậu ấy đã góp tiền mua máy bơm nước để tặng cho dân bản ở một vùng hẻo lánh chưa có điện.

Kì này, tất cả các bạn đều trả lời chính xác. Đặc biệt, có một thám tử mới học lớp 4 cũng đã tham gia làm bài và làm rất đúng. Đó là *Nguyễn Huy Phước*, 4A (năm học 2015 - 2016), TH Vĩnh Tuy, Bình Giang, **Hải Dương**. Xin chúc mừng!



Phần thưởng sẽ được gửi tới bạn *Phước* và những bạn sau: *Mẩu Văn Tú*, thôn Phú Thượng B, Thượng Trưng, Vĩnh Tường; *Tống Phú Lâm*, 6A (năm học 2015-2016), THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; Nhóm bạn *Vũ, Kim, Hoàng Anh, Châu, Như, Dũng, Na*, 7A (năm học 2015 - 2016), THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, số 29 đường 10, P. Tân Phú, Q. 7, **TP. Hồ Chí Minh**.

Thám tử Sêlôccôc





THÊM MỘT BẤT ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC

TẠ THẬP
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu cùng các bạn thêm một bất đẳng thức hình học. Đây là một bài toán hay và khó và chỉ dùng kiến thức ở THCS để giải.

Bài toán 1. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng $\cot gA + \cot gB + \cot gC \geq \sqrt{3}$.

Trước hết ta chứng minh hai bổ đề.

● **Bổ đề 1.** Với a, b, c dương thì

$a + b + c \geq \sqrt{3(ab + bc + ca)}$.

Chứng minh

$a + b + c \geq \sqrt{3(ab + bc + ca)}$

$\Leftrightarrow (a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca)$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \geq 3(ab + bc + ca)$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0$

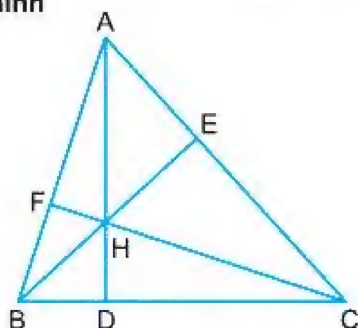
$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$

(Bất đẳng thức luôn đúng).

Bổ đề được chứng minh.

● **Bổ đề 2.** Nếu tam giác ABC nhọn thì cotgA.cotgB + cotgB.cotgC + cotgC.cotgA = 1.

Chứng minh



Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC. Gọi H là trực tâm của tam giác.

Ta có $\widehat{AHF} = \widehat{ABD}$ (cùng phụ với $\widehat{HAF}$)

Do đó $\cot gA.\cot gB = \cot gA.\cot gAHF = \dfrac{AF}{CF}$

$= \dfrac{HF}{CF} = \dfrac{\frac{HF.AB}{2}}{\frac{CF.AB}{2}} = \dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}}$.

Tương tự

$\cot gB.\cot gC = \dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}}$; $\cot gC.\cot gA = \dfrac{S_{HCA}}{S_{ABC}}$.

Suy ra cotgA.cotgB + cotgB.cotgC + cotgC.cotgA = 1.

Quay lại bài toán ban đầu.

Áp dụng bổ đề 1 ta có $\cot gA + \cot gB + \cot gC$

$\geq \sqrt{3(\cot gA.\cot gB + \cot gB.\cot gC + \cot gC.\cot gA)} = \sqrt{3}$.

Ta còn chứng minh được

$\cot gB + \cot gC = \dfrac{BD}{AD} + \dfrac{CD}{AD} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{BC^2}{AD.BC} = \dfrac{BC^2}{2S_{ABC}}$.

Tương tự

$\cot gC + \cot gA = \dfrac{AC^2}{2S_{ABC}}$; $\cot gA + \cot gB = \dfrac{AB^2}{2S_{ABC}}$.

Do đó $\cot gA + \cot gB + \cot gC = \dfrac{AB^2 + AC^2 + BC^2}{2S_{ABC}}$.

Do đó $\dfrac{AB^2 + AC^2 + BC^2}{4S_{ABC}} \geq \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow S_{ABC} \leq \dfrac{\sqrt{3}}{12}(AB^2 + AC^2 + BC^2)$.

Chúng ta có thêm một bất đẳng thức sau.

Bài toán 2. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng $S_{ABC} \leq \dfrac{\sqrt{3}}{12}(AB^2 + AC^2 + BC^2)$.

Sau đây là bài tập tự luyện

Bài tập. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng:

a) $\sin\dfrac{A}{2}.\sin\dfrac{B}{2}.\sin\dfrac{C}{2} \leq \dfrac{1}{8}$;

b) $\cos A + \cos B + \cos C \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $tgA + tgB + tgC \geq 3\sqrt{3}$.





SOLVING LINEAR EQUATIONS WITH ONE UNKNOWN

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

VŨ NAM ĐỊNH

To solve a linear equation with one unknown, the unknown should be isolated on one side of the equation. This can be done by performing the same mathematical operations on both sides of the equation. Remember that if the same number is added to or subtracted from both sides of the equation, this does not change the equality, likewise, multiplying or dividing both sides by the same nonzero number does not change the equality. For example, to solve the equation $\frac{6x-5}{4} = 2$ for x, the variable x can be isolated using the following steps:

$6x - 5 = 8$ (multiplying by 4)

$6x = 13$ (adding 5)

$x = \frac{13}{6}$ (dividing by 6)

Therefore, $x = \frac{13}{6}$ is the solution.





Math terms

linear equation	phương trình tuyến tính, phương trình bậc nhất
unknown	ẩn, ẩn số
solve	giải
isolate	cô lập, tách biệt, riêng biệt
side	vế, phía
operation	phép toán
equality	đẳng thức

Practice

Bạn hãy dịch đoạn bài khóa trên với các từ đã cho. Bài dịch tốt, gửi sớm (tính theo dấu bưu điện trên phong bì) sẽ được chọn đăng và được quà tặng.

VŨ KIM THỦY

Quảng Ngãi

Bên dòng sông Trà Khúc
Nhìn Thiên Ấn vạn năm
Một thành phố xinh xắn
Quảng Ngãi gần mà xa
Vượt đường dài Bình Định
Ghé Đồ Bàn hoang vu
Năm thế kỉ xưa cũ
Lắng lòng khách lãng du
Trầm mặc tháp Cánh Tiên
Tượng voi chầu thành cổ
Theo ta về Sa Huỳnh
Biển Mỹ Khê lộng gió*
Gặp rừng dừa Quảng Ngãi
*Ngỡ đang còn Tam Quan***
Mía ngon đường cát trắng
Dọc đường dài Khu Năm

23.3.2016
Từ Bình Định đến Quảng Ngãi

---

* Mỹ Khê này thuộc Quảng Ngãi không phải Mỹ Khê, Đà Nẵng
** Tam Quan thuộc Bình Định

NGUYỄN TRỌNG ĐỒNG
(THCS Phú Lộc, Krông Năng, Đắk Lắk)

Hoa Phượng

Tháng năm về kỉ niệm hồng hoa phượng
Tiếng ve ngân như tiếng lá rộn ràng
Hè lại đến nhuộm vàng cửa lớp
Khóa trời xanh trong sắc lá mênh mang

Rộng sân trường thưa vắng bước chân em
Hoa phượng cháy những nỗi niềm dang dở
Từng đi qua xạc xào ngọn gió
Vẫn thấy lòng thao thức với bảng đen

Mùa hạ sân trường như trò chơi trốn tìm
Chỉ hoa phượng lim dim đôi mắt đỏ
Vẫn dõi bóng em con đường sách vở
Để mùa thu không bỡ ngỡ hạt sương mai

Để sân trường cháy đỏ sáng nay
Như kỉ niệm cứ hồng qua mưa nắng
Cho ta sống tháng ngày thanh thản
Bạn bè ơi! Hoa Phượng mãi trong tim!



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI CHÍN

Người thách đấu: *Trần Quang Hùng*, GV. trường THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi P, Q là hai điểm thuộc cung $\widehat{BC}$ không chứa A sao cho PQ // BC và tia AP nằm giữa hai tia AQ và AB. Gọi K, L thứ tự là hình chiếu vuông góc của B, C lên AP, AQ.

a) Chứng minh rằng H, M, K, L cùng thuộc một đường tròn, gọi đường tròn đó là (I).

b) Gọi giao điểm khác K của AP và đường tròn (I) là N . Chứng minh rằng NL luôn đi qua một điểm cố định khi P, Q di chuyển.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.11.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI BẢY (TTT2 số 159+160)



Có hai võ sĩ nhận lời thách đấu nhưng chỉ có một võ sĩ có lời giải đúng là *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**. Sau đây là lời giải của võ sĩ Hoa.

Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa I dựng điểm P sao cho $\Delta APB \backsim \Delta DIC$.

Ta có $\widehat{IAP}+\widehat{IBP}=\widehat{IAB}+\widehat{BAP}+\widehat{IBA}+\widehat{ABP}$

$=\widehat{IAB}+\widehat{IDC}+\widehat{IBA}+\widehat{ICD}$

$=\frac{1}{2}\widehat{DAB}+\frac{1}{2}\widehat{CDA}+\frac{1}{2}\widehat{ABC}+\frac{1}{2}\widehat{BCD}$

$=\frac{1}{2}(\widehat{DAB}+\widehat{CDA}+\widehat{ABC}+\widehat{BCD})=\frac{1}{2}.360^\circ=180^\circ.$

Do đó tứ giác AIBP nội tiếp. (1)

Từ (1) và chú ý rằng $\Delta APB \backsim \Delta DIC$.

Suy ra $\widehat{API}=\widehat{ABI}=\widehat{IBC}$; $\widehat{AIP}=\widehat{ABP}=\widehat{ICD}=\widehat{ICB}$;

$\widehat{BPI}=\widehat{BAI}=\widehat{IAD}$; $\widehat{BIP}=\widehat{BAP}=\widehat{IDC}=\widehat{IDA}$.

Do đó $\Delta PIA \backsim \Delta BCI$ và $\Delta PIB \backsim \Delta ADI$

suy ra $\frac{AP}{BI}=\frac{IP}{BC}=\frac{AI}{CI}$ và $\frac{BP}{BI}=\frac{IA}{ID}$. (2)

Theo định lí Ptolemy ta có AB.IP = BI.AP + AI.BP.

Từ đó và (2) có $AB.BC=AB.IP.\frac{BC}{IP}$

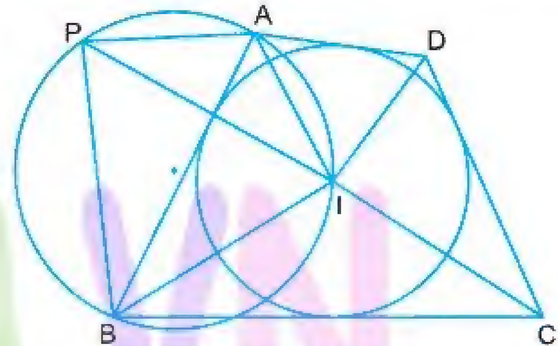
$=\left(BI^2.\frac{AP}{BI}+AI.BI.\frac{BP}{BI}\right)\frac{BC}{IP}=\left(BI^2.\frac{IP}{BC}+AI.BI.\frac{AI}{DI}\right)\frac{BC}{IP}$

$=BI^2+\frac{AI}{DI}.BI.\frac{AI.BC}{IP}=BI^2+\frac{AI}{DI}.BI.CI.$

Do đó $AB.BC=BI^2+\frac{AI}{DI}.BI.CI$.

Tương tự $CD.BC=CI^2+\frac{DI}{AI}.CI.BI.$

Cộng vế với vế hai đẳng thức trên và áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có



$BC(AB+CD)=BI^2+CI^2+\left(\frac{AI}{DI}+\frac{DI}{AI}\right)BI.CI$

$\geq BI^2+CI^2+2BI.CI=(BI+CI)^2$. (3)

Tương tự $AD(AB+CD)\geq(AI+DI)^2$. (4)

Từ (3), (4) và AD + BC = AB + CD suy ra

$(AB+CD)^2\geq(AI+DI)^2+(BI+CI)^2$. (5)

Kết hợp với giả thiết $(AB + CD)^2 = (AI + DI)^2 + (BI + CI)^2$ suy ra đẳng thức ở (5) xảy ra.

Do đó đẳng thức xảy ra ở (3) và (4).

Suy ra IA = ID; IB = IC.

Do đó $\widehat{BAD}=2.\widehat{IAD}=2.\widehat{IDA}=\widehat{CDA}$;

$\widehat{ABC}=2.\widehat{IBC}=2.\widehat{ICB}=\widehat{DCB}$.

Suy ra $\widehat{DAB}+\widehat{ABC}=\frac{1}{2}(\widehat{BAD}+\widehat{CDA}+\widehat{ABC}+\widehat{DCB})$

$=\frac{1}{2}\cdot360^\circ=180^\circ.$

Suy ra AD // BC. Từ đó và $\widehat{ABC}=\widehat{DCB}$ thì ABCD là hình thang cân.

Nhận xét. Đương nhiên võ sĩ *Lê Ngọc Hoa* là người đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH HÀ



SỐ ĐIỀU HÒA

ThS. KIỀU ĐÌNH MINH *(GV. THPT Chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)*

Với mỗi số nguyên dương n, tổng $H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}$ *được gọi là số điều hòa thứ n. Dãy* $\{H_n\}$ *được gọi là dãy số điều hòa (hay dãy điều hòa).*

Bài viết này chúng tôi sẽ trình bày một số kết quả cơ bản về số điều hòa cũng như các bài toán liên quan mà chúng ta thường gặp trong các kì thi Olympic.

Bài toán 1. *(Đồng nhất thức Catalan)*

Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, thì

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}.$$

Lời giải. Biến đổi vế trái ta có

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...-\frac{1}{2n}$$
$$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2n}\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2n}\right)$$
$$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2n}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}\right)$$
$$=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}.$$

Nhận xét. *Đây là đồng nhất thức khá đơn giản, tuy nhiên lại có nhiều ứng dụng khi giải toán. Chúng ta sẽ bắt gặp điều này trong phần sau.*

Bài toán 2. Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho

$$H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n};\ T_n = H_1+H_2+...+H_n;$$
$$U_n = \frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{3}+...+\frac{T_n}{n+1}.$$

Chứng minh rằng $T_n = (n+1)H_{n+1} - (n+1)$; $U_n = (n+2)H_{n+1} - (2n+2)$.

Lời giải. Ta có

$$T_n = 1+\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+...+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}\right)$$
$$=\frac{n}{1}+\frac{n-1}{2}+\frac{n-2}{3}+...+\frac{1}{n}$$
$$=\left(\frac{n+1}{1}-1\right)+\left(\frac{n+1}{2}-1\right)+...+\left(\frac{n+1}{n}-1\right)$$
$$=(n+1)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{n}\right)-n$$
$$=(n+1)H_n - n = (n+1)H_{n+1}-(n+1).$$

Suy ra $U_n = \frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{3}+...+\frac{T_n}{n+1}$

$= (H_2 - 1) + (H_3 - 1) + ... + (H_{n+1} - 1)$

$= H_2 + H_3 + ... + H_{n+1} - n = -H_1 + T_n + H_{n+1} - n$

$= (n + 2)H_{n+1} - (2n + 2)$.

Bài toán 3. *(Canada MO 1998, Albania BMO TST 2014)*

Cho $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{n+1}\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2n-1}\right)>\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2n}\right).$$

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$n\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2n-1}\right)>(n+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2n}\right).(*)$$

Ta sẽ chứng minh (*) bằng quy nạp.

Thật vậy với n = 2 thì (*) trở thành $\frac{8}{3}>\frac{9}{4}$ (đúng).

Giả sử (*) đúng với $n = k \geq 2$, tức là

$$k\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}\right)>(k+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right).$$

Với $k \geq 2$, ta có

$$\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}\right)+\frac{k+1}{2k+1}$$
$$=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}\right)+\frac{1}{2}+\frac{k+1}{2k+1}$$
$$>\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right)+\frac{1}{2}+\frac{k+1}{2k+1}$$
$$>\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right)+\frac{k+1}{2k+2}+\frac{1}{2k+1}$$
$$>\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right)+\frac{k+2}{2k+2}.$$

Do đó

$$(k+1)\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}+\frac{1}{2k+1}\right)$$
$$=k\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}\right)+\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}\right)+\frac{k+1}{2k+1}$$
$$>k\left(1+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2k-1}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right)+\frac{k+2}{2k+2}$$

$> (k+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k}\right)+\frac{k+2}{2k+2}$

$= (k+2)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2k+2}\right).$

Theo nguyên lí quy nạp thì (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Bài toán 4. *(Brazil MO 1983)*

Chứng minh rằng $H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}$ không là số nguyên với mọi $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$.

Lời giải. Gọi k là số tự nhiên thỏa mãn $2^k \leq n < 2^{k+1}$ và M là tích tất cả các số lẻ không vượt quá n.

Ta có

$H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2^k}+...+\frac{1}{n}$

$\Rightarrow 2^{k-1}.M.H_n = 2^{k-1}M + 2^{k-2}M + 2^{k-1}.\frac{M}{3} +$

$... + \frac{M}{2} + ... + \frac{2^{k-1}M}{n} \notin \mathbb{Z}$ (vì $\frac{M}{2}$ không nguyên).

Vậy $H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}$ không phải số nguyên.

Bài toán 5. *(IMO 1979)* Cho $p, q \in \mathbb{N}$ sao cho

$\frac{p}{q} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...-\frac{1}{1318}+\frac{1}{1319}.$

Chứng minh rằng p chia hết cho 1979.

Lời giải. Áp dụng đồng nhất thức Catalan ta có

$\frac{p}{q} = \frac{1}{660}+\frac{1}{661}+...+\frac{1}{1318}+\frac{1}{1319}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{660}+\frac{1}{661}+...+\frac{1}{1319}+\frac{1}{660}+...+\frac{1}{1319}\right)$

$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{660}+\frac{1}{1319}\right)+\left(\frac{1}{661}+\frac{1}{1318}\right)+...+\left(\frac{1}{1319}+\frac{1}{660}\right)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1979}{660.1319}+\frac{1979}{661.1318}+...+\frac{1979}{1319.660}\right] = 1979.\frac{A}{B}.$

Trong đó B là tích của các số nguyên không vượt quá 1319. Mà 1979 là số nguyên tố.

Vậy p chia hết cho 1979.

Bài tập vận dụng

Bài 1. *(IMO SL 1989)*

Chứng minh rằng

$1+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{2}{6}+...+\frac{1}{478}+\frac{1}{479}-\frac{2}{480}$

$= 2\sum_{k=0}^{159}\frac{641}{(161+k)(480-k)}.$

Bài 2. *(IMO SL 1970)*

Với n nguyên dương chẵn chứng minh rằng

$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...-\frac{1}{n}$

$= 2\left(\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+4}+\frac{1}{n+6}+...+\frac{1}{2n}\right).$

Bài 3. *(Canada MO 1973)*

Chứng minh rằng

$n + H_1 + H_2 + H_3 + ... + H_{n-1} = nH_n, \forall n \geq 2.$

Bài 4. *(Rom Math Magazine, July 1998)*

Cho $A = \frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{2011.2012}$,

$B = \frac{1}{1007.2012}+\frac{1}{1008.2011}+\frac{1}{1009.2010}$

$+ ... + \frac{1}{2012.1007}.$

Tính $\frac{A}{B}$.

Bài 5. Chứng minh rằng

a) $\frac{1}{2^m+1}+\frac{1}{2^m+2}+\frac{1}{2^m+3}+...+\frac{1}{2^{m+1}} \geq \frac{1}{2}, \forall m \in \mathbb{N}^*$

b) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{2^k} \geq 1+\frac{k}{2}, \forall k \in \mathbb{N}$

c) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+....+\frac{1}{2k} > \frac{2}{3}, \forall k \in \mathbb{N}$

d) $\frac{k}{2} < 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2^k-1} < k, \forall k \in \mathbb{N}^*$

e) $\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+...+\frac{1}{2k} > \frac{13}{24}, \forall k \in \mathbb{N}^*$

f) $\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+...+\frac{1}{3k+1} > 1, \forall k \in \mathbb{N}^*$

g) $\frac{1}{2} < \frac{1}{3k+1}+\frac{1}{3k+2}+\frac{1}{3k+3}+...+\frac{1}{5k+1} < \frac{2}{3}, \forall k \in \mathbb{N}^*$

Bài 6. *(APMO 1997)*

Cho

$S = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}+...+\frac{1}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{1993006}}.$

Ở đây các mẫu số chứa tổng riêng của dãy các nghịch đảo của số tam giác.

Chứng minh rằng $S > 1001$.

Bài 7. *(ITOT, Junior A - Level, Fall 2013)*

Số $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$ được biểu diễn dưới dạng một phân số tối giản. Giả sử 3n + 1 là một số nguyên tố. Chứng minh rằng tử số của phân số này là bội của 3n + 1.



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015

SENIOR DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10
Time allowed: *75 minutes*

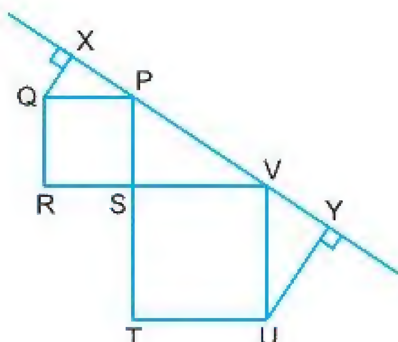
(Tiếp theo kì trước)

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

19. Given an integer N greater than 1, the sum of N and the second largest factor of N can be found. For example, with N = 55, the sum is 55 + 11 = 66. For how many integers is this sum equal to 42?

(A) 3 (B) 4 (C) 1
(D) 0 (E) 2

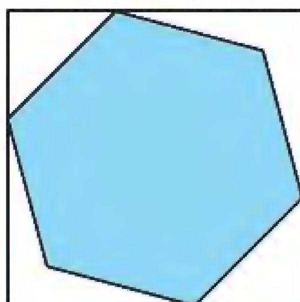
20. Unequal squares PQRS and STUV are aligned with the straight line PST. XQ and YU are perpendicular to XY. The length XQ + YU is the same as



(A) SU (B) RV (C) UQ
(D) PR (E) PV

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. The diagram shows a regular hexagon with sides of length 1 inside a square. Four vertices of the hexagon lie on sides of the square; the other two vertices lie on a diagonal of the square.



What is the side length of the square?

(A) $\sqrt{3}$ (B) $6(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
(C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$
(E) 2

22. This list

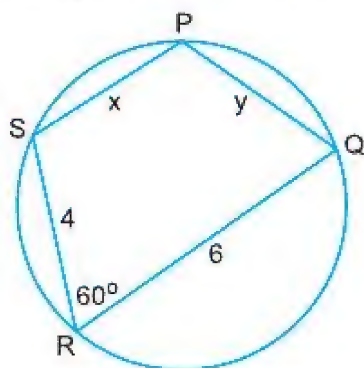
$3 \quad 5 \quad (15) \quad \boxed{\frac{1}{3}} \quad (5) \quad \boxed{\frac{1}{15}} \quad \cdots$

was made by Norm and Zoltan, starting with 3 and 5 and then taking turns to add one number to the list. Norm went first. Whenever it is his turn, Norm's new number (shown circled) is the product of the last two numbers in the list. Whenever it is his turn, Zoltan's new number (shown boxed) is found by dividing the second-last number by the last number. What is the 2015th number in this list?

(A) $\frac{1}{15}$ (B) 3 (C) 5
(D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{5}$



23. Points P, Q, R and S lie on a circle and $\angle SRQ = 60^o$. If RS = 4, RQ = 6, SP = x and PQ = y, then a possible solution for x and y is



(A) x = 4 and y = 2 (B) x = y = 3
(C) x = y = 4 (D) x = 4 and y = 3
(E) x = 5 and y = 2

24. How many sequences of seven positive integers $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7$ are there such that each is less than 100 and each number apart from the last is a factor of the next number in the sequence?

(A) 3 (B) 7 (C) 4
(D) 6 (E) 1

25. Two spheres, one of radius 2 and the other of radius 4, have the same centre.



What is the edge size of the largest cube that fits between them?

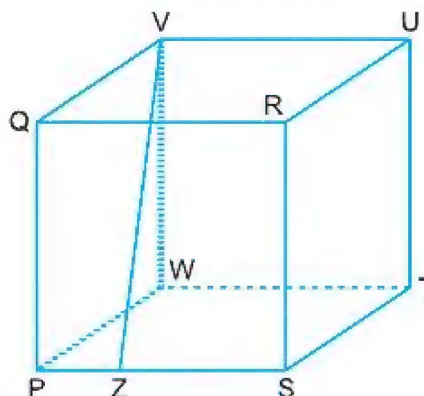
(A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{1}{3}(\sqrt{19}+1)$

(C) $\frac{\sqrt{21}-2}{3}$ (D) $\frac{2}{3}(\sqrt{22}-2)$ (E) $\frac{12}{5}$

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet. Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

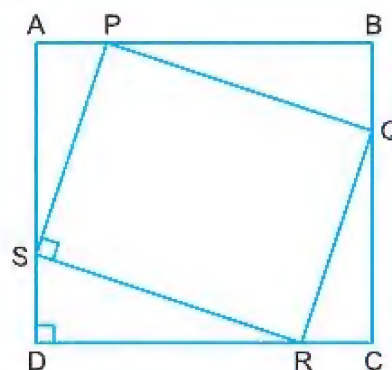
26. How many positive integers n less than 2015 have the property that $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ can be simplified to a fraction with denominator less than n?

27. A 100 × 100 × 100 cube PQRSTUVW is made of 1 × 1 × 1 non-overlapping cubes. Z is a point on PS such that PZ = 33. Through how many of these 1 × 1 × 1 cubes does VZ pass?



28. At Berracan station, northbound trains arrive every three minutes starting at noon and finishing at midnight, while southbound trains arrive every five minutes starting at noon and finishing at midnight. Each day, I walk to Berracan station at a random time in the afternoon and wait for the first train in either direction. On average, how many seconds should I expect to wait?

29. In a 38 × 32 rectangle ABCD, points P,Q,R and S are chosen, one on each side of ABCD as pictured. The lengths AP, PB, BQ, QC, CR, RD, DS and SA are all positive integers and PQRS is a rectangle.



What is the largest possible area that PQRS could have?

30. The set S consists of distinct integers such that the smallest is 0 and the largest is 2015. What is the minimum possible average value of the numbers in S?



Bài 10NS. Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn $|x - 2y| - z = 2x^2 + 1$; $|y - 2z| - x = 4y + 2$; $|z - 2x| - y = 6z^3 - 4$.

LẠI QUANG THỌ
(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 11NS. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng $\frac{a+b}{3a+c} + \frac{a+c}{3a+b} + \frac{2a}{2a+b+c} < 2$.

TRƯƠNG QUANG AN
(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 12NS. Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF.

Biết rằng $\widehat{A} = 60^o$, BC = a, $S_{DEF} = \frac{1}{4}S_{ABC}$. Tính diện tích tam giác ABC theo a.

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 159+160)

Bài 7NS. Ta có $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

$\Leftrightarrow x^6 + (x^6 - 2x^3y + y^2) = 320 \Leftrightarrow x^6 + (x^3 - y)^2 = 320$.

Ta có x; y ∈ $\mathbb{Z}$ nên $(x^3 - y)^2$ là số chính phương.

Vì $(x^3 - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^6 \leq 320$. Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $|x| \leq 2$.

● Nếu $x \in \{0; 1; -1\}$ thì $(x^3 - y)^2 \in \{320; 319\}$ (loại).

● Nếu x = 2 thì $(8 - y)^2 = 256 \Leftrightarrow 8 - y \in \{16; -16\}$ $\Leftrightarrow y \in \{-8; 24\}$.

● Nếu x = –2 thì $(-8 - y)^2 = 256 \Leftrightarrow -8 - y \in \{16; -16\}$ $\Leftrightarrow y \in \{-24; 8\}$.

Vậy $(x; y) \in \{(2; -8); (2; 24); (-2; -24); (-2; 8)\}$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Bùi Thùy Linh*, 8A1, *Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, *Đỗ Thị Minh Hải*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Lê Thị Xuân Thu*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Mai Ánh Quỳnh* , *Hoàng Hà My*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa.**

Bài 8NS. Xét $P(x) = ax^2 + bx + c$, ta có $\Delta_P = b^2 - 4ac$.

Ta có $Q(x) = x^2\left[a\left(\frac{1}{x}+1\right)^2 + b\left(\frac{1}{x}+1\right) + c\right]$

$= (a+b+c)x^2 + (2a+b)x + a$.

Do đó $\Delta_Q = (2a+b)^2 - 4(a+b+c)a = b^2 - 4ac = \Delta_P$.

Như vậy trong trò chơi trên, đa thức ban đầu và đa thức thay thế đều có dạng $ax^2 + bx + c$ và có giá trị của Δ bằng nhau.

Kiểm tra thấy các đa thức f(x) và g(x) có Δ khác nhau. Do đó sau 2016 bước, trên bảng không thể có đa thức g(x).

Nhận xét. Cách khác: Nếu b, c > 0 thì a + b + c > a. Do đó đa thức mới phải có hệ số của x^2 lớn hơn 1. Vậy không thể viết được đa thức g(x).

Các bạn có lời giải đúng: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thùy Linh*, 8A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 9NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Vẽ AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) (M là tiếp điểm khác B). Ta có M cố định. Nối MC, MF, OB, OM, BM.

Vì OB = OM, AB = AM ⇒ OA là đường trung trực của BM. Mà F ∈ OA ⇒ FB = FM ⇒ ΔFBM cân tại F

$\Rightarrow \widehat{BMF} = \widehat{MBF}$. (1)

Vì BM ⊥ OA, EF ⊥ OA ⇒ BM // EF

$\Rightarrow \widehat{MBF} = \widehat{BFE}$. (2)

Vì $\widehat{OBE} = \widehat{OCE} = \widehat{OFE} = 90^o$ nên B, C, F, O, E cùng thuộc đường tròn đường kính OE $\Rightarrow \widehat{BFE} = \widehat{BCE}$. (3)

Ta có $\widehat{BCE} = \widehat{BMC}$. (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra $\widehat{BMF} = \widehat{BMC}$.

Do đó hai tia MF và MC trùng nhau.

Vậy đường thẳng CF luôn đi qua điểm cố định M.

Nhận xét. Không có bạn nào giải được bài toán này.

Các bạn được thưởng kì này: *Bùi Thùy Linh*, 8A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Thị Xuân Thu*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**.

Ảnh các bạn được thưởng ở trang 6.

NGUYỄN HIỆP



CON SỐ

VŨ KIM THỦY

1. Con số theo con người từ khi mới sinh ra. Bạn có một con số đeo hoặc viết ở tay cùng con số của mẹ để hộ lí, bác sĩ khỏi nhầm. Bạn sẽ có ngày sinh, có số ghi trên giấy khai sinh. Lớn lên một chút bạn thấy số nhà của mình, số trên tờ lịch hàng ngày và số trên cái đồng hồ ngày đêm chạy cần mẫn. Bạn tập nhớ số điện thoại của ba, của mẹ. Bạn biết mình còn có số đo chiều cao, số đo cân nặng, số đo huyết áp, số đo nhịp tim. Lớn hơn chút nữa bạn quan tâm xem nhà mình rộng bao nhiêu m^2, số tiền lương của ba, mẹ nhận được mỗi tháng là số có bao nhiêu chữ số. Rồi bạn có số chứng minh thư, số hộ chiếu, số tài khoản, ...

2. Bạn hãy tưởng tượng một ngày các con số đột nhiên bị biến mất. Điều gì sẽ xảy ra nhỉ? Bạn sẽ bắt đầu đi làm vào lúc nào vì các đồng hồ không còn con số? Ra bến xe buýt bạn biết đi tuyến nào để đến địa điểm cần đến vì số tuyến xe cũng không còn. Gay go nhất là các số điện thoại không có, công việc và mọi mối liên hệ sẽ ra sao?

3. Bởi con số quan trọng như vậy nên từ mấy nghìn năm trước các con số đã ra đời ở Ấn Độ, Ả Rập, Hy Lạp, Trung Quốc, ... Tập hợp số đếm ra đời trước hết: 1, 2, 3, ... Ngày nay tập hợp này ở nhiều nước coi là tập số tự nhiên (Việt Nam coi tập số tự nhiên là: 0, 1, 2, 3, ...).

4. Bây giờ chúng ta hãy cùng xem bảng giờ xe chạy như sau:

Bến	Thời gian						
Giáp Bát	13 05	13 30	13 55	14 05	14 30	14 55	15 10
Thường Tín	13 25	13 50	14 15	14 25	14 50	15 15	15 30
Đồng Văn	13 50	14 15	14 40	14 50	15 15	15 40	15 55
Cầu Họ	14 15	14 40	15 05	15 15	15 40	16 05	16 20
Cổng Hậu	14 25	14 50	15 15	15 25	15 50	16 15	16 30
Núi Gôi	14 40		15 30	15 40	16 05		16 45
Phủ Giầy	14 43	15 05		15 43		16 30	

Bảng cho 7 bến xe trên tuyến Hà Nội - Nam Định với 7 chuyến xe mỗi ngày của một hãng. Bạn hãy nhìn vào bảng để trả lời các câu hỏi sau:

a) Có bao nhiêu xe dừng ở bến Núi Gôi?

b) Có bao nhiêu xe dừng ở cả bến Núi Gôi và bến Phủ Giầy?

c) Mất bao nhiêu thời gian để xe khởi hành 13 55 từ bến Giáp Bát đến bến Cổng Hậu?

d) Thời gian dài nhất để đi từ bến Giáp Bát đến bến Núi Gôi là bao lâu?

e) Một người đến bến Đồng Văn lúc 14h10 và đi chuyến ngay sau đó thì sẽ đến bến Cổng Hậu lúc nào nếu xe chạy đúng giờ?

Bạn thấy không, các con số liên tục tham gia vào cuộc sống của bạn.

5. Bạn cùng xem một ví dụ thứ hai về các con số nhé.

Đây là kết quả hai bảng đấu giải Quốc gia.

BẢNG A

Hà Nội, Hải Phòng, Nam Định, Quảng Ninh, Thừa Thiên - Huế

- Hà Nội – Hải Phòng: Hà Nội thắng 3 - 1
- Nam Định – Quảng Ninh: Nam Định thắng 2 - 0
- Nam Định – Thừa Thiên - Huế: Nam Định thắng 3 - 2
- Hà Nội – Nam Định: Hà Nội thắng 1 - 0

BẢNG B

Đà Nẵng, Long An, TP. Hồ Chí Minh, Bình Định, Cần Thơ

- Long An – TP. Hồ Chí Minh: Long An thắng 2 - 1
- Đà Nẵng – Long An: Đà Nẵng thắng 2 - 1
- Bình Định – Cần Thơ: Bình Định thắng 1 - 0
- Đà Nẵng – Bình Định: Đà Nẵng thắng 3 - 2

Bạn hãy nhìn vào 2 biểu đồ để trả lời các câu hỏi sau:

1) Nêu tên các đội đứng đầu bảng và vào vòng trong.

2) Mỗi đội đầu bảng đã đá mấy trận?

3) Tính trung bình số bàn thắng mỗi trận của mỗi đội đầu bảng.

Đây là ta mới nêu 2 ví dụ đầu tiên về các bài toán liên quan đến số tự nhiên. Hẹn gặp các bạn ở các bài viết sau.



QUY CHẾ CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TRÊN TẠP CHÍ

Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc dự kiến sẽ được tổ chức vào nửa đầu tháng 6.2017. Bên cạnh cuộc thi đó để các em học sinh được rèn luyện và tham khảo các đề toán tiếng Anh, từ năm học 2016-2017, Tạp chí sẽ tổ chức thêm Cuộc thi giữa các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ trên tạp chí.

1. Nội dung đề thi. Hàng tháng trên Tạp chí sẽ đăng đề thi gồm 5 bài toán bằng tiếng Anh.

2. Đối tượng dự thi. Mỗi trường THCS có 1 Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ lớp 8 được tham gia dự thi. Các câu lạc bộ tham gia dự thi là các Câu lạc bộ của trường đã đăng kí với tạp chí Toán Tuổi thơ (các trường tải Quy chế Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ, mẫu đăng kí và theo dõi danh sách các Câu lạc bộ trên website: toantuoitho.vn).

3. Thời gian nhận bài giải. Sau 1 tháng kể từ ngày tạp chí phát hành (theo dấu bưu điện). Các bài tham gia dự thi trình bày các câu liền nhau trên một tờ giấy bằng *tiếng Việt* hoặc *tiếng Anh* (trình bày bằng tiếng Anh được ưu tiên), trên bài thi ghi rõ Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ của trường, huyện (quận), tỉnh (thành) và ghi ngoài phong bì: Tham dự **Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ** và gửi về tòa soạn: tầng 5, số 361 Trường Chinh, Q. Thanh Xuân, Hà Nội.

4. Tổng kết và trao giải. Tòa soạn sẽ tiến hành chấm và đăng danh sách 5 Câu lạc bộ có bài giải tốt nhất trên tạp chí ở mỗi số và danh sách các câu lạc bộ giải đúng trên website: toantuoitho.vn sau 2 số báo kể từ số đăng đề bài. Cuối năm học tòa soạn sẽ tổng kết và trao giải. Giải thưởng gồm giấy chứng nhận, quà tặng và tiền thưởng.

KÌ 1

CLB1. Find the polynomial P(x) where its degree smaller than 3 and satisfying the condition $2P(x) - P(1 - x) = x - 1$ for all value of x.

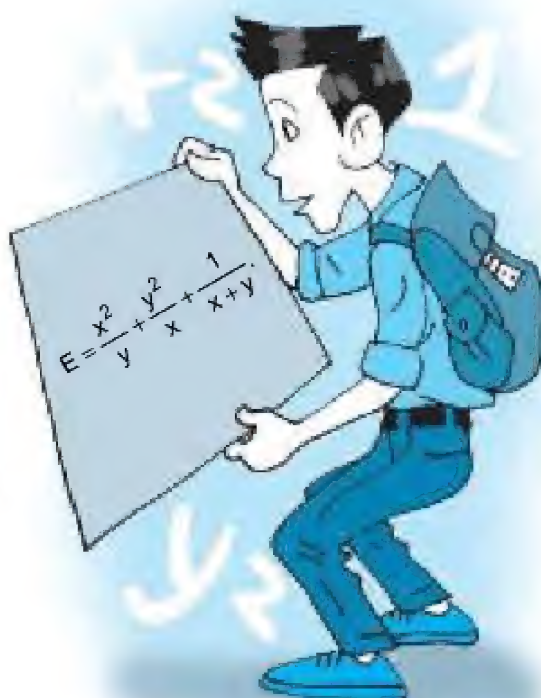
CLB2. A man has 4 sons, each of whom is 4 years older than his next younger brother; and the eldest is five times as old as the youngest. What is the age of each?

CLB3. Give positive real numbers x, y such that $xy = 1$.

Find the smallest value of $E = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} + \frac{1}{x+y}$.

CLB4. Let $M = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + ... + \frac{n}{2^n}$. Compare M to 2.

CLB5. Given trapezoid ABCD where AB and CD are base sides, CD = 3AB. Let E be a point on AD such that DE = 3AE. A line goes through point E, parallel with CD and meets BC at F. Calculate $\frac{S_{ABFE}}{S_{CDEF}}$.



NGUYỄN KHÁNH CHUNG
(GV. trường Lô-mô-nô-xốp, Q. Nam Từ Liêm, Hà Nội)

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Kì thi IMC lần thứ 19 do Uỷ ban giáo dục cơ bản, Bộ giáo dục Thái Lan đăng cai tổ chức tại thành phố Chiang Mai từ ngày 14.8 đến ngày 20.8.2016. Cuộc thi Toán học trẻ quốc tế IMC *(International Mathematics Competition)* là cuộc thi Quốc tế được tổ chức dành cho học sinh trên toàn thế giới với 2 độ tuổi dưới 14 (EMIC) và dưới 17 (IWYMIC) từ năm 1999. Kì thi năm nay có 622 học sinh dự thi đến từ 31 quốc gia và vùng lãnh thổ. Được sự cho phép của Bộ Giáo dục và Đào tạo, đoàn Việt Nam gồm 24 học sinh của trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam được chia thành 6 đội gồm 4 đội Junior (độ tuổi dưới 14) và 2 đội Senior (độ tuổi dưới 17). Mỗi đội tham gia gồm tối đa 6 thành viên: Trưởng nhóm, Phó nhóm và 4 học sinh. Mỗi khối thi phải thực hiện hai phần thi bao gồm: Phần thi cá nhân và Phần thi đồng đội, ngoài các phần thi trên, các đội sẽ được tham gia các hoạt động tham quan dã ngoại, đêm giao lưu văn hóa, ... Đoàn học sinh Việt Nam giành được 8 cúp đồng đội trong đó có 2 cúp vô địch, 23 giải cá nhân trong đó có: 1 HCV; 4 HCB; 12 HCĐ và 6 giải Khuyến khích.

● Ngày 14.9.2016, Hội Toán học Hà Nội đã tổ chức Semina các chuyên đề toán bồi dưỡng học sinh giỏi tại trường THPT Nguyễn Siêu, Khoái Châu, Hưng Yên. Trong Semina, NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội đã có bài phát biểu nêu bật tác dụng của việc tổ chức các buổi Semina để góp phần nâng cao chất lượng đội ngũ giáo viên bồi dưỡng học sinh giỏi. Toán Tuổi thơ đã tặng tạp chí cho đại biểu.

TTT

Kết quả CÂU LẠC BỘ TTT (TTT2 số 159+160)

CLB11. Ta có $\frac{x-500}{43}+\frac{x-403}{61}+\frac{x-71}{103}=10$

$\Leftrightarrow\left(\frac{x-500}{43}-2\right)+\left(\frac{x-403}{61}-3\right)+\left(\frac{x-71}{103}-5\right)=0$

$\Leftrightarrow\frac{x-586}{43}+\frac{x-586}{61}+\frac{x-586}{103}=0$

$\Leftrightarrow(x-586)\left(\frac{1}{43}+\frac{1}{61}+\frac{1}{103}\right)=0$

$\Leftrightarrow x-586=0\Leftrightarrow x=586.$

CLB12. ● Nếu n chẵn thì $n^{20}-11$ là số lẻ mà 2016 là số chẵn nên $n^{20}-11$ không chia hết cho 2016.

● Nếu n lẻ thì n = 2k + 1 (với k là số tự nhiên) nên $n^{20}-11=(2k+1)^{20}-11=(4k^2+4k+1)^{10}-11$ chia cho 4 dư 2. Mà 2016 chia hết cho 4.

Do đó $n^{20}-11$ không chia hết cho 2016.

Vậy $n^{20}-11$ không chia hết cho 2016 với mọi n nguyên dương.

CLB13. Đặt $t=x+\frac{1}{x}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được $t\geq 2$.

Do đó $M=t^3+4t^2-3t+10$

$=(t^3-2t^2)+(6t^2-12t)+(9t-18)+28$

$=t^2(t-2)+6t(t-2)+9(t-2)+28\geq 28.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t=2\Leftrightarrow x=1$.

Vậy MinM = 28 (đạt được khi x = 1).

CLB14. Ta có 2016(ab + cd) = 2016ab + 2016cd = $(c^2+d^2)ab+(a^2+b^2)cd=(abc^2+b^2cd)+(a^2cd+abd^2)$ = bc(ac + bd) + ad(ac + bd) = 0 (vì ac + bd = 0).

Do đó ab + cd = 0.

Vậy $M=(a^2+b^2)+(c^2+d^2)+2(ab+cd)=4032.$

CLB15. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Đặt AB = AC = BC = a. Xảy ra hai trường hợp:

● TH1: M nằm trong ΔABC. Ta có

$S_{MAC}+S_{MAB}+S_{MBC}=S_{ABC}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}AC.y+\frac{1}{2}AB.z+\frac{1}{2}BC.x=\frac{1}{2}BC.h$

$\Rightarrow\frac{1}{2}a.y+\frac{1}{2}a.z+\frac{1}{2}a.x=\frac{1}{2}a.h$

$\Rightarrow y+z+x=h.$

Mà 2x = y + z. Do đó $x=\frac{1}{3}h.$

● TH2: M nằm ngoài ΔABC và nằm trong $\widehat{BAC}$.

Ta có $S_{MAC}+S_{MAB}-S_{MBC}=S_{ABC}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}AC.y+\frac{1}{2}AB.z-\frac{1}{2}BC.x=\frac{1}{2}BC.h$

$\Rightarrow\frac{1}{2}a.y+\frac{1}{2}a.z-\frac{1}{2}a.x=\frac{1}{2}a.h$

$\Rightarrow y+z-x=h.$

Mà 2x = y + z. Do đó x = h.

Nhận xét. Các bạn được thưởng kì này: *Trần Hồng Quý*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Phú*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Nguyễn Khắc Thái Bình*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Chí Công*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN HIỆP



Nhân 790 năm Vương triều Trần 1226 - 2016

THIÊN TRƯỜNG - VỊ HOÀNG - NAM ĐỊNH

BÍNH NAM HÀ

10.1.1226 Trần Cảnh lên ngôi Vua. Bắt đầu Vương triều Trần. Hương Tức Mạc là quê hương nhà Trần được xây cất nhiều công trình. Trần Thủ Độ làm Quốc thượng phụ.
1239 Vua Trần Thái Tông lệnh cho Phùng Tá Chu là Nhập nội Thái phó dựng hành cung ở đây. Cung Trùng Quang và cung Trùng Hoa được xây dựng. Cung Trùng Quang dành cho Thượng hoàng, cung Trùng Hoa dành cho Vua đương nhiệm.
1262 Hương Tức Mạc được thăng là Phủ Thiên Trường vai trò như kinh đô thứ 2 của nhà Trần.
1232 Năm sinh Trần Quốc Tuấn (sau là Trần Hưng Đạo).
1258 Quân doanh Vị Hoàng ra đời.
1258 - 1285 Sông Vị Hoàng được đào.
1258, 1285, 1288 Ba lần chiến thắng quân Nguyên Mông.
1293 Trần Nhân Tông nhường ngôi. Ông lập Thiền phái Trúc Lâm Yên Tử.
1300 Trần Hưng Đạo mất.
1305 Tháp chùa Phổ Minh được xây dựng. Chùa xây năm 1108.
1428 Lê Thái Tổ chia nước ta thành 5 đạo. Nam Định lúc đó thuộc Nam Đạo.
1446 Nam Định thuộc trấn Sơn Nam thượng.
1466 Lộ Thiên Trường đổi làm Thiên Trường thừa tuyên.
1469 Thiên Trường thừa tuyên đổi thành Sơn Nam thừa tuyên.
1471 Đắp đê sông Hồng.
1741 Nam Định là lỵ sở của Sơn Nam Hạ.
1786 Nguyễn Huệ ra Vị Hoàng.
1788 Nam Định là phủ lị của trấn Sơn Nam Hạ.
1802 Nhà Nguyễn cho xây thành Nam Định, 1804 thành được xây xong.
1810 Thành Nam Định có 34000 người.
1812 Nhà Nguyễn cho xây cột cờ Nam Định (1 trong 3 cột cờ chính: Huế, Hà Nội, Nam Định).
1813 Bắt đầu thi Hương ở Nam Định.
1820 Nam Định là 1 trong 7 trường thi cả nước.
1822 Sơn Nam Hạ đổi thành trấn Nam Định. Tên gọi Nam Định chính thức ra đời.
1831 Trấn Nam Định đổi thành tỉnh Nam Định.
1832 Đào sông mới, gọi là sông Đào.
1833 Xây lại thành Nam Định.
1846 Xây chùa Vọng Cung.
1850 Hình thành chợ Vị Hoàng và chợ Rồng.
1853 Cột cờ thành Nam Định được xây dựng quy mô như ngày nay.
1865 Tự Đức đổi làng Vị Hoàng thành Vị Xuyên.
10.12.1873 Pháp đánh thành Nam Định lần thứ nhất.
1874 Pháp trả lại Nam Định cho triều đình Huế.
27.3.1883 Pháp đánh thành Nam Định lần thứ hai.
1885 Trường thi Hà Nội nhập vào Nam Định. Xây dựng Nhà máy làm chất anbumin tại Nam Định.
1887 Công sứ Nam Định thành Tổng đốc cai quản tỉnh Nam Định và Ninh Bình gọi là Tổng đốc Định Ninh. Xây dựng Nhà thờ Lớn tại Nam Định.
1888 Khánh thành trường đua ngựa Nam Định.
1889 Thành lập phân xưởng kéo sợi của Bá Chín Hội, 100 công nhân.
1890 Cắt một phần đất tỉnh Nam Định lập tỉnh Thái Bình, một phần đất Hà Nội và một phần Nam Định lập tỉnh Hà Nam.
1894 Lập nhà máy Rượu.
1895 Lập nhà máy Chai.
Nam Định được chia làm 10 phố, 10 phố chia làm 40 đường. Nay còn đường Hà Nội, đường Bắc Ninh, đường Ninh Bình, đường Hưng Yên, đường Vị Xuyên, đường Phù Long, đường Năng Tĩnh, Hàng Đồng, Hàng Sắt, Bến Gỗ, Đông An, Cột Cờ giữ tên cũ.
1897 Nam Định có 30000 dân, Hà Nội có 30000 dân, Hải Phòng 15000 dân, Sài Gòn 30000 dân và Chợ Lớn 100000 dân. Nam Định là thành phố lớn thứ 4. Lễ xướng danh Khoa thi có 30000 người dự.
1898 Toàn quyền Đông Dương quyết định xây dựng đường sắt Hà Nội - Nam Định.
1900 Dựng xưởng sợi A và xưởng cơ khí do Dupré hùn vốn với Bá Chín Hội. Đây là tiền thân Nhà máy Dệt Nam Định.
1902 Dựng xưởng bông sợi thứ 3.
8.1.1903 Khánh thành đường sắt Hà Nội - Nam Định.
1905 Khánh thành đường sắt Nam Định - Vinh. Nam Định cùng Hà Nội, Huế, Gia Định được mở trường Sư phạm.
9.12.1908 Sáp nhập các trường Thông ngôn Hà Nội, Sư phạm Hà Nội, Jules Ferry Nam Định (tức Thành Chung) thành trường Thành Chung Bảo hộ. Đây chính là trường Bưởi - Chu Văn An.
1913 Sông Vị Hoàng bắt đầu bị lấp.
1915 Khoa thi Hương cuối cùng ở miền Bắc tại Nam Định.
1917 Hoàn thành 1 động cơ Nhà máy Điện.
1919 Nam Định nhập với Hà Nam thành tỉnh Nam Định.



Hỏi: Anh Phó ơi, tại sao khi tham gia chuyên mục cuộc thi giải toán qua thư theo năm học thì mỗi bài toán phải làm vào một tờ giấy riêng và ghi đầy đủ họ và tên, lớp trường, huyện, quận, tỉnh, thành ạ?

ĐỖ THANH THANH TÚ

(9A10, THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)

Đáp:

Chuyện này anh nói mãi rồi
Mỗi bài lại chuyển cho người khác nhau
Anh thì có chấm được đâu
Gửi cho anh tất mọi câu thì phiền.



Hỏi: Em thấy tạp chí có chuyên mục cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh, không biết tòa soạn có mở chuyên mục cuộc thi giải toán dành cho các bạn nam không ạ?

ĐỖ THU HÀ

(6A8, THCS Thành Công, Ba Đình, Hà Nội)

Đáp:

Sau này nếu anh có tiền
Sẽ ra tờ báo dành riêng
Các bạn nữ làm tất cả
Ra đề cho bạn nam nhi
Thế rồi tất cả dự thi
Gửi bài về cho nữ chấm.



Hỏi: Trong lớp em có một bạn học rất giỏi nhưng bạn ấy hơi nhút nhát, rất ít giơ tay phát biểu. Em phải làm thế nào để động viên bạn ấy ạ?

NGUYỄN NGỌC MINH

(THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Học giỏi là tốt rồi
Ra đời thêm vốn sống
Rèn luyện nói chỗ đông
Mỗi ngày thêm tấn tới
Giờ thì em chờ đợi



ANH PHÓ



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(163). Tìm các số tự nhiên a, b, c sao cho a nhỏ nhất thỏa mãn $7a^2 - 9b^2 + 29 = 0$ và $9b^2 - 11c^2 - 25 = 0$.

CAO NGỌC TOẢN
(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 2(163). Cho tam giác ABC vuông tại A với đường cao AH (AB < AC). Trên tia AH lấy điểm D sao cho AD = BC. So sánh AB·CD và AC·BD.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN
(Số 3/29E, đường Đà Nẵng, Hải Phòng)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(163). Giải phương trình $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + 5\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 2 = 3x + \frac{2}{x}$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

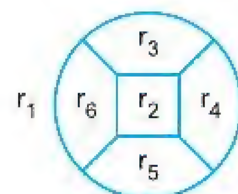
Bài 4(163). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4a - \frac{13b}{4} + 4$, trong đó a, b là các số thực thỏa mãn $1 \le a \le 2$; $1 \le b \le 2$.

NGUYỄN VĂN NHO
(GV. THPT Nguyễn Duy Trinh, Nghi Lộc, Nghệ An)

Bài 5(163). Cho bản đồ M trong hình vẽ. Mỗi cách tô màu đòi hỏi hai vùng kề nhau không cùng màu.

a) Tìm một cách tô bằng 4 màu cho bản đồ đó.

b) M có tô được bằng 3 màu không? Tại sao?



VŨ KIM THỦY

Bài 6(163). Dựng ra phía ngoài tam giác ABC đã cho các tam giác đều ABE và ACF. Gọi M, P thứ tự là trung điểm của BC, EF. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên EF. Chứng minh rằng MP = MH.

NGUYỄN MINH HÀ
(GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(163). Find the natural numbers *a*, *b*, and *c* such that *a* is minimum and that $7a^2 - 9b^2 + 29 = 0$ and $9b^2 - 11c^2 - 25 = 0$.

2(163). Given a triangle *ABC* with the right angle at *A*, *AB* < *AC*, and its height *AH*. Let *D* be a point on the ray *AH* such that *AD* = *BC*. Compare *AB·CD* and *AC·BD*.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

3(163). Solve the following equation $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + 5\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 2 = 3x + \frac{2}{x}$.

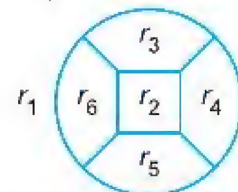
4(163). Given the real numbers a and b such that $1 \le a \le 2$ and $1 \le b \le 2$.

Find the maximum value of the expression $P = a^2 + b^2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4a - \frac{13b}{4} + 4$.

5(163). Given a map *M* as in the following figure. The map is to be colored in such a way that any two adjacent regions are not of the same color.

a) Find a way to color the map using 4 colors.

b) Can the map *M* be colored using 3 colors? Why?



6(163). On the outside of a given triangle *ABC*, construct equilateral triangles *ABE* and *ACF*. Let *M* and *P* be the midpoints of *BC* and *EF*, respectively. Let *H* be the orthogonal projection of *A* onto *EF*. Prove that *MP* = *MH*.

TRƯỜNG THCS VĨNH TƯỜNG
40 NĂM XÂY DỰNG VÀ TRƯỞNG THÀNH



Hội đồng sư phạm nhà trường

Trường THCS Vĩnh Tường được đặt tại trung tâm thị trấn Vĩnh Tường, trước mặt là một hồ nước trong xanh, thơ mộng. Trong 40 năm xây dựng, đổi mới và phát triển, các thế hệ thầy và trò trường THCS Vĩnh Tường đã không ngừng nỗ lực vun đắp để ngôi trường mãi là điểm sáng của giáo dục tỉnh Vĩnh Phúc.

Bước vào thời kì đổi mới, bên cạnh việc giữ vững nề nếp truyền thống, THCS Vĩnh Tường đã tạo dựng cho mình một diện mạo mới. Hoạt động dạy và học của nhà trường đều mang thông điệp "Tầm nhìn, Tâm huyết, Trí tuệ" đào tạo nguồn nhân lực chất lượng cao cho tỉnh Vĩnh Phúc trong sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước. Đội ngũ giáo viên của trường ngày càng vững tay nghề, nhiều thầy cô giáo đã trở thành giáo viên dạy giỏi cấp huyện, cấp tỉnh.

Với những nỗ lực của thầy và trò nhà trường, cùng sự lãnh đạo thống nhất và đúng đắn của chi bộ, ban giám hiệu, chất lượng giáo dục của nhà trường luôn được duy trì và tiến bộ. Học sinh xếp loại văn hoá Giỏi chiếm từ 75% đến 80%, số học sinh xếp loại Trung bình chỉ còn dưới 0,5%. Có 100% học sinh xếp loại hạnh kiểm Khá và Tốt, không có học sinh vi phạm tệ nạn xã hội. Hàng năm có 50% số học sinh lớp 9 thi đỗ vào trường THPT chuyên Vĩnh Phúc; từ 10 đến 20 học sinh đỗ vào trường THPT chuyên của các trường Đại học.

Chất lượng học sinh giỏi hàng năm của trường được duy trì và không ngừng phát triển. Từ năm học 1997-1998 đến nay, nhà trường đã có: 1 huy chương Đồng các môn Khoa học thế giới (I.J.S.O); 2 HCV, 1 HCB Olympic toán Singapore mở rộng; 1 giải Nhất thi tuyên truyền giới thiệu sách toàn quốc; 132 giải Khu vực, Quốc gia: Olympic toán Hà Nội mở rộng, thi giải toán qua mạng, thi Tiếng Anh qua mạng, thi giải toán trên máy tính Casio; thi Thể dục Thể thao (Trong đó tổng cộng có 46 giải Nhất). Thi học sinh giỏi cấp tỉnh lớp 9 có 1951 giải các môn văn hóa (Trong đó có 126 giải Nhất).

Tạp chí Toán Tuổi thơ được học sinh nhà trường rất yêu thích, mỗi năm có từ 3 đến 5 em đoạt giải Cuộc thi giải toán qua thư theo năm học. Từ năm học 2008-2009 đến nay, mỗi năm nhà trường có ít nhất 2 học sinh dự thi Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc; Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc và đã có: 10 HCV, 9 HCB, 3 HCĐ và 2 giải Khuyến Khích. Đặc biệt năm học 2008-2009 nhà trường có 5 học sinh (cả tỉnh Vĩnh Phúc có 6 học sinh) tham dự và cả 5 em đoạt giải với 2 HCV, 3 HCB.

Ghi nhận những kết quả đã đạt được, nhiều năm UBND tỉnh Vĩnh Phúc công nhận trường THCS Vĩnh Tường là đơn vị Lá cờ đầu bậc THCS; năm học 2012-2013 được Thủ tướng Chính phủ tặng Cờ thi đua đơn vị xuất sắc và tháng 11 năm 2015, nhà trường vinh dự được Chủ tịch nước tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Nhất.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT163M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2016.

TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ, HÀ NỘI 26 NĂM HÌNH THÀNH VÀ PHÁT TRIỂN



Lễ khai giảng năm học 2016-2017

Trường THCS Giảng Võ, quận Ba Đình, Hà Nội là trường THCS lớn hàng đầu toàn quốc, với gần 200 cán bộ, giáo viên, công nhân viên và gần 4000 học sinh. Nhà trường luôn là đơn vị có thành tích cao của thành phố Hà Nội về chất lượng dạy và học. Năm học 2015-2016, trường THCS Giảng Võ tự hào là một điểm sáng của ngành Giáo dục quận Ba Đình và của TP. Hà Nội, là năm học mà nhà trường có thành tích vượt trội nhất trong suốt 26 năm qua.

Thi giáo viên giỏi cấp quận, nhà trường có 8 giáo viên đạt giải với 1 giải Xuất sắc (cô giáo Lê Thị Loan), 3 giải Nhất, 4 giải Nhì. Thi đồ dùng dạy học tự làm cấp quận: có 7 giải, trong đó 1 Nhất, 3 Nhì, 3 Ba. Thi giáo viên giỏi cấp thành phố có 1 giáo viên đoạt giải Nhất môn Vật lí.

Số học sinh đoạt Học bổng loại I là 246 em, loại II 264 em.

Kết quả thi học sinh giỏi cấp quận: Học sinh giỏi các môn văn hóa lớp 9; Olympic tiếng Anh 6, 7, 8; Violympic toán qua mạng; tiếng Anh qua mạng (IOE); Olympic toán 8 có tổng cộng 432 giải, trong đó: 54 Nhất, 104 Nhì, 141 Ba, 133 giải Khuyến Khích.

Kết quả thi học sinh giỏi cấp thành phố: Học sinh giỏi các môn văn hóa lớp 9; Olympic tiếng Anh qua mạng (IOE lớp 9); Violympic toán qua mạng lớp 9; Olympic tiếng Anh thành phố (Languagelink) lớp 9; Olympic toán Hà Nội mở rộng có tổng cộng 142 giải, trong đó có: 11 Nhất, 43 Nhì, 63 Ba, 25 giải Khuyến Khích.

Thi học sinh giỏi cấp Quốc gia - Khu vực, có 26 giải, trong đó Violympic toán Quốc gia: 4 HCĐ; thi APMOPS (thi toán Châu Á - Thái Bình Dương): 1 Bạch kim, 1 HCV, 4 HCĐ; cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016: 1 HCB, 3 HCĐ, 2 giải Triển vọng; Tiếng Anh qua mạng (IOE) lớp 9 cấp Quốc gia: 2 HCV, 3 HCB, 3 HCĐ, 1 giải Khuyến Khích; Olympic Tài năng tiếng Anh toàn quốc lần thứ III: 1 HCB.

Thi học sinh giỏi Quốc tế, tổng cộng có 108 giải. Nhà trường vinh dự được Bộ Giáo dục và Đào tạo, Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội giao nhiệm vụ thành lập đoàn học sinh tham dự cuộc thi tại Thái Lan và Trung Quốc. Thi Toán - Khoa học Quốc tế tại Thái Lan có 12 học sinh tham gia và đoạt 12 Huy chương gồm 2 HCV, 6 HCB, 4 HCĐ. Thi Vô địch đội tuyển toán tại Trung Quốc: 4 HCB, 4 HCĐ. Thi toán Quốc tế giữa các thành phố (ITOT-2015) có 5 Nhất, 7 Nhì, 17 Ba. Thi Toán AMC 8 (Cuộc thi toán Hoa Kỳ) có 3 HCV, 6 HCB, 5 HCĐ. Thi toán Quốc tế giữa các thành phố (ITOT-2016) có 6 HCV, 6 HCB, 13 HCĐ. Thi tìm kiếm tài năng Toán học trẻ lần thứ II, 2016 (MYTS) có 4 HCV, 7 HCB, 9 HCĐ.

Các cuộc thi phong trào nhà trường luôn đạt thành tích cao cấp quận, cấp thành phố và cấp quốc gia, với tổng cộng 18 giải Nhất, 13 giải Nhì, 15 giải Ba. Thi thể thao cấp quận có 4 HCV, 3 HCB, 16 HCĐ; cấp thành phố có 19 HCV, 16 HCB, 17 HCĐ, 1 giải đồng đội; cấp quốc gia có 11 HCV; 4 HCB.

Cuối năm học 2015-2016, nhà trường có 464 lượt học sinh đỗ vào các trường THPT chuyên với nhiều em đạt số điểm Thủ khoa.

Nhà trường đã vinh dự được tặng nhiều danh hiệu và phần thưởng cao quý của Nhà nước, Chính phủ, của thành phố Hà Nội và của ngành Giáo dục: Bằng khen của Chính phủ, Bằng khen của Bộ Giáo dục và Đào tạo; Huân chương Lao động hạng Ba năm 1997, hạng Nhì năm 2004, hạng Nhất năm 2009; Huân chương Độc lập hạng Ba năm 2014.



Toán tuổi thơ 2

NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740





NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 20000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHÀO MỪNG NGÀY NHÀ GIÁO VIỆT NAM 20 - 11



Toán tuổi thơ TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): tapchitoantuoitho@gmail.com
toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 Tr 3
Bài toán chứng minh chia hết có điều kiện
Nguyễn Anh Tuấn
Vận dụng bất đẳng thức tam giác để có lời giải của bài toán Tr 5
Nguyễn Đức Tấn
Cửa sổ AC Tr 7
Myanmar gần và xa (Tiếp theo kì trước)
Vũ Kim Thủy
Nhìn ra thế giới Tr 8
Đề thi Toán và Khoa học Quốc tế IMSO năm 2015 (Tiếp theo kì trước)
Trịnh Hoài Dương
Thách đấu! Thách đấu đây! Tr 10
Trận đấu thứ một trăm bốn mươi
Nguyễn Duy Liên
Cuộc thi tư duy thuật toán và tính toán Australia mở rộng Tr 11
Tạ Ngọc Trí
Đến với tiếng Hán Tr 18
Bài 68. Hà Nội có rất nhiều viện bảo tàng (Tiếp theo kì trước)
Nguyễn Vũ Loan
Học Vật lí bằng tiếng Anh Tr 19
Unit 21. The Earth's magnetism
Moris Vũ
Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 20
Suy nghĩ về một dãy bất đẳng thức
Cao Minh Quang
Một số bất đẳng thức trong tam giác và tứ giác
Nguyễn Văn Ngọc

TRONG SỐ NÀY

Học ra sao? Giải toán thế nào? Tr 29
Một số kĩ thuật tính giá trị biểu thức
Nguyễn Khánh Chung
Các tính chất và đôi điều thú vị về tam giác vuông
Nguyễn Đức Hảo
Đề thi các nước Tr 34
AMC 2014
Senior Division
Đỗ Trung Kiên
Kết quả Thi giải toán qua thư Tr 36
Bạn muốn du học Tr 39
Dự thi học bổng Singapore
Thủy Vũ
Compa vui tính Tr 41
Có khẳng định được không?
Tạ Thập
Phá án cùng thám tử Sêlôccôc Tr 42
Cuộc gọi Quốc tế
Đỗ Thị Hiền Anh
Lịch sử Toán học Tr 44
Năm ngôi sao trong chòm sao đại số và lí thuyết số
Lê Quốc Hán
Bạn đọc phát hiện Tr 46
Suy luận và phát triển từ một bài toán
Vương Thị Hải
Chữ và chữ số Tr 48
Kì 25
Trương Công Thành
Toán tiêu dùng Tr 49
Thuê ô tô
Vũ Mulberry
Đo trí thông minh Tr 55
Điền số
Nguyễn Đức Tấn
Sai ở đâu? Sửa cho đúng Tr 56
Bạn có ý kiến gì khác?
Nguyễn Ngọc Hùng
Chuyện dạy và học toán Tr 57
Kinh nghiệm giảng dạy các bài toán quỹ tích
Nguyễn Thị Bính
Giờ ra chơi Tr 61
Vui cười
Đỗ Hồng Thịnh
Trường Olympic Tr 62
Tuổi của một số thiết bị, vật dụng và công nghệ
Bính Nam Hà
Rubic hỏi... đáp Tr 63
Để thi giải toán qua thư Tr 64





BÀI TOÁN CHỨNG MINH CHIA HẾT CÓ ĐIỀU KIỆN

NGUYỄN ANH TUẤN
(GV. THCS Hòa Hiếu 2, TX. Thái Hòa, Nghệ An)

Trong quá trình giải toán về phép chia các số nguyên chúng ta thường gặp dạng toán sau: *Cho biết* $A \vdots m$ *chứng minh rằng* $B \vdots m$, hoặc *Chứng minh rằng* $A \vdots m \Leftrightarrow B \vdots m$. Ý tưởng chính để giải dạng toán này là chứng minh $(kA \pm tB) \vdots m$ trong đó $k, t \in \mathbb{N}^*$ và $(k, m) = 1$, $(t, m) = 1$, từ đó ta sẽ suy ra được điều phải chứng minh.

Trong bài viết này, chúng ta thường sử dụng các kiến thức cơ bản sau:

1. Nếu tổng (hiệu) của hai số chia hết cho m và một trong hai số đó chia hết cho m thì số còn lại chia hết cho m.

2. Mọi số tự nhiên đều viết được dưới dạng tổng các chữ số của nó cộng với một số chia hết cho 9.

3. Nếu tích a.b chia hết cho c mà (b, c) = 1 thì a chia hết cho c.

Chúng ta cùng xét một số ví dụ sau:

Ví dụ 1. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$, chứng minh rằng
$2a + 5b \vdots 11 \Leftrightarrow a + 8b \vdots 11$.

Lời giải. Cách 1. Ta có
$5(2a + 5b) + (a + 8b) = 11(a + 3b) \vdots 11$.
Do đó $a + 8b \vdots 11 \Leftrightarrow 5(2a + 5b) \vdots 11$
$\Leftrightarrow 2a + 5b \vdots 11$ (vì $(5, 11) = 1$).

Cách 2. Ta có
$6(2a + 5b) - (a + 8b) = 11(a + 2b) \vdots 11$.
Do đó $a + 8b \vdots 11 \Leftrightarrow 6(2a + 5b) \vdots 11$
$\Leftrightarrow 2a + 5b \vdots 11$ (vì $(6, 11) = 1$).

Các bạn giải tương tự như trên trong cách 3, 4, 5 dưới đây và hãy tìm thêm các hệ thức khác như thế.

Cách 3. $(2a + 5b) + 9(a + 8b) = 11(a + 7b) \vdots 11$.

Cách 4. $13(a + 8b) - (2a + 5b) = 11(a + 9b) \vdots 11$.

Cách 5. $2(a + 8b) - (2a + 5b) = 11b \vdots 11$.

Ví dụ 2. Cho $A = 7^n + 3n - 1$ và $B = 7^{n+1} + 3(n + 1) - 1$ (với $n \in \mathbb{N}$).
Chứng minh rằng $A \vdots 9 \Leftrightarrow B \vdots 9$.

Lời giải. Ta có
$7A - B = 7(7^n + 3n - 1) - (7^{n+1} + 3(n + 1) - 1)$
$= 18n - 9 = 9(2n - 1) \vdots 9$.
Do đó $A \vdots 9 \Leftrightarrow 7A \vdots 9 \Leftrightarrow B \vdots 9$ (vì $(7, 9) = 1$).

Ví dụ 3. a) Chứng minh rằng
$\overline{abc} + \overline{deg} \vdots 37 \Leftrightarrow \overline{abcdeg} \vdots 37$.

b) Chứng minh rằng
$\overline{abc} - \overline{deg} \vdots 7 \Leftrightarrow \overline{abcdeg} \vdots 7$.

c) Chứng minh rằng
$\overline{abcdef} \vdots 11 \Leftrightarrow \overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} \vdots 11$.

Lời giải. a) Ta có
$\overline{abcdeg} - (\overline{abc} + \overline{deg})$
$= (1000.\overline{abc} + \overline{deg}) - (\overline{abc} + \overline{deg})$
$= 999.\overline{abc} = 37.27.\overline{abc} \vdots 37$.

Do đó $\overline{abc} + \overline{deg} \vdots 37 \Leftrightarrow \overline{abcdeg} \vdots 37$.

b) Ta có
$\overline{abcdeg} + (\overline{abc} - \overline{deg})$
$= (1000.\overline{abc} + \overline{deg}) + (\overline{abc} - \overline{deg})$
$= 1001.\overline{abc} \vdots 7$.

Do đó $\overline{abc} - \overline{deg} \vdots 7 \Leftrightarrow \overline{abcdeg} \vdots 7$.

c) Ta có
$\overline{abcdef} - (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef})$
$= (10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{ef}) - (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef})$
$= 11(909\overline{ab} + 9\overline{cd}) \vdots 11$.

Từ đó suy ra $\overline{abcdef} \vdots 11 \Leftrightarrow (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef}) \vdots 11$.

Ví dụ 4. Cho một số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 37. Chứng minh rằng bằng cách hoán vị vòng quanh các chữ số của số đó, ta được hai số nữa cũng chia hết cho 37.

Lời giải. Giả sử $\overline{abc} \vdots 37$, khi đó ta cần chứng minh $\overline{bca} \vdots 37$ và $\overline{cab} \vdots 37$.

Thật vậy, ta có

$10.\overline{abc} - \overline{bca} = (1000a + 10.\overline{bc}) - (10.\overline{bc} + a)$

$= 999a = 37.27.a \vdots 37.$

Suy ra $\overline{bca} \vdots 37$ (vì $\overline{abc} \vdots 37$ nên $10\overline{abc} \vdots 37$).

$10.\overline{cab} - \overline{abc} = (1000c + 10\overline{ab}) - (10\overline{ab} + c)$

$= 999c = 37.27.c \vdots 37.$

Suy ra $10.\overline{cab} \vdots 37$ (vì $\overline{abc} \vdots 37$).

Vậy $\overline{cab} \vdots 37$ (vì (10, 37) = 1).

Ví dụ 5. Cho một số tự nhiên chia hết cho 7 gồm sáu chữ số. Chứng minh rằng nếu chuyển chữ số đầu xuống cuối cùng, ta vẫn được một số chia hết cho 7.

Lời giải. Giả sử $\overline{abcdef} \vdots 7$, ta có

$10^5.\overline{bcdefa} - \overline{abcdef}$

$= 10^5(10.\overline{bcdef} + a) - (10^5.a + \overline{bcdef})$

$= 999999.\overline{bcdef} = 7.142857.\overline{bcdef} \vdots 7$

Vì $\overline{abcdef} \vdots 7$ nên $10^5.\overline{bcdefa} \vdots 7$

$\Rightarrow \overline{bcdefa} \vdots 7$ (vì $(10^5, 7) = 1$).

Ví dụ 6. Cho một số tự nhiên chia hết cho 7 có ba chữ số, trong đó chữ số hàng chục bằng chữ số hàng đơn vị. Chứng minh rằng tổng các chữ số của nó chia hết cho 7.

Lời giải. Giả sử $\overline{abb} \vdots 7$, ta có

$100(a + b + b) - \overline{abb}$

$= 100(a + 2b) - (100a + 10b + b) = 189b \vdots 7.$

Suy ra $100(a + 2b) \vdots 7 \Rightarrow a + 2b \vdots 7$ (vì (100, 7) = 1).

Ví dụ 7. Chứng minh rằng $5a^2 + 15ab - b^2 \vdots 49$ $\Leftrightarrow 3a + b \vdots 7$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$).

Lời giải. ● Nếu $5a^2 + 15ab - b^2 \vdots 49$

$\Rightarrow 5a^2 + 15ab - b^2 \vdots 7.$ (1)

Mặt khác lại có

$(5a^2 + 15ab - b^2) + (3a + b)^2 = 7a(2a + 3b) \vdots 7.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$(3a + b)^2 \vdots 7 \Rightarrow 3a + b \vdots 7$ (vì 7 là số nguyên tố).

● Nếu $3a + b \vdots 7$, ta có

$(3a + b) + 2(2a + 3b) = 7(a + b) \vdots 7$

$\Rightarrow 2(2a + 3b) \vdots 7 \Rightarrow 2a + 3b \vdots 7$ (vì (2, 7) = 1).

Suy ra $(5a^2 + 15ab - b^2) + (3a + b)^2$

$= 7a(2a + 3b) \vdots 49.$ (3)

Vì $3a + b \vdots 7$ nên $(3a + b)^2 \vdots 49.$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $5a^2 + 15ab - b^2 \vdots 49.$

Vậy $5a^2 + 15ab - b^2 \vdots 49 \Leftrightarrow 3a + b \vdots 7.$

Nhận xét. *Chúng ta có thể vận dụng ý tưởng trên vào bài toán chứng minh chia hết không có điều kiện, tức là muốn chứng minh $A \vdots m$ ta sẽ chứng minh $(A \pm km) \vdots m$ trong đó $k \in \mathbb{N}^*$.*

Bài tập tự luyện

Bài 1. Chứng minh rằng nếu $g + 3e + 2d - c - 3b - 2a \vdots 7$ thì $\overline{abcdeg} \vdots 7$.

Bài 2. Chứng minh rằng:

a) $\overline{abcd} \vdots 29 \Leftrightarrow (a + 3b + 9c + 27d) \vdots 29$.

b) $\overline{abc} \vdots 23 \Leftrightarrow 30a + 3b - 2c \vdots 23$.

Bài 3. Cho $x, y \in \mathbb{N}$. Chứng minh rằng $2x + 3y \vdots 17 \Leftrightarrow 9x + 5y \vdots 17$.

Bài 4. a) Chứng minh rằng $10^n + 72n - 1 \vdots 81$ $(n \in \mathbb{N})$.

b) Chứng minh rằng số gồm 27 nhóm chữ số 10 thì chia hết cho 27.

c) Hai số tự nhiên a và 4a có tổng các chữ số bằng nhau. Chứng minh rằng a chia hết cho 3.

Bài 5. Cho $x, y \in \mathbb{Z}$, chứng minh rằng

a) $x^2 + 20xy + 269y^2 \vdots 169 \Leftrightarrow 2x + 7y \vdots 13$.

b) $3x + 2y \vdots 11 \Leftrightarrow x^2 + 16xy - 57y^2 \vdots 121$.

Bài 6. Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}$ thì

a) $9^{2n} + 2009 \vdots 10$;

b) $9.10^n + 72 \vdots 81$.

Bài 7. a) Hai số tự nhiên a và 2a đều có tổng các chữ số bằng k. Chứng minh rằng a chia hết cho 9.

b) Chứng minh rằng $10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27.

c) Chứng minh rằng số gồm 81 chữ số 1 thì chia hết cho 81.





VẬN DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC ĐỂ CÓ LỜI GIẢI CỦA BÀI TOÁN

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Vận dụng bất đẳng thức về cạnh trong tam giác không chỉ giúp ta có được lời giải bài toán mà đôi khi còn cho chúng ta lời giải đẹp. Sau đây, chúng tôi xin giới thiệu đến các bạn một số bài toán minh họa về phương pháp này.

*** Bất đẳng thức về các cạnh trong tam giác:** Trong một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c thì $|b - c| < a < b + c$.

1. Bài toán 1. Cho a, b, c là độ dài các cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2$.

Lời giải. Theo bất đẳng thức tam giác, ta có $b + c > a$.

Do đó $\frac{a}{b+c} = \frac{2a}{b+c+b+c} < \frac{2a}{a+b+c}$.

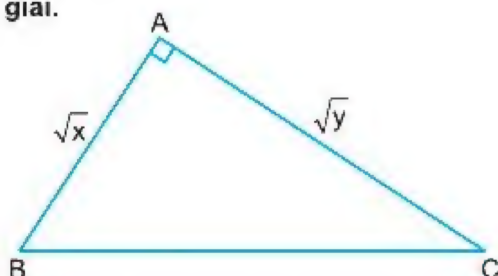
Tương tự, ta có

$\frac{b}{c+a} < \frac{2b}{a+b+c}$ và $\frac{c}{a+b} < \frac{2c}{a+b+c}$.

Vậy $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < \frac{2a+2b+2c}{a+b+c} = 2$.

Bài toán 2. Cho x, y là hai số dương. Chứng minh rằng $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{x+y}$.

Lời giải.



Xét ΔABC vuông tại A có $AB = \sqrt{x}$, $AC = \sqrt{y}$.

Vì ΔABC vuông tại A nên ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (theo định lí Pythagoras).

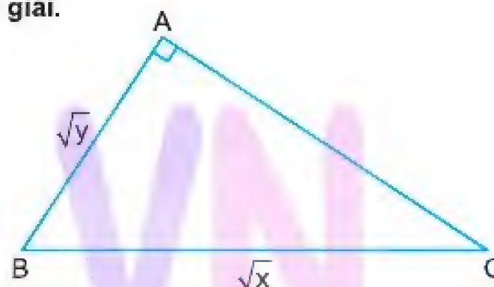
Do đó $BC^2 = x + y$ $(BC > 0)$ $\Rightarrow BC = \sqrt{x+y}$.

Mà trong ΔABC có $AB + AC > BC$ (bất đẳng thức tam giác).

Vậy $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{x+y}$.

Bài toán 3. Cho x, y là hai số dương và $x > y$. Chứng minh rằng $\sqrt{x} - \sqrt{y} < \sqrt{x-y}$.

Lời giải.



Xét ΔABC vuông tại A có $BC = \sqrt{x}$, $AB = \sqrt{y}$.

Vì ΔABC vuông tại A nên $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (theo định lí Pythagoras).

Do đó $y + AC^2 = x \Rightarrow AC = \sqrt{x-y}$ (vì $x > y$).

Lại có $BC - AB < AC$ (bất đẳng thức tam giác).

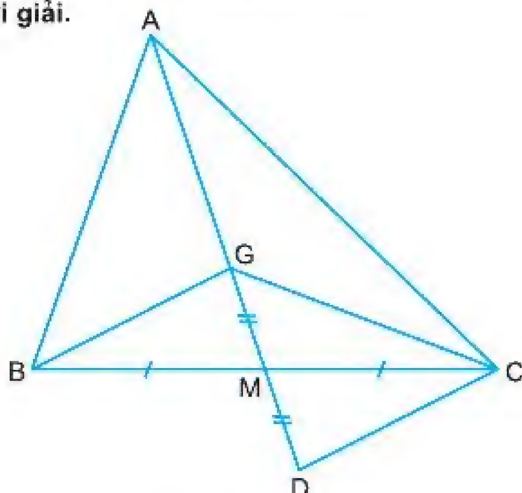
Vậy $\sqrt{x} - \sqrt{y} < \sqrt{x-y}$.



Bài toán 4. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Chứng minh rằng

$GA^2 + GB^2 + GC^2 < 2(GA.GB + GB.GC + GC.GA)$.

Lời giải.



Gọi M là giao điểm của AG và BC.

Trên tia đối của tia MG lấy điểm D sao cho MD = MG.

Ta có $MG = \frac{1}{2}AG$ (vì G là trọng tâm của ΔABC) và MB = MC.

Mà GD = MG + MD và MD = MG (giả thiết) nên GD = GA.

Xét ΔMGB và ΔMDC có

MG = MD

$\widehat{GMB} = \widehat{DMC}$ (hai góc đối đỉnh)

MB = MC.

Vậy $\Delta MGB = \Delta MDC$ (c.g.c)

$\Rightarrow$ GB = CD.

Trong ΔGCD có

GD < GC + CD, CD < GC + GD, GC < GD + CD (bất đẳng thức tam giác).

Do đó GA < GC + GB, GB < GC + GA, GC < GA + GB

$\Rightarrow GA^2 < GA.GC + GA.GB$, $GB^2 < GB.GC + GA.GB$, $GC^2 < GC.GA + GB.GC$.



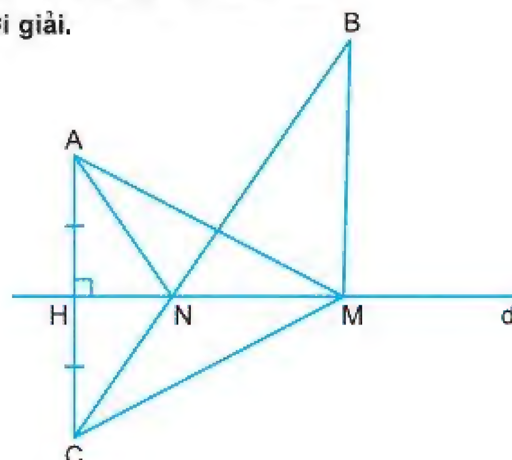


Suy ra

$GA^2 + GB^2 + GC^2 < 2(GA.GB + GB.GC + GC.GA)$.

Bài toán 5. Cho hai điểm A, B nằm ngoài đường thẳng d và nằm cùng phía đối với đường thẳng d. Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d để MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



Vẽ AH ⊥ d tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm C sao cho HC = HA.

Ta có d là đường trung trực của đoạn thẳng AC.

Gọi N là giao điểm của BC và đường thẳng d.

Vì M, N ∈ d nên NA = NC, MA = MC.

- Nếu M ≡ N thì MA + MB = NC + NB = BC.
- Nếu M không trùng với N thì trong ΔMBC có MC + MB > BC (bất đẳng thức tam giác).

Vậy khi điểm M trùng với điểm N thì MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.

- Cách dựng điểm M:

* Vẽ AH ⊥ d tại H.

* Trên tia đối của tia HA lấy C sao cho HC = HA.

Khi đó M là giao điểm của BC và d.



MYANMAR GẦN VÀ XA

(Tiếp theo kì trước)

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Nói tiếp về những khác lạ mà chúng ta thấy khi đến nước bạn. Khu vực quảng trường trung tâm khá giống các thành phố châu Âu. Điều này vẫn tương đồng với khu vực Nhà hát Lớn, Hà Nội. Nhưng cái khác ở đây là kiến trúc mang dáng dấp khác, không giống Pháp mà như kiểu Anh. Ai đã đến Malaysia thì thấy khu vực quảng trường trung tâm ở hai nước khá giống nhau. Một cây tháp cao với kiến trúc đơn giản vươn cao giữa quảng trường giống tháp Độc lập ở Indonesia nhưng ở đây nhỏ hơn. Nhân tiện kể về kiến trúc nói thêm về nhà ở của dân Yangon. Nhiều ngôi nhà cổ ở những khu phố cũ chắc có tuổi gần tám, chín thập niên. Nhìn qua nó có dáng dấp khu nhà tập thể. Chiều chưa muộn nhưng nhìn vào cầu thang đã thấy tối. Cầu thang đi ngay từ hè phố, lên thẳng một mạch đến tầng trên chứ không rẽ ngoặt có chiếu nghỉ. Lên trên hai bên là hai nhà. Vậy là cầu thang thì chung nhưng hai nhà hai bên khá độc lập. Điều lạ nhất là nhiều nhà 6, 7, 8 tầng ở mặt phố lớn không có thang máy. Mỗi gia đình ở các tầng trên thả sẵn một sợi dây, đầu có treo các hộp hoặc túi. Các túi đó treo cả ngày trước cửa nhà tầng 1, ngay tầm mắt người đi đường, nhìn khá lạ mắt. Chẳng ai lấy thế làm điều. Khi chủ nhà cần mua (gia vị, quà sáng, nhu yếu phẩm...) họ gọi cho nhà hàng. Người mang hàng đến chỉ việc bỏ vào túi có sẵn ghi địa chỉ phòng, chủ nhà kéo lên rồi thả tiền vào hạ xuống trả cho nhà hàng. Có khi túi treo từ sáng đến trưa vì chủ nhà đi vắng. Một điều đáng nhớ là các nét văn hóa Phật giáo mà bạn được trải nghiệm. Các khu chùa đều rộng lớn. Chùa Vàng ở Yangon có cả khu thang máy đưa khách tham quan lên khu vực sảnh chính. Trong toàn bộ các khu chùa khách tham quan đều đi chân đất (thường là chân trần, không tất). Ở chùa Vàng tại trung tâm thì có giá cho khách để dép, khi ra được phát giấy ướt lau chân. Ở các khu chùa bình thường khác giày dép để ngoài cổng trước khi vào sân. Vậy nên sang Myanma đi dép xỏ ngón vừa giống người sở tại vừa tiện khi vào chùa không phải tháo giầy, tất. Trang phục ở nhiều ngôi chùa quy định là quần phải tới mắt cá chân. Bạn được hướng dẫn mua trang phục để phù hợp nếu lỡ mặc kiểu quần dã ngoại chưa tới đầu gối.

Điều khó quên nhất là 11 km lên chùa đá vàng hay chùa Kyaikhtiyo. Đường dốc ngoằn nghoèo như lên Tam Đảo. Xe chuyên dụng là xe tải như trong quân đội. Có 6 hàng ghế inox bắc ngang, mỗi hàng ghế 6 người. Vừa tối đa số khách một xe chở được vừa không làm người ngồi bị xô qua xô lại khi xe vào cua và lên, xuống dốc. Rất nhiều người sợ khi đi chuyến xe này vì đường dốc và hẹp, xe mui trần. Nhưng may là xe chỉ đi một chiều, có chặng nghỉ, chờ xe đi ngược lại qua hết. Lên đến nơi là cả một không gian kì thú ngút tầm mắt. Xa xa là ngôi chùa vàng xây trên tảng đá.

(Còn tiếp)



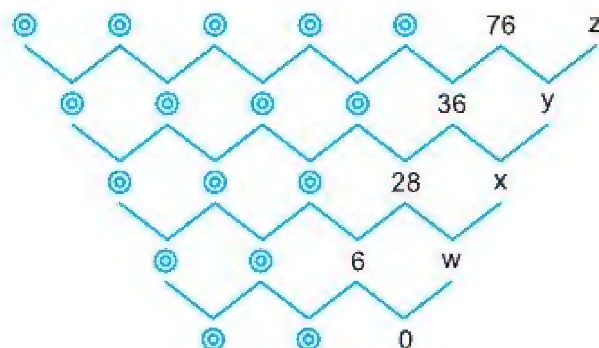
ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

PHẦN CÂU HỎI CÓ CÂU TRẢ LỜI NGẮN

(Tiếp theo kì trước)

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
Sưu tầm và giới thiệu
MAI VŨ *(dịch)*

7. Trong cách sắp xếp ở hình dưới đây, mỗi số là hiệu số không âm của 2 số ở phía trên liền với nó. Tính số trung bình cộng của 8 giá trị có thể được của z.



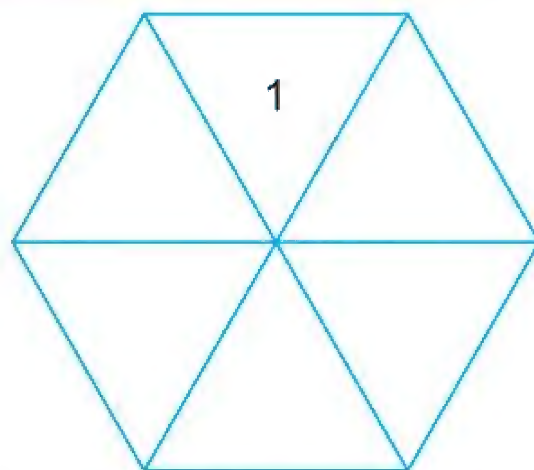
8. Có bao nhiêu số nguyên dương từ 1 đến 2015 không chia hết cho một trong các số sau: 2, 20, 201 và 2015?

9. Trong một cuộc khảo sát 100 sinh viên, có 84 sinh viên không thích chơi quần vợt, 74 sinh viên không thích chơi trượt tuyết, 62 sinh viên không thích chơi cả quần vợt và trượt tuyết. Vậy có bao nhiêu sinh viên thích chơi cả quần vợt và trượt tuyết?

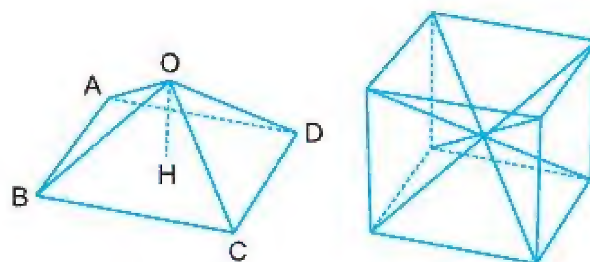
10. Biết rằng 0, 2, 4, 6, 8 là các chữ số chẵn. Cần bao nhiêu chữ số chẵn để viết các số từ 1 đến 100?

11. Hai số được gọi là "cặp số gương" nếu một trong hai số đó được tạo thành bằng việc đảo ngược thứ tự các chữ số của số kia. Ví dụ, 123 và 321. Nếu tích của một cặp số gương là 146047, thì tổng của cặp số gương này là bao nhiêu?

12. Trong hình lục giác dưới đây, số 1 được đặt vào tam giác cao nhất. Có bao nhiêu cách khác nhau đặt các số 2, 3, 4, 5 và 6 vào các tam giác trống còn lại sao cho tổng các số trong các cặp tam giác đối nhau qua tâm lục giác là 5, 7, 9?



13. Có 6 hình chóp giống nhau với đáy là hình vuông được xếp thành một hình lập phương có thể tích 2744 cm^3 *(Xem hình 2)*. Tính độ dài đường cao OH từ đỉnh O đến đáy hình vuông ABCD của mỗi hình chóp, theo cm *(Xem hình 1)*.



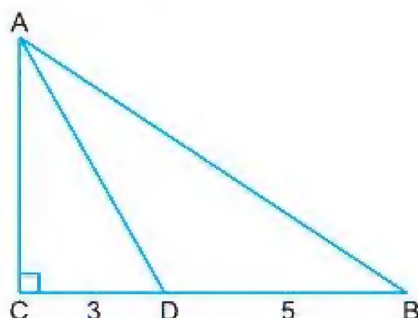
Hình 1 *Hình 2*

14. Có bao nhiêu số trong các số 1×2, 2×3, 3×4, ..., 29×30 chia hết cho 3 hoặc 5?

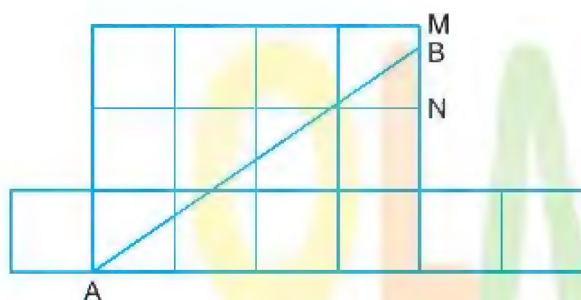
15. Một con cáo thấy có một con thỏ ở phía trước cách nó 21 m. Trong một giây, con thỏ chạy 5 bước, cáo chỉ chạy được 3 bước. Biết rằng khoảng cách 4 bước của cáo bằng 9 bước của thỏ. Nếu khoảng cách mỗi bước chạy của thỏ là 0,6 m thì mất bao nhiêu giây để cáo bắt được thỏ?

16. Xét tất cả các số có 3 chữ số sao cho các chữ số đó khác nhau và đều khác 0. Tính tổng tất cả các số có 3 chữ số đó.

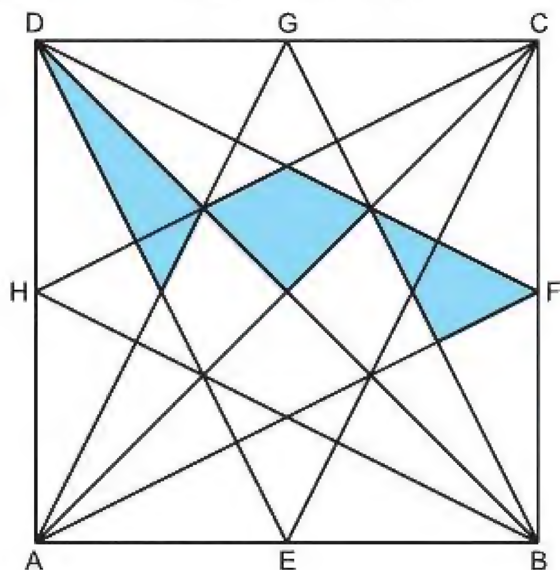
17. Cho tam giác ABC vuông với $\widehat{C} = 90^o$. Tia phân giác của góc A cắt CB tại D. Nếu CD = 3 cm, BD = 5 cm, tính độ dài AB, theo cm.



18. Hình vẽ dưới đây gồm 15 ô vuông đơn vị. Đường AB chia hình đó thành 2 phần có diện tích bằng nhau. Tính giá trị của $\frac{MB}{BN}$.



19. Vẽ hình vuông ABCD với các điểm E, F, G, H là trung điểm của các cạnh như hình vẽ. Nếu tổng diện tích phần được tô đậm là 15 cm^2, hãy tính diện tích hình vuông ABCD, theo cm^2.



20. Các kí hiệu I, M, S, O, 1 và 5 được viết thành một hàng ngang theo thứ tự nào đó.

(1) M có thể là kí hiệu đầu tiên hoặc cuối cùng từ bên trái.

(2) S là kí hiệu thứ tư tính từ bên trái.

(3) S ở phía trái O và không nhất thiết ở cạnh O.

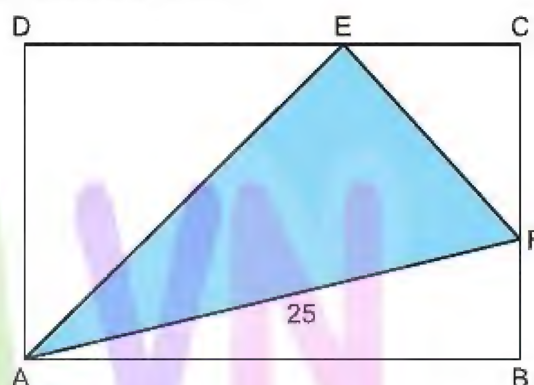
(4) I ở bên phải M và không nhất thiết ở cạnh M.

(5) O và 1 đặt cạnh nhau.

(6) Chỉ có đúng một kí hiệu nằm giữa I và 1.

Vậy kí hiệu thứ hai tính từ trái là kí hiệu nào?

21. Cho ABCD là hình chữ nhật với điểm E thuộc CD và F là điểm thuộc BC sao cho $\widehat{AEF} = 90^o$, AF = 25 cm. Độ dài của DE, EC, CF, FB, AE và EF là các số nguyên dương. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD, theo cm^2.



22. Cho các số nguyên dương khác nhau có trung bình cộng là 38 và 52 là một trong các số nguyên đó. Nếu bỏ đi số 52, trung bình cộng của các số nguyên còn lại là 37. Tìm số nguyên dương lớn nhất có thể có trong các số nguyên này.

23. Tổng của 47 số nguyên dương khác nhau là 2015. Có nhiều nhất bao nhiêu số trong các số nguyên dương đó là số lẻ?

24. Ta gọi "phân số đơn vị" là phân số trong đó có tử số là 1 và mẫu số là một số nguyên dương nào đó. Ta biểu diễn số 1 bằng tổng của 7 phân số đơn vị khác nhau, biết 5 trong 7 phân số đó là $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{15}, \frac{1}{30}$. Tính tích của 2 phân số đơn vị còn lại.

25. Từ 99 số nguyên dương nhỏ hơn 100, ta chọn nhiều số khác nhau sao cho không có tập con nào của các số được chọn có tổng bằng 100. Nếu như tổng các số được chọn là lớn nhất, hãy tìm số nhỏ nhất trong các số đã chọn.

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI

Người thách đấu: *Nguyễn Duy Liên*, GV. THPT chuyên Vĩnh Phúc.

Bài toán thách đấu: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a}{bc} + \frac{2b}{ca} + \frac{5c}{ab}$, trong đó a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 6$.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.12.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI TÁM (TTT2 số 161+162)

Ta có $P = \frac{1-2x}{x^3+7x-(5-x)+1} + \frac{1-2y}{y^3+7y-(5-y)+1} + \frac{1-2z}{z^3+7z-(5-z)+1}$

$= \frac{1-2x}{x^3+8x-4} + \frac{1-2y}{y^3+8y-4} + \frac{1-2z}{z^3+8z-4}$.

Ta sẽ chứng minh $\frac{1-2x}{x^3+8x-4} \le \frac{1}{20}x - \frac{1}{4}$. (1)

Vì $x \ge 1$ nên (1) $\Leftrightarrow \frac{1-2x}{x^3+8x-4} \le \frac{x-5}{20}$

$\Leftrightarrow 20(1-2x) \le (x^3+8x-4)(x-5) \Leftrightarrow 20 - 40x \le x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 44x + 20$

$\Leftrightarrow x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x \ge 0 \Leftrightarrow x(x^3 - 5x^2 + 8x - 4) \ge 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x^2 - 4x + 4) \ge 0$

$\Leftrightarrow x(x-1)(x-2)^2 \ge 0$ (luôn đúng). Vậy (1) đúng.

Tương tự ta có $\frac{1-2y}{y^3+8y-4} \le \frac{1}{20}y - \frac{1}{4}$ (2); $\frac{1-2z}{z^3+8z-4} \le \frac{1}{20}z - \frac{1}{4}$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $P \le \left(\frac{1}{20}x - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{20}y - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{20}z - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{20}(x+y+z) - \frac{3}{4} = \frac{5}{20} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}(x-1)(x-2)^2 = 0\\(y-1)(y-2)^2 = 0\\(z-1)(z-2)^2 = 0\\x+y+z = 5\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 1, y = z = 2\\y = 1, x = z = 2.\\z = 1, x = y = 2\end{array}\right.$

Vậy $\max P = -\frac{1}{2}$ khi chẳng hạn (x, y, z) = (1, 2, 3).

Nhận xét. Ta phát hiện bất đẳng thức (1) nhờ dự đoán $\frac{1-2x}{x^3+8x-4} \le ax + b$. (*) với $\forall\, x \ge 1$ và tìm a, b bằng cách lần lượt thay x = 1, x = 2 vào hai vế của (*) ta có $\begin{cases}\frac{1-2.1}{1^3+8.1-4} = a.1 + b\\\frac{1-2.2}{2^3+8.2-4} = a.2 + b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a + b = \frac{-1}{5}\\2a + b = \frac{-3}{20}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = \frac{1}{20}\\b = -\frac{1}{4}.\end{cases}$



Nhận xét. Đăng quang trong trận đấu này là võ sĩ *Tạ Nam Khánh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**. Vì bạn Khánh đã có lời giải ngắn gọn và sớm nhất. Bạn *Phạm Thành Dũng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc** cũng có lời giải đúng và được khen.

LÊ ĐỨC THUẬN

CUỘC THI TƯ DUY THUẬT TOÁN VÀ TÍNH TOÁN AUSTRALIA MỞ RỘNG

COMPUTATIONAL AND ALGORITHMIC THINKING (CAT)

TS. TẠ NGỌC TRÍ
(Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo)

Không giống như bất cứ một thời điểm nào khác trong lịch sử phát triển của thế giới, tư duy thuật toán đang trở nên là một phần của thế giới ngày nay của chúng ta. Tin học nghiên cứu về cấu trúc và sự biến đổi của các hệ thống tự nhiên và nhân tạo mà chúng tạo ra, xử lí, cất giữ và giao tiếp thông tin. Trên nhiều lĩnh vực khác nhau từ nghiên cứu y sinh đến việc hẹn hò, và sử dụng sức mạnh và khả năng của công nghệ, Tin học chuyển các dữ liệu thành các thông tin mà con người có các giải pháp xử lí hàng ngày.

Tin học là một môn học đang phát triển rất nhanh chóng và có cơ sở là Toán học. Học sinh học Tin học là học các thuật toán đơn giản, các cấu trúc dữ liệu và các kĩ thuật tính toán có nền tảng là thông tin và giao tiếp, và thể hiện quá trình học tập thông qua các nhiệm vụ về lập trình cho máy tính. Trong chương trình giáo dục phổ thông của các nước thì Tin học cũng được xác định là một môn học quan trọng để phát triển cho học sinh nhiều năng lực chung, như năng lực tính toán, năng lực công nghệ thông tin và truyền thông.

Cuộc thi tư duy thuật toán và tính toán Australia mở rộng (CAT) là cuộc thi giải toán, kéo dài trong 60 phút. Cuộc thi này nhằm xác định tiềm năng của học sinh về tư duy lập trình, những tiềm năng mà học sinh thường không có cơ hội để thể hiện.

Tuy vậy CAT **không** phải là cuộc thi lập trình và CAT không đòi hỏi học sinh có kiến thức về lập trình! Kết quả của bài thi CAT có thể giúp phát hiện ra các tài năng trong tương lai về lập trình mà các hoạt động thông thường trong học tập không làm được. Một số câu hỏi trong bài thi kiểm tra khả năng thể hiện của học sinh về tư duy mạch lạc (tư duy câu lệnh); những câu hỏi khác đòi hỏi suy nghĩ lôgic, trong khi đó còn có những câu hỏi yêu cầu cao hơn đòi hỏi phải xác định và ứng dụng của tư duy thuật toán.

CAT có 4 bài thi bao gồm: *bài thi cho khối 5-6 (UP), bài thi cho khối 7-8 (J), bài thi cho khối 9-10 (I), và bài thi cho khối 11-12 (J).* Mỗi bài thi gồm sáu câu hỏi trắc nghiệm, tiếp theo đó là chín câu hỏi yêu cầu cao hơn với câu trả lời có kết quả là một số nguyên.

Ví dụ về một câu hỏi trong bài thi CAT: *The sniffer dog at the airport stops beside a trolley piled high with 60 suitcases. One of the suitcases contains contraband peanuts. The dog can tell whether peanuts are hidden in any one of the group of suitcases, but it gets tired if it has to do too much sniffing.*

What is the smallest number of groups of suitcases it must sniff in order to isolate the suitcase with the peanuts?

● Đề bài dịch sang tiếng Việt: *Một chú chó đánh hơi ở sân bay đang đứng bên cạnh một xe chở 60 vali được chất cao. Một trong những vali có chứa củ lạc bị cấm nhập cảnh(*). Chú chó có thể phát hiện trong một chồng nào đó có vali chứa củ lạc hay không, nhưng chú chó sẽ bị mệt nếu phải làm việc quá nhiều.*

Hỏi số ít nhất các chồng vali mà chú chó phải ngửi để có thể chỉ ra được vali chứa củ lạc?

CAT được tổ chức và quản lý bởi Quỹ ủy thác Toán học Australia (Australian Mathematics Trust) phối hợp với ủy ban Olympic Tin học của Australia (Australian Informatics Olympiad Committee). Quỹ ủy thác Toán học Australia Trust là một tổ chức phi lợi nhuận quốc gia. Mục đích các hoạt động của AMT là:

● Làm phong phú cho hoạt động giảng dạy và học tập môn Toán và môn Tin học của học sinh tất cả các cấp học.

● Tổ chức các cuộc thi phát hiện tìm kiếm tài năng Toán học và Tin học.

● Tổ chức các hoạt động, hội thảo về học tập, giảng dạy cho học sinh và giáo viên.

● Xuất bản sách để quảng bá cho việc học Toán, Tin học cho học sinh Australia và Quốc tế.

Ủy ban Olympic Tin học của Australia cũng như AMT được hỗ trợ bởi một mạng lưới rộng lớn của các tình nguyện viên nhiệt tình từ Australia và trên toàn thế giới, bao gồm các học giả, các thành viên Hội Toán học, Tin học, các nhà giáo dục toán học, tin học và các cựu thành viên của các đội tuyển thi Toán học, Tin học của Australia.

Thông tin thêm về AMT xin truy cập tại đường dẫn http://www.amt.edu.au/

Thông tin thêm về CAT và danh sách các học sinh trên thế giới đạt kết quả cao nhất trong cuộc thi CAT 2015 có thể truy cập tại đường dẫn sau http://www.amt.edu.au/informatics/cat/

(*) *Luật nhập cảnh của Australia cấm không cho mang vào các loại hạt như lạc, chú thích người dịch.*

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6 HUYỆN HOẰNG HÓA, TỈNH THANH HÓA

Năm học: 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(4,5 điểm)* Tính giá trị các biểu thức sau

a) $A = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} : 5 - \frac{1}{18}.(-3)^2$.

b) $B = 3.\{5.[(5^2 + 2^3) : 11] - 16\} + 2015$.

c) $C = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right)\left(1 + \frac{1}{2.4}\right)\left(1 + \frac{1}{3.5}\right)...\left(1 + \frac{1}{2014.2016}\right)$.

Bài 2. *(4,0 điểm)*

a) Tìm số tự nhiên x biết $8.6 + 288 : (x - 3)^2 = 50$.

b) Tìm các chữ số x, y để $A = \overline{x183y}$ chia cho 2, 5 và 9 đều dư 1.

c) Chứng tỏ rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p^2 - 1$ chia hết cho 3.

Bài 3. *(4,5 điểm)*

a) Cho biểu thức $B = \frac{5}{n-3}$ $(n \in \mathbb{Z}, n \neq 3)$.

Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để B là số nguyên.

b) Tìm các số nguyên tố x, y sao cho $x^2 + 117 = y^2$.

c) Số 2^{100} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số?

Bài 4. *(5,0 điểm)*

Cho góc $\widehat{xBy} = 55^\circ$. Trên các tia Bx, By lần lượt lấy các điểm A và C sao cho $A \neq B$, $C \neq B$. Trên đoạn thẳng AC lấy điểm D sao cho $\widehat{ABD} = 30^\circ$.

a) Tính độ dài AC, biết AD = 4 cm, CD = 3 cm.

b) Tính số đo của $\widehat{DBC}$.

c) Từ B vẽ tia Bz sao cho $\widehat{DBz} = 90^\circ$. Tính số đo $\widehat{ABz}$.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

a) Tìm các chữ số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\overline{abbc} = \overline{ab} \times \overline{ac} \times 7$.

b) Cho $A = \frac{1}{2}\left(7^{2012^{2015}} - 3^{92^{94}}\right)$. Chứng minh A là số tự nhiên chia hết cho 5.



ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7
TRƯỜNG TRUNG HỌC THỰC HÀNH SÀI GÒN, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(3 điểm)*

Tính giá trị biểu thức $M = \dfrac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}}$.

Bài 2. *(2 điểm)*

Tính nhanh $N = \dfrac{1}{1000} - \dfrac{1}{1000.999} - \dfrac{1}{999.998} - \dfrac{1}{998.997} - ... - \dfrac{1}{3.2} - \dfrac{1}{2.1}$.

Bài 3. *(4 điểm)*

Tìm x, y biết

a) $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$.

b) $x - y = xy = x : y$ $(y \neq 0)$.

Bài 4. *(2 điểm)*

Biết rằng $\dfrac{bz - cy}{a} = \dfrac{cx - az}{b} = \dfrac{ay - bx}{c}$. Chứng minh $x : y : z = a : b : c$.

Bài 5. *(2 điểm)*

Cho $A = |2x^4 + 3x^2 + 1| - |-2x^4 - x^2 - 1|$.

Chứng tỏ rằng giá trị biểu thức A luôn không âm với mọi giá trị của x.

Bài 6. *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC, kẻ đường cao BD vuông góc với AC ($D \in AC$).

Chứng minh rằng nếu $3BD^2 + 2AD^2 + CD^2 = AB^2 + BC^2 + CA^2$ thì ΔABC cân.

Bài 7. *(4 điểm)*

Cho ΔABC có ba góc đều nhọn. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC. Kẻ $AH \perp MN$ tại H và CK vuông góc với đường thẳng MN tại K. Chứng minh rằng

a) AH = CK.

b) BC = 2MN.



LTS. *Thật thú vị khi so sánh đề thi bây giờ với các đề thi trước đây để hiểu thêm độ khó, dễ của thi cử xưa và nay. TTT giới thiệu đề thi học sinh giỏi môn Toán lớp 7 tỉnh Hà Nam Ninh năm 1977 (là lớp cuối cấp 2, tương đương với lớp 9 bây giờ). Bạn sẽ thấy không phải bây giờ đề thi khó hơn.*

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 TỈNH HÀ NAM NINH

Năm học: 1976 - 1977

Thời gian làm bài: 240 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(3,0 điểm)*
Có 80 viên bi trong đó có một viên không đạt tiêu chuẩn nên nhẹ hơn các viên khác. Chỉ cần cân 4 lần là có thể lấy ra được viên bi không đạt tiêu chuẩn. Cân thế nào?

Bài 2. *(4,0 điểm)*
Biết rằng a, b, c là những số hữu tỉ khác không, từng đôi khác nhau và a + b + c = 0, hãy tính

$$\left(\frac{b-c}{a}+\frac{c-a}{b}+\frac{a-b}{c}\right)\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right).$$

Bài 3. *(3,0 điểm)*
Chứng minh biểu thức $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ dương với mọi x.

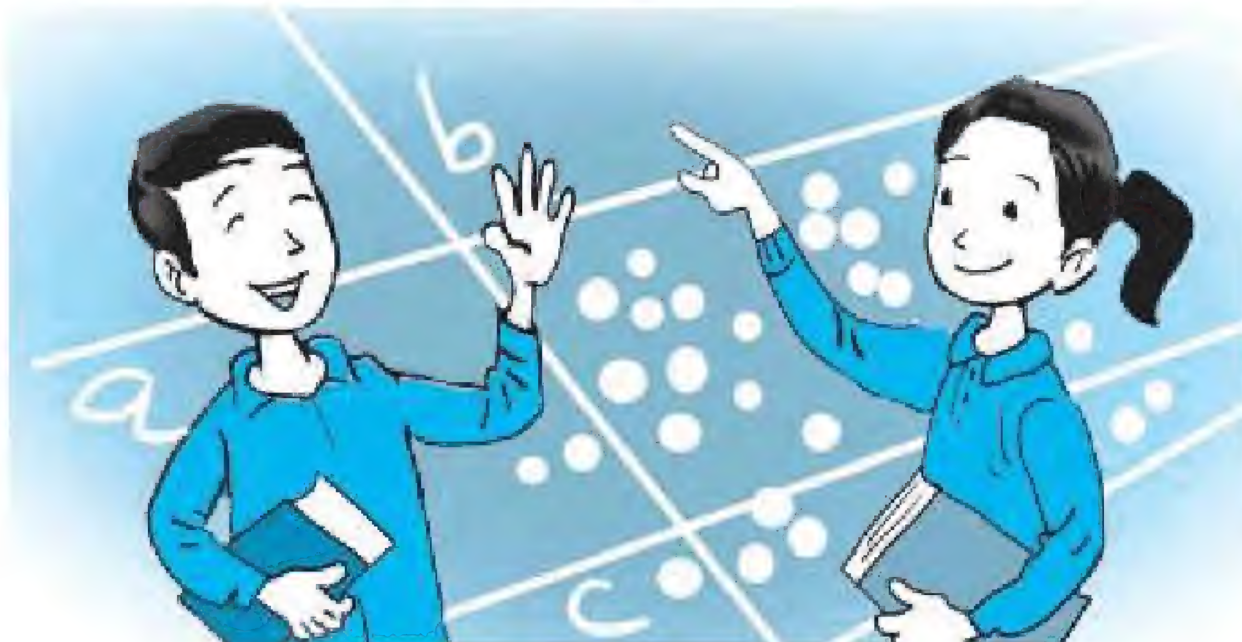
Bài 4. *(3,0 điểm)*
Cho tứ giác lồi ABCD. Hãy tìm quỹ tích điểm O trong tứ giác đó sao cho khi nối OB, OD thì tứ giác đã cho bị chia thành 2 phần (OBAD và OBCD) có diện tích bằng nhau.

Bài 5. *(7,0 điểm)*
Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A và O là điểm giữa đường cao AH. Đường thẳng BO cắt AC tại E, đường thẳng CO cắt AB tại F. Biết diện tích tứ giác AEOF là S.

a) Tính diện tích của tam giác ABC.

b) Tìm vị trí của điểm E trên đoạn AC.

c) Đường thẳng song song với BC kẻ qua O cắt AB tại M và cắt AC tại N. Tính diện tích của hình ENMF.





ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN TP. HÀ NỘI, NĂM HỌC 2016 - 2017

(Đề đăng trên TTT2 số 162+162)

Bài 1.

1. Điều kiện $x \ge 1$ hoặc $x \le 0$. Biến đổi ta được

$x^4 - 2x^3 + x^2 - x^2 + x - \sqrt{2(x^2 - x)} = 0$. (1)

Đặt $t = \sqrt{2(x^2 - x)} \ge 0$.

Từ (1) $\Leftrightarrow \frac{t^4}{4} - \frac{t^2}{2} - t = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 2$.

- **TH1.** $t = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$ (thỏa mãn).
- **TH2.** $t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{2(x^2 - x)} = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có tập nghiệm là $\{-1; 0; 1; 2\}$.

2. Cộng theo vế của 2 phương trình ta có

$\Leftrightarrow (2x - y^2)^2 + (x - 2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x - y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \pm 2. \end{cases}$

Thử lại ta được $x = y = 2$.

Vậy nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình là $(2; 2)$.

Bài 2.

1. Đẳng thức đã cho tương đương với

$(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] = 0$

$\Rightarrow a + b + c = 0$ hoặc $a = b = c = 0$ (loại).

Thay vào P được

$P = \frac{ab^2}{-2ab} + \frac{bc^2}{-2bc} + \frac{ca^2}{-2ca} = \frac{-1}{2}(a + b + c) = 0.$

2. Ta có

$2^x . x^2 = 9y^2 + 6y + 16 \Leftrightarrow 2^x.x^2 = (3y + 1)^2 + 15$.

- **TH1.** x là số lẻ $\Rightarrow x = 2k + 1$

$\Rightarrow 2^{2k+1}.x^2 = 2.4^k.x^2$.

Vì 4^k chia 3 dư 1 và x^2 chia 3 dư 0 hoặc 1 nên $2.4^k.x^2$ chia cho 3 dư 0 hoặc 2.

Mà $(3y + 1)^2 + 15$ chia cho 3 dư 1.

Vậy trường hợp x lẻ không thỏa mãn.

- **TH2.** Nếu x chẵn $\Rightarrow x = 2k$

$\Rightarrow 2^{2k}.x^2 - (3y + 1)^2 = 15$

$\Rightarrow (2^k.x - 3y - 1)(2^k.x + 3y + 1) = 15$.

Vì $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow (2^k.x + 3y + 1) > (2^k.x - 3y - 1)$ khi đó xảy ra 2 trường hợp sau

$\begin{cases} 2^k.x - 3y - 1 = 1 \\ 2^k.x + 3y + 1 = 15 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2^k.x - 3y - 1 = 3 \\ 2^k.x + 3y + 1 = 5. \end{cases}$

Từ trên tính được $x = 2$ và $y = 0$.

Bài 3.

1. Biến đổi vế trái của bất đẳng thức ta có

$VT = 2(a + b + c) - \left(\frac{2ab^2}{a + b^2} + \frac{2bc^2}{b + c^2} + \frac{2ca^2}{c + a^2}\right)$. (1)

Mặt khác

$a + b^2 \ge 2b\sqrt{a}$; $b + c^2 \ge 2c\sqrt{b}$; $c + a^2 \ge 2a\sqrt{c}$.

Suy ra

$\left(\frac{2ab^2}{a + b^2} + \frac{2bc^2}{b + c^2} + \frac{2ca^2}{c + a^2}\right) \le (b\sqrt{a} + c\sqrt{b} + a\sqrt{c})$

$\le \left(\frac{b + ab}{2} + \frac{c + bc}{2} + \frac{a + ca}{2}\right)$ (2).

Vì $(a + b + c)^2 \le 3(a^2 + b^2 + c^2) = 9 \Rightarrow a + b + c \le 3$

$\Rightarrow a + b + c \ge ab + bc + ca$. (3)

Từ (1); (2) và (3) ta có

$\frac{2a^2}{a + b^2} + \frac{2b^2}{b + c^2} + \frac{2c^2}{c + a^2} \ge a + b + c.$

2. Đặt $A = 2 + 2\sqrt{12n^2 + 1} \Rightarrow A - 2 = 2\sqrt{12n^2 + 1}$

$\Rightarrow A^2 - 4A = 48n^2$. (1)

Từ (1) ta có $A^2 \vdots 4 \Rightarrow A \vdots 2 \Rightarrow A = 2k$ $(k \in \mathbb{N})$.

Thay vào (1) ta có $k^2 - 2k = 12n^2$. (2)

Từ (2) ta có $k \vdots 2 \Rightarrow k = 2m$.

Thay vào (2) ta có $m(m - 1) = 3n^2$.

Vì $(m, m - 1) = 1$ nên $m \vdots 3$ hoặc $(m - 1) \vdots 3$.

TH1. $m \vdots 3 \Rightarrow m = 3a^2$ và $m - 1 = b^2$ $(a, b \in \mathbb{N})$

$\Rightarrow 3a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow b^2 + 1 = 3a^2 \vdots 3$ (vô lí).

TH2. $m - 1 \vdots 3 \Rightarrow m = a^2$ và $m - 1 = 3b^2$ $(a, b \in \mathbb{N})$

$\Rightarrow A = 4m = 4a^2 = (2a)^2$ là số chính phương.

Bài 4.

1. Gọi L là điểm đối xứng của A qua O, khi đó BHCL là hình bình hành $\Rightarrow$ P, H, L, M thẳng hàng.

Suy ra $\widehat{APH} = 90^\circ$.

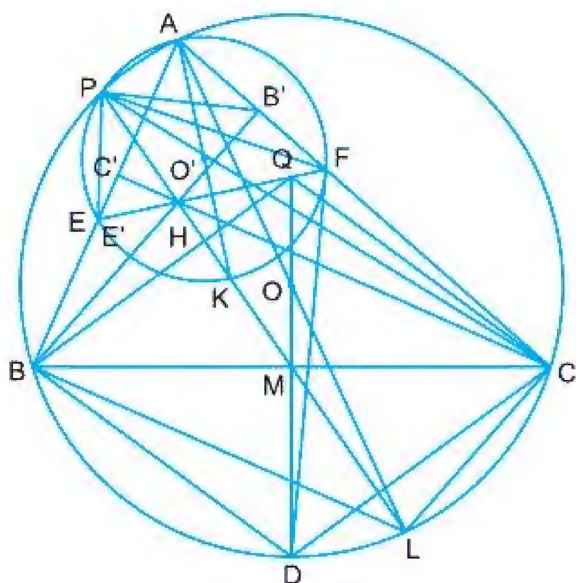
Vậy A, P, C', H, B' cùng thuộc đường tròn đường

kính AH.

Ta có $\widehat{AB'P} = \widehat{AC'P} \Rightarrow \widehat{PC'B} = \widehat{PB'C}$

và $\widehat{PBC'} = \widehat{PBA} = \widehat{PCA} = \widehat{PCB'}$.

Vậy $\Delta BPC' \backsim \Delta CPB'$. (1)



2. a) Chứng minh tứ giác PEKF nội tiếp.

Vì PE là phân giác của góc $\widehat{BPC'}$

$\Rightarrow \dfrac{EB}{EC'} = \dfrac{PB}{PC'}$.

Tương tự ta có $\dfrac{FC}{FB'} = \dfrac{PC}{PB'}$

Mà $\dfrac{PB}{PC'} = \dfrac{PC}{PB'}$ (theo (1))

Từ đó suy ra $\dfrac{EB}{EC'} = \dfrac{FC}{FB'}$. (2)

Mặt khác $\Delta BHC' \backsim \Delta CHB'$. (3)

Từ (2) và (3) ta có E, H, F thẳng hàng và theo (1) có $\dfrac{PE}{PF} = \dfrac{BC'}{CB'} = \dfrac{HE}{HF}$.

$\Rightarrow$ PH là phân giác của $\widehat{EPF}$.

Vậy PH đi qua điểm chính giữa của cung EF không chứa A.

Lại có ΔAEF cân tại A

$\Rightarrow$ Phân giác AO' đi qua điểm chính giữa của cung EF không chứa A.

Như vậy K là giao điểm của AO' và PH thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔAEF.

Vậy PEKF là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi D là điểm chính giữa cung BC không chứa A của đường tròn ngoại tiếp ΔABC, Q là điểm đối xứng của D qua BC nên BHQC là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{HBQ} = \widehat{HCQ}$.

Gọi E' là giao điểm của HQ và AB, khi đó $\widehat{BHE'} = \widehat{QCB}$.

Ta lại có

$\widehat{QHC} = \widehat{QBC}$, $\widehat{QHC} = \widehat{E'HC'}$, $\widehat{QBC} = \widehat{QCB}$

$\Rightarrow \widehat{BHE'} = \widehat{C'HE'}$

$\Rightarrow$ HE' là phân giác của $\widehat{BHC'} \Rightarrow E' \equiv E$.

Vậy $Q \in EF$.

Ta có DQ là phân giác của BDC nên

$\widehat{QDB} = \dfrac{180^o - \widehat{A}}{2} = \widehat{AEF}$.

Từ đó tứ giác BDQE nội tiếp.

Ta có

$\widehat{BED} = \widehat{BQD} = \dfrac{180^o - \widehat{A}}{2} = 90^o - \dfrac{\widehat{A}}{2}$

$\Rightarrow \widehat{AEO'} + \widehat{BED} = 90^o \Rightarrow O'E \perp DE$.

Vậy DE là tiếp tuyến của (O').

Chứng minh tương tự, DF là tiếp tuyến của (O').

Vậy nên các tiếp tuyến của (O') tại E và F cắt nhau tại D nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Bài 5. Không mất tính tổng quát giả sử các số đã cho đều là các số nguyên dương không cùng chẵn.

Gọi S là tổng của 2017 số đã cho. Khi đó xảy ra 2 trường hợp sau:

- **TH 1.** Nếu S là số chẵn

Ta có các số không cùng lẻ, suy ra có ít nhất một số chẵn nên tồn tại 2 số chẵn lẻ cạnh nhau. Vì vậy, khi bỏ đi 2 số này thì 2015 số còn lại không thể chia thành hai nhóm có tổng bằng nhau.

- **TH 2.** Nếu S là số lẻ

Tồn tại hai số cạnh nhau có cùng tính chẵn lẻ (vì nếu không chúng sẽ chẵn lẻ luân phiên, không thể xảy ra điều này vì 2017 là số lẻ), bỏ đi hai số này ta thấy các số còn lại không thể chia thành hai nhóm mà tổng các số ở hai nhóm bằng nhau.

Vậy từ hai trường hợp trên suy ra tồn tại hai số thỏa mãn yêu cầu.





Kì này IQ trong vườn Anh

Các từ sau được sắp xếp theo một quy luật nhất định:

AUSTRALIA
RAISIN
CREASE
PATOIS
VIRTUOSO
...





Bạn hãy chọn 1 từ trong số 4 từ dưới đây để điền vào vị trí tiếp theo của dãy từ trên:
MAIN; SCHISM; GRANITOID; GENEROUS.

ĐỨC NGUYỄN *(st)*

Kết quả Ô chữ CHEMICAL ELEMENTS (TTT2 số 161+162)



Hầu hết các bạn đều điền như sau:
Hàng ngang (từ trên xuống): CARBON; SULFUR; IODINE; ZINC; PHOSPHORUS; LEAD.
Cột dọc (Từ trái sang phải): IRON; OXYGEN; ALUMINIUM; NEON.
Cũng có không ít bạn chọn SILVER (vào chỗ SULFUR), do đó ALUMINIUM sẽ phải thay bằng AMERICIUM.



Cả hai cách điền đều đúng và những bạn sau may mắn được nhận quà: *Hạ Hiền Lương*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đỗ Tiến Dũng*, 7A1, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Như Diện*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Lê Bình*, 8A1, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Ngô Hoàng Anh*, 6D, THCS Hoa Quảng, Diễn Châu, **Nghệ An**.

Chủ Vườn



Bài 68: 河内有很多博物馆

Hà Nội có rất nhiều viện bảo tàng

(Tiếp theo kì trước)

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Tập đọc.

1. 我去过河内博物馆。 Wǒ qùguò Hénèi bówùguǎn.
2. 今天的作业没有昨天的作业那么难，昨天的作业难得不得了。
   Jīntiān de zuòyè méiyǒu zuótiān de zuòyè nàme nán, zuótiān de zuòyè nándé bùdéliǎo.
3. 港的冬天没有河内那么冷，河内的冬天太冷了。
   Xiàn gǎng de dōngtiān méiyǒu Hénèi nàme lěng, Hénèi de dōngtiān tài lěngle.
4. 我们学校有一个很大的图书馆，图书馆里有很多书，我常常去那里看书。
   Wǒmen xuéxiào yǒu yīgè hěn dà de túshū guǎn, túshū guǎn lǐ yǒu hěnduō shū, wǒ chángcháng qù nàlǐ kànshū.

Bài tập.

1. Chọn đúng ✓ hoặc sai ✕ cho các câu sau:

1) 河内没有我出生的城市那么大。 (✕)
2) 河内很大，人很多。 ( )
3) 还剑湖在河内中心。 ( )
4) 河内有十三多个博物馆。 ( )
5) 博物馆的展览没有意思。 ( )
6) 河内有很多湖。 ( )

2. Đọc và nối

1) 你姓什么？	a) 我是越南人。
2) 你叫什么名字？	b) 我的出生日期是二零零四年十二月四号。
3) 你是哪国人？	c) 我从胡志明市来。
4) 你在哪儿出生？	d) 我姓阮。
5) 你的生日是几月几号？	e) 我的电话是38526xx
6) 你家在哪儿？	f) 我在河内出生。
7) 你从哪儿来？	g) 我叫小玲。
8) 你的电话是多少？	h) 我家在胡志明市



UNIT 21.

THE EARTH'S MAGNETISM

MORIS VŨ

A magnetic field is a region around a magnet in which objects are affected by the magnetic force. The Earth has a magnetic field which acts as though there were a giant bar magnet in its centre, lined up approximately between its geographic north and south poles, although the angle is constantly changing. The north pole of a compass points towards a point called magnetic north, its south pole to magnetic south.



Physics terms

magnetic	từ, từ tính
magnetism	từ học, hiện tượng từ
magnet	nam châm
magnetic field	từ trường
magnetic force	từ lực
region	vùng, miền
affect	tác động
Earth	Trái đất
act	tác dụng, ảnh hưởng
giant	khổng lồ
bar	thanh
geographic	(thuộc) địa lí
north	bắc
south	nam
pole	cực
permanent magnet	nam châm vĩnh cửu
magnetisation	từ hóa, nam châm hóa

Practice.

Bạn hãy dịch bài khóa trên nói về từ trường của Trái đất dựa vào các từ vựng đã cho. Tòa soạn chờ bài viết (bài dịch) tốt của bạn. Bài dịch tốt và gửi sớm (theo dấu bưu điện) sẽ được chọn đăng và trao thưởng.





SUY NGHĨ VỀ MỘT DÃY BẤT ĐẲNG THỨC

CAO MINH QUANG
(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Nhận xét. Với hai số thực dương x, y ta có

$$\frac{(x^2+y^2)^3}{(x+y)^3} \geq \frac{x^3+y^3}{2} \geq \frac{(x+y)(x^2+xy+y^2)}{6}$$

$$\geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^3 \geq \frac{xy(x+y)}{2}. \ (1)$$

Chứng minh. Từ $(x+y)^2 \geq 2xy$, suy ra

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^3 \geq \frac{xy(x+y)}{2}.$$

Vì $(x-y)^2 \geq 0$ và $(x+y)(x-y)^2 \geq 0$, suy ra

$$\frac{x^3+y^3}{2} \geq \frac{(x+y)(3x^2-3xy+3y^2)}{6}$$

$$= \frac{(x+y)(2(x-y)^2+(x^2+xy+y^2))}{6}$$

$$\geq \frac{(x+y)(x^2+xy+y^2)}{6}.$$

$$\frac{(x+y)(x^2+xy+y^2)}{6} = \frac{(x+y)(4x^2+4xy+4y^2)}{24}$$

$$= \frac{(x+y)(3(x+y)^2+(x-y)^2)}{6} \geq \left(\frac{x+y}{2}\right)^3.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$x^3+y^3 = \frac{(x+y)^4(4x^2-4xy+4y^2)}{4(x+y)^3}$$

$$\leq \frac{[(x+y)^2+(x+y)^2+(4x^2-4xy+4y^2)]^3}{27.4(x+y)^3}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2)^3}{(x+y)^3}.$$

Kết hợp các bất đẳng thức trên ta được dãy bất đẳng thức (1).

Các đẳng thức ở (1) xảy ra khi $x = y$.

Sau đây chúng ta sẽ xét một số bài toán áp dụng dãy bất đẳng thức (1).

Bài toán 1. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3. \ (2)$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức (1) với số thực dương d ta có

$$\frac{a^3+b^3}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^3; \ \frac{c^3+d^3}{2} \geq \left(\frac{c+d}{2}\right)^3.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên và áp dụng (1) ta có

$$\frac{a^3+b^3+c^3+d^3}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^3 + \left(\frac{c+d}{2}\right)^3$$

$$\geq 2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{a+b}{2}+\frac{c+d}{2}\right)\right]^3 = \frac{1}{32}(a+b+c+d)^3.$$

Với $d = \frac{a+b+c}{3}$, từ bất đẳng thức trên ta có

$$\frac{a^3+b^3+c^3+\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3}{2}$$

$$\geq \frac{1}{32}\left(a+b+c+\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = 2\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{a^3+b^3+c^3}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$.



Bài toán 2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{3abc}+\frac{8abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}\ge 2.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM và (2) ta có

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{3}\ge\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3=\left(\frac{(a+b)+(b+c)+(c+a)}{6}\right)^3$$

$$\ge\frac{1}{6^3}\cdot\left(3\sqrt[3]{(a+b)(b+c)(c+a)}\right)^3=\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{8}$$

$$\Rightarrow\frac{a^3+b^3+c^3}{3abc}+\frac{8abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}\ge 2.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c$.



Bài toán 3. Cho $a, b, c>0$. Chứng minh rằng

$$\frac{b+c}{a+\sqrt[3]{4(b^3+c^3)}}+\frac{c+a}{b+\sqrt[3]{4(c^3+a^3)}}+\frac{a+b}{c+\sqrt[3]{4(a^3+b^3)}}\le 2.$$

Lời giải. Theo bất đẳng thức (1) ta có

$$\sqrt[3]{4(b^3+c^3)}\ge b+c.$$

Do đó

$$a+\sqrt[3]{4(b^3+c^3)}\ge a+b+c$$

$$\Rightarrow\frac{b+c}{a+\sqrt[3]{4(b^3+c^3)}}\le\frac{b+c}{a+b+c}.$$

Tương tự ta có

$$\frac{c+a}{b+\sqrt[3]{4(c^3+a^3)}}\le\frac{c+a}{a+b+c};$$

$$\frac{a+b}{c+\sqrt[3]{4(a^3+b^3)}}\le\frac{a+b}{a+b+c}.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên, ta có điều phải chứng minh.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c$.

Bài toán 4. Cho $a, b, c>0$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^3+b^3+abc}+\frac{1}{b^3+c^3+abc}+\frac{1}{c^3+a^3+abc}\le\frac{1}{abc}.$$

Lời giải. Theo bất đẳng thức (1), ta có

$a^3+b^3\ge ab(a+b)$.

Suy ra $a^3+b^3+abc\ge ab(a+b+c)$.

Do đó $\dfrac{1}{a^3+b^3+abc}\le\dfrac{1}{ab(a+b+c)}$.

Tương tự ta có

$$\frac{1}{b^3+c^3+abc}\le\frac{1}{bc(a+b+c)};$$

$$\frac{1}{c^3+a^3+abc}\le\frac{1}{ca(a+b+c)}.$$

Cộng theo vế của các bất đẳng thức trên ta có điều phải chứng minh.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c$.

Bài toán 5. Cho $x, y, z>0$ và $xyz=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{x^9+y^9}{x^6+x^3y^3+y^6}+\frac{y^9+z^9}{y^6+y^3z^3+z^6}+\frac{z^9+x^9}{z^6+z^3x^3+x^6}\ge 2.$$

Lời giải. Đặt $a=x^3$, $b=y^3$, $c=z^3$ thì $abc=1$. Bất đẳng thức trở thành

$$\frac{a^3+b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3+c^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3+a^3}{c^2+ca+a^2}\ge 2.$$

Theo bất đẳng thức (1), ta có

$$\frac{a^3+b^3}{a^2+ab+b^2}\ge\frac{a+b}{3}.$$

Tương tự ta có

$$\frac{b^3+c^3}{b^2+bc+c^2}\ge\frac{b+c}{3};\ \frac{c^3+a^3}{c^2+ca+a^2}\ge\frac{c+a}{3}.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được

$$\frac{a^3+b^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3+c^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3+a^3}{c^2+ca+a^2}$$

$$\ge\frac{a+b}{3}+\frac{b+c}{3}+\frac{c+a}{3}=\frac{2}{3}\cdot(a+b+c)$$

$$\ge\frac{2}{3}\cdot 3\sqrt[3]{abc}=2.$$

Suy ra đpcm.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c$ hay $x=y=z=1$.

Bài toán 6. Cho a, b, c, d > 0 thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=4$. Chứng minh rằng

$$\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}}+\sqrt[3]{\frac{b^3+c^3}{2}}+\sqrt[3]{\frac{c^3+d^3}{2}}+\sqrt[3]{\frac{d^3+a^3}{2}}$$

$$\le 2(a+b+c+d)-4.$$

Lời giải. Theo bất đẳng thức (1) ta có

$$\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}} \le \frac{a^2+b^2}{a+b}.$$

Do đó

$$\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}}+\sqrt[3]{\frac{b^3+c^3}{2}}+\sqrt[3]{\frac{c^3+d^3}{2}}+\sqrt[3]{\frac{d^3+a^3}{2}}$$

$$\le \frac{a^2+b^2}{a+b}+\frac{b^2+c^2}{b+c}+\frac{c^2+d^2}{c+d}+\frac{d^2+a^2}{d+a}.$$

Ta sẽ chứng minh

$$\frac{a^2+b^2}{a+b}+\frac{b^2+c^2}{b+c}+\frac{c^2+d^2}{c+d}+\frac{d^2+a^2}{d+a}$$

$$\le 2(a+b+c+d)-4. (3)$$

Ta lại có $a+b-\frac{a^2+b^2}{a+b}=\frac{2ab}{a+b}=\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$.

Do đó nếu đặt $x=\frac{1}{a}; y=\frac{1}{b}; z=\frac{1}{c}; t=\frac{1}{d}$ và chú ý rằng $x+y+z+t=4$ bất đẳng thức (3) viết lại thành

$$\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+t}+\frac{1}{t+x}\ge 2. (4)$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$$(x+y+y+z+z+t+t+x)\cdot\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+t}+\frac{1}{t+x}\right)\ge 4.$$

Do đó (4) đúng. Suy ra đpcm.

Đẳng thức xảy ra khi $x=y=z=t=1$ hay $a=b=c=d=1$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. (Thái Nhật Phượng)

Cho x, y, z > 0 thỏa mãn xyz = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{x^2}{x+y+y^3z}+\frac{y^2}{y+z+z^3x}+\frac{z^2}{z+x+x^3y}\ge 3.$$

Bài 2. (Nguyễn Bá Nam)

Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

$$(a^3+b^3+c^3)\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)$$

$$\ge \frac{3}{2}\cdot\left(\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\right).$$

Bài 3. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3}{b^2}+\frac{b^3}{c^2}+\frac{c^3}{a^2}\ge \frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}.$$

Bài 4. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

$$\sqrt[3]{4a^3+4b^3}+\sqrt[3]{4b^3+4c^3}+\sqrt[3]{4c^3+4a^3}$$

$$\le \frac{4a^2}{a+b}+\frac{4b^2}{b+c}+\frac{4c^2}{c+a}.$$

Kết quả (TTT2 số 161+162)

THẾ CỜ (Kì 83)

1.♕xg6+ hxg6 2.♖h8#

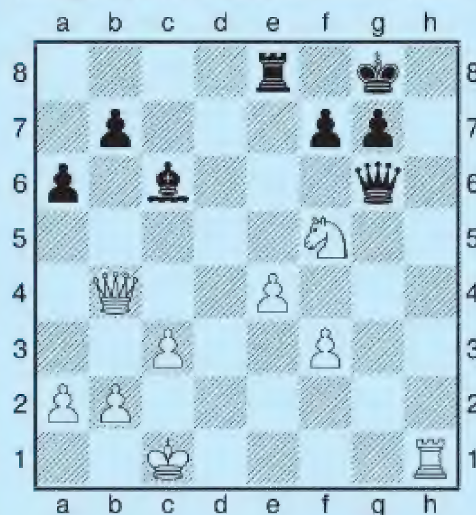


Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Đăng Duy*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thanh Tùng*, 8D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Lâm*, 6D, THCS Lê Hồng Phong, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Hạo*, 9/1, THCS Nguyễn Du, Xã Điện Phương, Điện Bàn, **Quảng Nam**; *Phan An Khánh*, 9A2, Trường THCS Giảng Võ, **Hà Nội**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 85)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

MỘT SỐ BẤT ĐẲNG THỨC TRONG TAM GIÁC VÀ TỨ GIÁC

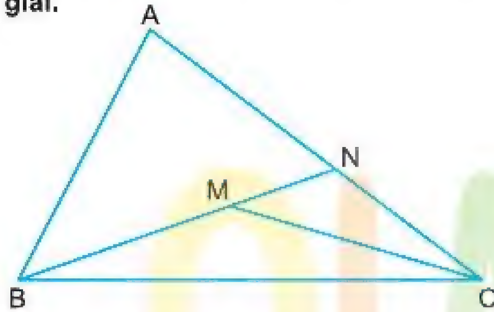
TS. NGUYỄN VĂN NGỌC
(GV. Đại học Thăng Long)

Có nhiều bài toán bất đẳng thức hình học mà khi giải chỉ cần sử dụng kiến thức về bất đẳng thức các cạnh trong tam giác. Sau đây chúng ta sẽ xét một số bài toán hình học ở lớp 7 và lớp 8 như thế.

● **Bất đẳng thức về các cạnh trong tam giác:** Trong một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c thì $|b - c| < a < b + c$.

Bài toán 1. Gọi M là điểm nằm bên trong tam giác ABC. Chứng minh rằng MB + MC < AB + AC.

Lời giải.



Gọi N là giao điểm của BM và AC.

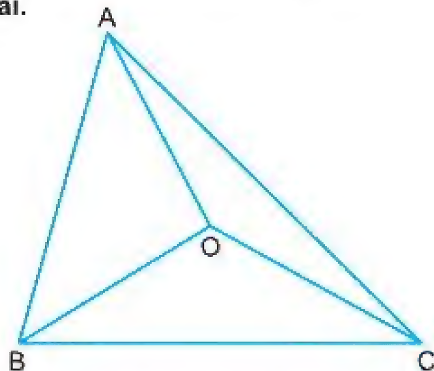
Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có

BM + MC < BM + MN + NC = BN + NC < AB + AN + NC = AB + AC.

Bài toán 2. Gọi O là điểm nằm trong tam giác ABC có nửa chu vi là p.

Chứng minh rằng p < OA + OB + OC < 2p.

Lời giải.



Theo bất đẳng thức tam giác ta có

AB < OA + OB; BC < OB + OC;

CA < OC + OA.

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta có

AB + BC + CA < 2(OA + OB + OC). (1)

Áp dụng bài toán 1 ta có

OB + OC < AB + AC; OC + OA < BC + BA; OA + OB < CA + CB.

Cộng theo vế của các bất đẳng thức trên và rút gọn ta có

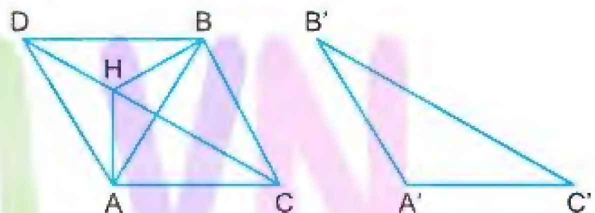
OA + OB + OC < AB + BC + CA. (2)

Từ (1) và (2) suy ra đpcm.

Bài toán 3. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' có AB = A'B' và AC = A'C'.

Khi đó $\widehat{BAC} < \widehat{B'A'C'} \Leftrightarrow BC < B'C'$.

Lời giải.



● Nếu $\widehat{BAC} < \widehat{B'A'C'}$ ta phải chứng minh BC < B'C'.

Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B lấy điểm D sao cho $\widehat{DAC} = \widehat{B'A'C'}$ và AD = AB = A'B'.

Dễ dàng chứng minh ΔADC = ΔA'B'C' (c.g.c).

Suy ra CD = B'C'.

Đường phân giác của $\widehat{DAB}$ cắt cạnh CD tại H.

Ta chứng minh được ΔDAH = ΔBAH (c.g.c).

Suy ra DH = BH.

Từ đó BC < BH + HC = DH + HC = CD = B'C'.



● Nếu BC < B'C' ta phải chứng minh $\widehat{BAC} < \widehat{B'A'C'}$.

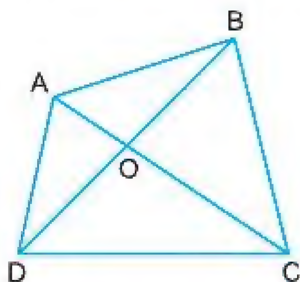
* Nếu $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ thì ΔABC = ΔA'B'C' nên BC = B'C' (mâu thuẫn với BC < B'C').

* Nếu $\widehat{BAC} > \widehat{B'A'C'}$ thì theo chứng minh trên ta có BC > B'C' (mâu thuẫn với BC < B'C').

Vậy $\widehat{BAC} < \widehat{B'A'C'}$.
Bài toán được chứng minh.

Bài toán 4. Cho tứ giác lồi ABCD. Chứng minh rằng AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD).

Lời giải.

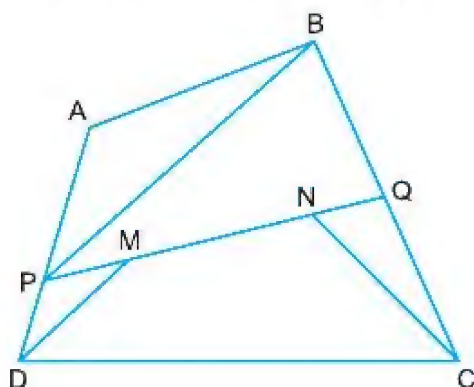


Gọi O là giao điểm của AC và BD.
Theo bất đẳng thức tam giác ta có
AB < OA + OB; BC < OB + OC;
CD < OC + OD; DA < OD + OA.
Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được
AB + BC + CD + DA < 2(OA + OB + OC + OD) = 2(AC + BD).

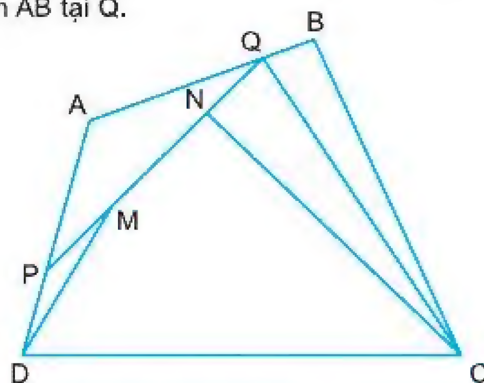
Bài toán 5. Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi M, N là các điểm nằm trong tứ giác đó sao cho DMNC là tứ giác lồi. Chứng minh rằng
DM + MN + NC < DA + AB + BC.

Lời giải.

● TH1. Đường thẳng MN cắt cạnh AD tại P và cắt cạnh BC tại Q.
Theo bất đẳng thức tam giác ta có
DM + MN + NC < (DP + PM) + MN + (NQ + QC)
= DP + (PM + MN + NQ) + QC = DP + PQ + QC
< DP + (PB + BQ) + QC = DP + PB + BQ + QC
< DP + PA + AB + BC = DA + AB + BC.



● TH 2. Đường thẳng MN cắt cạnh AD tại P và cắt cạnh AB tại Q.



Theo bất đẳng thức tam giác ta có
DM + MN + NC < (DP + PM) + MN + (NQ + QC)
= DP + (PM + MN + NQ) + QC = DP + PQ + QC
< DP + (PA + AQ) + QB + BC
= (DP + PA) + (AQ + QB) + BC = DA + AB + BC.

● TH 3. Đường thẳng MN cắt cạnh AB tại P và cắt cạnh BC tại Q chứng minh tương tự TH2.



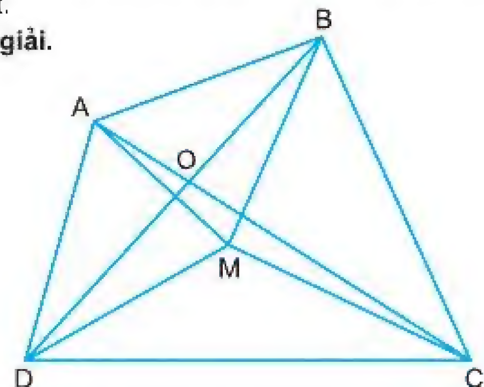
Bài toán 6. Cho điểm M nằm trong tứ giác ABCD có nửa chu vi là p.

a) Chứng minh rằng MD + MC < DA + AB + BC.

b) Chứng minh rằng $p < MA + MB + MC + MD < \frac{3}{2}p$;

c) Tìm vị trí của M để MA + MB + MC + MD nhỏ nhất.

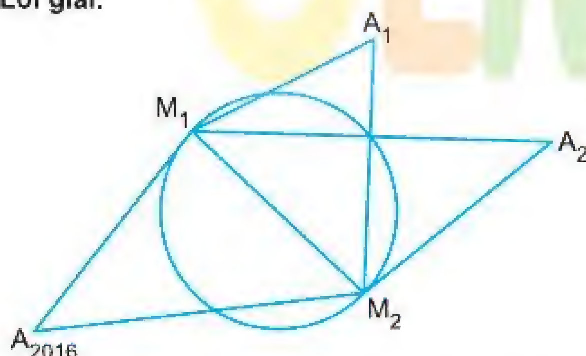
Lời giải.



a) Bạn đọc tự chứng minh tương tự các bài trên.
b) Theo bất đẳng thức tam giác ta có
$AB < MA + MB$; $BC < MB + MC$;
$CD < MC + MD$; $DA < MD + MA$.
Cộng theo vế các bất đẳng thức trên và rút gọn ta được
$p < MA + MB + MC + MD$. (1)
Áp dụng phần a ta có
$MD + MC < DA + AB + BC$;
$MC + MB < CD + DA + AB$;
$MB + MA < BC + CD + DA$;
$MA + MD < AB + BC + CD$.
Cộng theo vế các bất đẳng thức trên và rút gọn ta được
$2(MA + MB + MC + MD) < 3p$. (2)
Từ (1) và (2) suy ra đpcm.
c) Gọi O là giao điểm của AC và BD. Ta có
$MA + MC \ge AC$; $MB + MD \ge BD$.
Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được
$MA + MC + MB + MD \ge AC + BD$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi $M \equiv O$.
Vậy $MA + MC + MB + MD$ nhỏ nhất khi $M \equiv O$.

Bài toán 7. Cho đường tròn (O) bán kính 1 và 2016 điểm $A_1, A_2, A_3, ..., A_{2016}$. Chứng minh rằng tồn tại một điểm M thuộc đường tròn (O) sao cho $MA_1 + MA_2 + MA_3 + ... + MA_{2016} \ge 2016$.

Lời giải.



Gọi M_1 và M_2 là hai điểm trên đường tròn đối xứng với nhau qua tâm O.
Ta có
$A_1M_1 + A_1M_2 \ge M_1M_2 = 2$.
$A_2M_1 + A_2M_2 \ge M_1M_2 = 2$.
$A_3M_1 + A_3M_2 \ge M_1M_2 = 2$.
...
$A_{2016}M_1 + A_{2016}M_2 \ge M_1M_2 = 2$.
Cộng theo vế của 2016 bất đẳng thức trên ta có
$(M_1A_1 + M_1A_2 + M_1A_3 + ... + M_1A_{2016}) + (M_2A_1 + M_2A_2 + M_2A_3 + ... + M_2A_{2016}) \ge 2.2016$.

Do đó tồn tại điểm M trùng với M_1 hoặc M_2 thỏa mãn
$MA_1 + MA_2 + MA_3 + ... MA_{2016} \ge 2016$.

Nhận xét. *Bài toán trên có thể thay số 2016 bằng một số nguyên dương lớn hơn 1 bất kì.*

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho tam giác ABC. Gọi M, N là hai điểm nằm trong tam giác ABC sao cho BMNC là tứ giác lồi. Chứng minh rằng $BM + MN + NC < AB + AC$.

Bài 2. Cho tam giác ABC. Gọi N, P, Q thứ tự là trung điểm của AB, BC, CA. M là điểm nằm trong tam giác NPQ. Chứng minh rằng

$$MA + MB + MC < \frac{3}{4}(AB + BC + CA).$$

Bài 3. Cho hình thang ABCD có AB // CD và $AB < CD$. Gọi P, H, Q thứ tự là trung điểm của DA, AB, BC. Gọi M, N là các điểm nằm trên PQ sao cho $PM = MN = NQ$.
Chứng minh rằng $DM + MN + NC < DH + HC$.

Bài 4. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{A} < 90^o$. Chứng minh rằng $BD < AC$.

Bài 5. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Độ dài các đường trung tuyến ứng với các cạnh a, b, c lần lượt là m_a, m_b, m_c. Chứng minh rằng
$2(m_a + m_b + m_c) < 3(a + b + c) < 4(m_a + m_b + m_c)$.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{a+b+c}{2r} < \frac{1}{\sin\frac{A}{2}} + \frac{1}{\sin\frac{B}{2}} + \frac{1}{\sin\frac{C}{2}} < \frac{a+b+c}{r}.$$

Bài 7. Cho tam giác ABC có diện tích S. Gọi M là điểm nằm trong tam giác.
Chứng minh rằng $4S \le AM.BC + BM.CA + CM.AB$.





Bài 13NS. Tìm các số nguyên x sao cho 3072 chia hết cho $(x + 2015)^2 + |x + 2016|$.

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 14NS. Tìm các số thực không âm x, y, z, t thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{yz} = 2 + t;\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 3.$

NGUYỄN KHÁNH TOÀN *(GV. THCS Bắc Hải, Tiền Hải, Thái Bình)*

Bài 15NS. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BE, CF cắt nhau tại G, với BF + FG = CE + EG. Chứng minh rằng ABC là tam giác cân.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN *(Số 3/29, đường Đà Nẵng, Hải Phòng)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 161+162)

Bài 10NS. Ta có $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$

$\Rightarrow a^3 = b^3 + c^3 + 3abc \Rightarrow a > b$ và $a > c$ (vì $a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

$\Rightarrow 2a > b + c \Rightarrow 4a > 2(b + c)$. Mà $a^2 = 2(b + c)$. (1)

$\Rightarrow 4a > a^2 \Rightarrow 0 < a < 4$ (vì $a \in \mathbb{N}^*$). (2)

Từ (1) suy ra $a \,\vdots\, 2$ (vì $b, c \in \mathbb{N}^*$). (3)

Từ (2) và (3) suy ra a = 2.

Thay a = 2 vào (1) ta được b + c = 2 kết hợp với $b, c \in \mathbb{N}^*$, ta có b = c = 1. Vậy a = 2; b = 1; c = 1.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương, Vũ Linh Chi, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh*, 9A3, *Phạm Thị Minh Ngọc*, 8D, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Mai Thanh Tâm*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Quỳnh Anh*, 9A1, THCS Thị trấn Quán Hành, Nghi Lộc; *Lê Ánh Minh*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn An Na, Bùi Thị Minh Thư, Nguyễn Hải Ly*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh.**

Bài 11NS. Ta có $a^3 + b^3 + 3ab = 1$

$\Leftrightarrow (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 3ab - 1 = 0$

$\Leftrightarrow [(a + b)^3 - 1^3] - [3ab(a + b) - 3ab] = 0$

$\Leftrightarrow (a + b - 1)[(a + b)^2 + (a + b) + 1 - 3ab] = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a + b - 1 = 0 \\ (a + b)^2 + (a + b) + 1 - 3ab = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a + b = 1 & (1) \\ a^2 + b^2 + 1 - ab + a + b = 0 & (2) \end{array}\right.$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2 - 2ab + 2a + 2b = 0$

$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = -1$.

Suy ra a + b = −2. (3)

Từ (1) và (3) ta có a + b = 1 hoặc a + b = −2.

Nhận xét. Bài toán trên xuất phát từ hằng đẳng thức $2(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz) = (x + y + z)[(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2]$.

Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương, Vũ Linh Chi, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh, Bùi Thùy Linh*, 9A3, *Phạm Thị Minh Ngọc*, 8D, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, *Hoàng Thị Ngọc Diệp*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Quỳnh Anh*, 9A1, THCS Thị trấn Quán Hành, Nghi Lộc, **Nghệ An**; *Nguyễn An Na, Bùi Thị Minh Thư, Nguyễn Hải Ly*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh.**

Bài 12NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

- TH1. E nằm giữa A và D

Vì tứ giác ABCD nội tiếp nên $\widehat{ACK} = \widehat{BDE}$ (cùng chắn cung AB).

Vì tứ giác AKBE nội tiếp nên $\widehat{AKC} = \widehat{BED}$ (cùng bù với $\widehat{AEB}$).

Xét ΔACK và ΔBDE có $\widehat{ACK} = \widehat{BDE}$; $\widehat{AKC} = \widehat{BED}$.

Suy ra ΔACK ∽ ΔBDE (g.g) kết hợp với ΔBDE cân tại D (vì DE = DB), suy ra ΔACK cân tại C.

- TH2. Trường hợp A nằm giữa E và D.

Chứng minh tương tự.

- TH3. E ≡ A. Chứng minh tương tự.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Trần Yến Linh*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Quỳnh Anh*, 9A1, THCS Thị trấn Quán Hành, Nghi Lộc, **Nghệ An.**

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Quỳnh Anh*, 9A1, THCS Thị trấn Quán Hành, Nghi Lộc, **Nghệ An**; *Nguyễn An Na, Bùi Thị Minh Thư*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh.**

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN HIỆP

ĐỀ ĐỀ XUẤT CUỘC THI
CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC

1. 6 digits 0, 1, 2, 3, 4, 5 are used to form 6-digit numbers which have distinct digits and are divisible by 15 and not divisible by 10. How many such numbers can be formed?

2. Calculate
$1234^2 + 625^2 + 859(859 - 1250) + 1234(1250 - 1718)$.

3. Find $\overline{ab}$ such that $\overline{98ab} \vdots 36$.

4. Solve the following equation.
$(2x - 1)^3 - 6(2x - 1)^2 + 12(2x - 1) = 8$.

5. Factorize the following polynomial.
$x^2(x^2 + 2x + 1) - 2x^2 - 2x + 1$.

6. Solve the following equation.
$(x + 2) + (2x + 2^2) + (3x + 2^3) + \ldots + (9x + 2^9) = 10x + 2^{10}$.

7. Given that $x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6}$.

Evaluate the following expression.

$$A = \frac{(x-1)^2(x^2+x+1)}{x^2}.$$

8. Given a right-angle triangle ABC with the right angle at A, its median AM, and its internal angle bisector AD. Find the area of triangle ADM given that AB = 21 cm and AC = 28 cm.





9. Solve the following inequation.

$$\frac{6x-4}{x^2+1} \geq 1.$$

10. Given the quadrilateral ABCD having $\angle BAD = \angle ADC = 90^o$, AD = 12 cm, and BC = 15 cm. Let M and N be the midpoints of BD and AC respectively. Find the length of MN.

11. Find a natural number n such that

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{11}{45}.$$

12. Find x and y such that
$2x^2 + y^2 - 2xy - 2y + 2 = 0$.

13. Given a triangle ABC with a fixed side BC and a moving vertex A. Let M and N be the midpoints of AB and AC, respectively. Let D and E, be the orthogonal projection of the points M and N onto BC, respectively. On which line does the point A move such that DMNE is a square?

14. Calculate
$2017 \times 20152015 - 2015 \times 20162016$.

15. A natural number gives remainders of 1 and 3 when divided by 4 and 5 respectively. What is the remainder when that number is divided by 40?

TNP



CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

NGUYỄN KHÁNH CHUNG
(GV. trường Lô-mô-nô-xốp, Q. Nam Từ Liêm, Hà Nội)

CLB26. Determine the value of m such that the following inequation $3mx > x + 2$ is satisfied for all value of $x > 1$.

CLB27. Given integers *x, y* such that $3x - 2y + 1 = 0$.
Find *x, y* such that the value of $P = |x| + |y|$ is smallest.

CLB28. Let ABC be an equilateral triangle with AB = 4. Let M, N, P be points lie on sides AB, BC, CD respectively and satisfy the condition AM = BN = CP = x (0 < x < 4).
Find the value of *x* such that triangle MNP's area holds the smallest value.

CLB29. Determine value of *x* satisfying the following equation: $(x^2 + 1)^4 - (2x^2 - 2x + 1)^4 = x^2 - 2x$.

CLB30. Given triangle ABC and D is a point on side BC. Draw parallelogram AEDF where E and F are on AB, AC respectively. Calculate the square of parallelogram AEDF know that triangle BDE's area is 3 and triangle CDF's area is 12.

Kết quả CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ (TTT2 số 161+162)

CLB16. Ta có

$A = x^2 + 4y^2 - 4xy + 3x - 6y - 4$

$= (x - 2y)^2 + 3(x - 2y) - 4$

$= (x - 2y)^2 - (x - 2y) + 4(x - 2y) - 4$

$= (x - 2y)(x - 2y - 1) + 4(x - 2y - 1)$

$= (x - 2y - 1)(x - 2y + 4)$.

CLB17. Ta có

$B = n^4 - n^3 + 3n^2 - 2n + 2$

$= n^4 - n^3 + n^2 + 2n^2 - 2n + 2$

$= n^2(n^2 - n + 1) + 2(n^2 - n + 1)$

$= (n^2 - n + 1)(n^2 + 2)$.

Vì $n^2 + 2 \geq 2$ nên để B là số nguyên tố thì $n^2 - n + 1 = 1 \Rightarrow n = 1$ (vì n là số nguyên dương).

Với n = 1 thì B = 3 là số nguyên tố.

Vậy n = 1.

CLB18. Ta có

$x^2 - 2016x - 2 = 0 \Leftrightarrow x - 2016 - \frac{2}{x} = 0$

$\Leftrightarrow x - \frac{2}{x} = 2016.$

Do đó

$C = \frac{x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 4}{x^2} = x^2 + x + 1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^4}$

$= \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 + x - \frac{2}{x} + 5 = 2016^2 + 2016 + 5 = 4066277.$

CLB19. Đặt $n^2 - 4n + 3 = k^2$ $(k \in \mathbb{N})$

$\Leftrightarrow (n - 2)^2 - k^2 = 1 \Leftrightarrow (n + k - 2)(n - k - 2) = 1.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} n+k-2=1 \\ n-k-2=1 \end{cases} \\ \begin{cases} n+k-2=-1 \\ n-k-2=-1 \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} n=3 \\ k=0 \end{cases} \\ \begin{cases} n=1 \\ k=0 \end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy số nguyên n phải tìm là n = 1 hoặc n = 3.

CLB20. Kẻ ME // BN, E thuộc AC.

Ta có ME là đường trung bình của ΔBCN, suy ra BN = 2ME.

Xét ΔAMEcó IN // ME, suy ra

$\frac{IN}{ME} = \frac{AI}{AM} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{IN}{BN} = \frac{1}{8}.$

Vậy $\frac{BI}{BN} = \frac{7}{8}$.



Nhận xét. Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Thu Hiền,* 9A3, *Nguyễn Đức Tân,* 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phùng Hoài Thương,* 9A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò; *Trần Thế Trung,* 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

NGUYỄN HIỆP



MỘT SỐ KĨ THUẬT TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

NGUYỄN KHÁNH CHUNG

Trong các đề thi học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố hoặc các đề thi vào THPT chuyên, ta thường gặp bài toán tính giá trị biểu thức với giá trị của ẩn đã cho trước. Sự thú vị ở các bài toán này nằm ở chỗ biểu thức cần tính có lũy thừa bậc cao, phức tạp; giá trị cho trước của ẩn thường chứa căn và rất khó khăn khi thay trực tiếp. Kĩ thuật thường sử dụng đối với các bài toán này thay vì thay số trực tiếp, ta biến đổi tìm các biểu thức trung gian của ẩn rồi thế vào biểu thức cần tính giá trị cũng được biến đổi rút gọn.



Ví dụ 1. Tính giá trị biểu thức

$A = x^5 + 2x^3 - x + 1$ với $x = \sqrt{\sqrt{2}-1}$.

Lời giải. Ta có

$x = \sqrt{\sqrt{2}-1} \Rightarrow x^2 = \sqrt{2}-1 \Rightarrow (x^2+1)^2 = 2.$

Do đó $x^4 + 2x^2 - 1 = 0$.

Biến đổi biểu thức A ta được

$A = x(x^4 + 2x^2 - 1) + 1 = 0 + 1 = 1.$

Ví dụ 2. Cho $x = \sqrt{\dfrac{1}{2\sqrt{3}-2} - \dfrac{3}{2(\sqrt{3}+1)}}$.

Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{4(x+1)x^{2013} - 2x^{2012} + 2x + 1}{2x^2 + 3x}.$$

(Đề thi HSG tỉnh Thái Bình năm 2013)

Lời giải.

- Biến đổi x ta có

$$x = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{3}-2} - \frac{3}{2(\sqrt{3}+1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\sqrt{3}+2-6\sqrt{3}+6}{8}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

$\Rightarrow 2x = \sqrt{3}-1 \Leftrightarrow 2x+1 = \sqrt{3}.$

$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0.$

- Rút gọn biểu thức A

$$A = \frac{4(x+1)x^{2013} - 2x^{2012} + 2x + 1}{2x^2 + 3x}$$

$$= \frac{x^{2012}(4x^2 + 4x - 2) + 2x + 1}{(2x^2 + 2x) + x}$$

$$= \frac{2x+1}{x+1} = 2 - \frac{2}{2x+2}.$$

Thay $2x = \sqrt{3}-1$ vào biểu thức biểu thức A đã rút gọn có $A = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{3}+1} = 3 - \sqrt{3}$.

Ví dụ 3. Chứng minh rằng

$x = \sqrt[3]{2\sqrt{7}-1} + \sqrt[3]{2\sqrt{7}+1}$ là một nghiệm của phương trình $X^6 - 18X^4 + 81X^2 - 112 = 0$.

Nhận xét. *Đây là dạng toán chứng minh một số đã xác định nhưng ở dạng phức tạp là nghiệm của phương trình cho trước.*

Lời giải. Trong bài toán này, ta biến đổi giả thiết để dẫn tới phương trình đã cho. Nâng lên lũy thừa bậc ba của x và áp dụng hằng đẳng thức $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$, ta có

$x^3 = 2\sqrt{7} - 1 + 2\sqrt{7} + 1 + 3\sqrt[3]{2\sqrt{7}-1}.\sqrt[3]{2\sqrt{7}+1}.$
$(\sqrt[3]{2\sqrt{7}-1} + \sqrt[3]{2\sqrt{7}+1}).$

$\Rightarrow x^3 = 4\sqrt{7} + 9x$



$\Rightarrow x^3 - 9x = 4\sqrt{7}.$

$\Rightarrow (x^3 - 9x)^2 = 112$

$\Rightarrow x^6 - 18x^4 + 81x^2 - 112 = 0.$

Điều này chứng tỏ x là nghiệm của phương trình $X^6 - 18X^4 + 81X^2 - 112 = 0.$

Sau đây sẽ là 2 ví dụ rút gọn hoặc tính giá trị biểu thức cần sử dụng hệ thức liên hệ của 2 ẩn.

Ví dụ 4. Rút gọn biểu thức

$A = (\sqrt{x - \sqrt{50}} - \sqrt{x + \sqrt{50}}).\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 50}},$

với $x \geq \sqrt{50}.$

Lời giải. Đặt $a = \sqrt{x - \sqrt{50}}; b = \sqrt{x + \sqrt{50}},$

suy ra $a^2 + b^2 = 2x, ab = \sqrt{x^2 - 50}.$

Thay vào A ta có

$A = (a - b).\sqrt{\dfrac{a^2 + b^2}{2} + ab}$

$= (a - b).\sqrt{\dfrac{(a + b)^2}{2}} = \dfrac{a^2 - b^2}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = 5.$

Ví dụ 5. Cho biểu thức $P = (a^{2013} - 8a^{2012} + 11a^{2011}) + (b^{2013} - 8b^{2012} + 11b^{2011}).$

Tính giá trị của P biết $a = 4 + \sqrt{5}; b = 4 - \sqrt{5}.$

Lời giải. Ta thấy a + b = 8, ab = 11, thay vào biểu thức P, ta có

$P = [a^{2013} - (a + b)a^{2012} + ab.a^{2011}]$
$+ [b^{2013} - (a + b)b^{2012} + ab.b^{2011}] = 0 + 0 = 0.$

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho $x = \sqrt{2} + 1.$ Tính giá trị của biểu thức $A = (x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2)^5 + (x^3 - 2x^2 - x - 1)^6.$

Bài 2. Cho $f(x) = (2x^3 - 21x - 29)^{2012}.$

Tính giá trị của f(x) khi $x = \sqrt[3]{7 + \sqrt{\dfrac{49}{8}}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{\dfrac{49}{8}}}.$

(Đề thi HSG lớp 9 TP. Hà Nội năm 2012)

Bài 3. Cho $x = \dfrac{2}{\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2} + 1} - 1} - \dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2} + 1} + 1}}.$

Tính giá trị của biểu thức
$A = (x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1)^{2012}.$

Bài 4. Cho x, y thoả mãn

$x = \sqrt[3]{y - \sqrt{y^2 + 1}} + \sqrt[3]{y + \sqrt{y^2 + 1}}.$

Tính giá trị của biểu thức
$A = x^4 + x^3y + 3x^2 + xy - 2y^2 + 1.$

Bài 5. Chứng minh rằng

$a = \sqrt{3 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}} + \sqrt{3 + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}}$

là một nghiệm của phương trình
$x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 14x + 8 = 0.$

(Đề thi HSG lớp 9 tỉnh Thái Bình năm 2014)



CÁC TÍNH CHẤT VÀ ĐÔI ĐIỀU THÚ VỊ VỀ TAM GIÁC VUÔNG

NGUYỄN ĐỨC HẢO *(GV. THCS Lam Sơn, Q. 6, TP. Hồ Chí Minh)*

Tam giác vuông có các tính chất đặc biệt nào? Để trả lời câu hỏi này, học sinh THCS cần phải hệ thống và tóm tắt lại kiến thức hình học và khi cần sẽ vận dụng trong việc giải các bài toán hình học về tam giác vuông và một số bài toán liên quan. Trong cuốn sách giáo khoa THCS không có bài học riêng biệt về điều này. Sau đây là bài viết tổng hợp về các tính chất đó để bạn đọc dễ dàng ôn tập và vận dụng.

1. Các tính chất cơ bản của tam giác vuông

1.1. ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^o$.

1.2. ΔABC vuông tại A thì cạnh huyền BC lớn nhất.

1.3. Định lí Pythagoras (thuận và đảo)

ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$.

1.4. ΔABC vuông tại A với đường cao AH thì 3 tam giác ABC, HBA và HAC đồng dạng với nhau.

1.5. Các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ABC có đường cao AH:

$AB^2 = BH.BC$; $AC^2 = CH.CB$; $AH^2 = HB.HC$; $AH.BC = AB.AC$; $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$.

1.6. a) Tam giác vuông ABC có trung tuyến AM thì $AM = MB = MC = \dfrac{BC}{2}$.

b) Nếu ΔABC có trung tuyến $AM = \dfrac{BC}{2}$ thì ABC là tam giác vuông.

1.7. • Nếu tam giác vuông ABC nội tiếp đường tròn thì cạnh huyền là đường kính của đường tròn đó.

• Tam giác nội tiếp được đường tròn có cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác này vuông với cạnh huyền là đường kính.



1.8. Các dạng đặc biệt của tam giác vuông

• Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A khi và chỉ khi thỏa mãn một trong ba điều kiện sau:

* $\hat{A} = 90^o$ và AB = AC.

* AB = AC; $BC = AB\sqrt{2}$.

* $\hat{A} = 90^o$; $\hat{B} = 45^o$ hoặc $\hat{C} = 45^o$.

• ΔABC là nửa tam giác đều khi và chỉ khi thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

* $\hat{A} = 90^o$; $\hat{B} = 60^o$(hoặc $\hat{C} = 60^o$).

* $AC = AB\sqrt{3} = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2}$.

* $\hat{A} = 90^o$; BC = 2AB hay $AC = AB\sqrt{3}$.

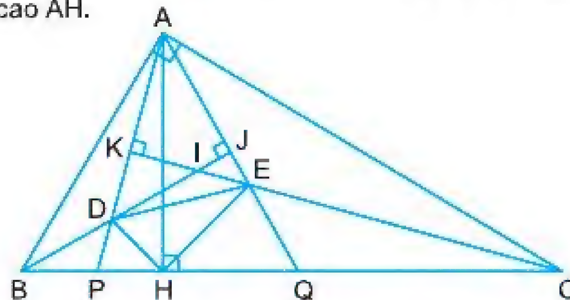
1.9. Diện tích tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH là

$S = \dfrac{AB.AC}{2} = \dfrac{AH.BC}{2}$.

2. Đôi điều thú vị về tam giác vuông

Từ những kiến thức cơ bản trên suy ra các tính chất thú vị dưới đây.

2.1. Tính chất 1. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH.



• Nếu AP là đường phân giác của $\widehat{BAH}$ ($P \in BH$), thì ΔCAP cân tại C và phân giác của $\widehat{ACB}$ vuông góc với AP tại trung điểm K của AP.

• Nếu AQ là đường phân giác của $\widehat{CAH}$ ($Q \in HC$) thì ΔBAQ cân tại B, và phân giác của $\widehat{ABC}$ vuông

góc với AQ tại trung điểm J của AQ.
(Hai tính chất này bạn đọc tự chứng minh).

2.2. Tính chất 2

Hai tia phân giác của $\hat{B}$ và $\hat{C}$ cắt nhau tại I thì khi đó

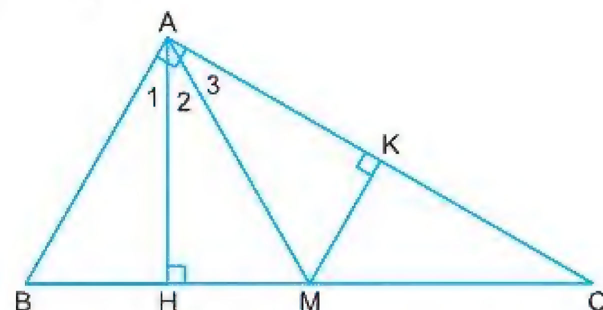
- I là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác vuông ABC.
- I là trực tâm ΔADE (với D và E là tâm của 2 đường tròn nội tiếp ΔAHB và ΔAHC).
- I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAPQ.
- ΔABC đồng dạng với ΔHDE.

Từ $\Delta HDA \backsim \Delta HEC$ và $\Delta HBA \backsim \Delta HAC$ suy ra $\frac{HD}{HE} = \frac{HA}{HC} = \frac{AB}{AC}$.

2.3. Tính chất 3

Nếu ΔABC có đường cao AH và đường trung tuyến AM chia góc $\widehat{BAC}$ thành 3 góc bằng nhau thì ΔABC là nửa tam giác đều.

Chứng minh.



Ta dễ dàng chứng minh được ΔABM cân tại A.
Mặt khác tam giác cân ABM có AH là đường phân giác nên suy ra $HB = HM = \frac{MB}{2} = \frac{MC}{2}$.

Dựng $MK \perp AC$ tại K.
Ta chứng minh được $\Delta AMK = \Delta AMH$

$\Rightarrow MK = MH \Rightarrow MK = \frac{MC}{2}$.

Như vậy tam giác vuông MKC có

$\hat{C} = 30^o \Rightarrow \widehat{HAC} = 60^o \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^o$.

Vậy ΔABC là nửa tam giác đều.

2.4. Tính chất 4. Cho ΔABC ($AB < AC$) có đường cao AH, đường phân giác AD của $\widehat{BAC}$, trung tuyến AM. Biết rằng AD nằm giữa AH và AM. Chứng minh rằng AD là phân giác của $\widehat{HAM}$ khi và chỉ khi $\widehat{BAC} = 90^o$.

Chứng minh.

- Nếu ΔABC có $\widehat{BAC} = 90^o$, ta chứng minh được $\widehat{BAH} = \widehat{ACH} = \widehat{MAC}$, do đó $\widehat{HAD} = \widehat{MAD}$.

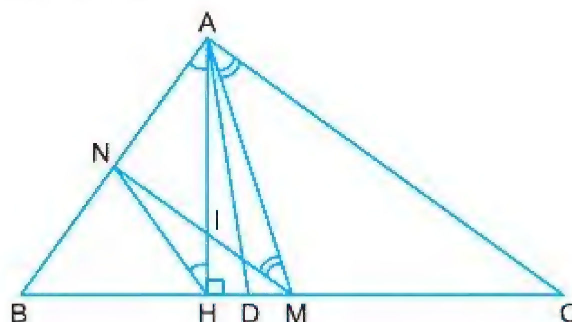
Vậy AD là phân giác của $\widehat{HAM}$.

- Nếu AD là phân giác của $\widehat{HAM}$, ta cần chứng minh $\widehat{BAC} = 90^o$.

Gọi N là trung điểm của AB.

Vì MN // AC nên $\widehat{AMN} = \widehat{MAC}$ (so le trong). (1)
Vì HN là trung tuyến của tam giác vuông AHB nên $HN = NA \Rightarrow \Delta NHA$ cân tại N.

Suy ra $\widehat{AHN} = \widehat{BAH}$. (2)



Vì AD là phân giác của $\widehat{HAM}$ và $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{BAH} = \widehat{MAC}$. (3)

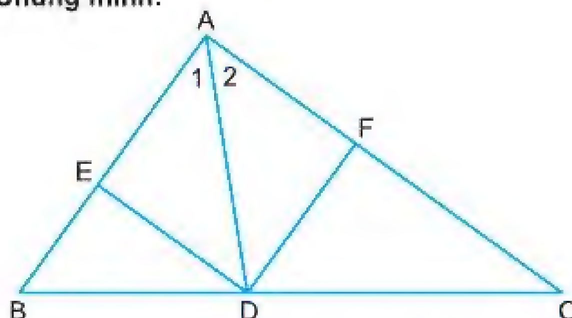
Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{AHN}$.
Gọi I là giao điểm của AH và MN, ta chứng minh được $\Delta IMA \backsim \Delta IHN \Rightarrow \Delta INA \backsim \Delta IHM$.

$\Rightarrow \widehat{INA} = 90^o$. Vì MN // CA nên $\widehat{BAC} = 90^o$.

2.5. Tính chất 5. Cho ΔABC có đường phân giác AD. Chứng minh rằng

$\widehat{BAC} = 90^o \Leftrightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$.

Chứng minh.



Ta kẻ DE // AC; DF // AB với $E \in AB$ và $F \in AC$, từ đó tứ giác AEDF là hình thoi, suy ra DE = DF = AE = AF.

Do DE // AC và DF // AB nên

$\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC}$ và $\frac{DF}{AB} = \frac{CD}{CB}$

$\Rightarrow \frac{DE}{AC} + \frac{DF}{AB} = \frac{BD + DC}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{DE}$. (*)

• Giả sử có $\widehat{BAC} = 90^o$ thì AEDF là hình vuông.

$\Rightarrow AD = DE\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$.

• Từ $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$ và (*) ta có $AD = DE\sqrt{2}$

$\Rightarrow AD^2 = AE^2 + ED^2$.

Từ đó ΔAED vuông tại E (định lí Pythagoras đảo). Suy ra hình thoi AEDF là hình vuông.

Vậy $\widehat{BAC} = 90^o$.

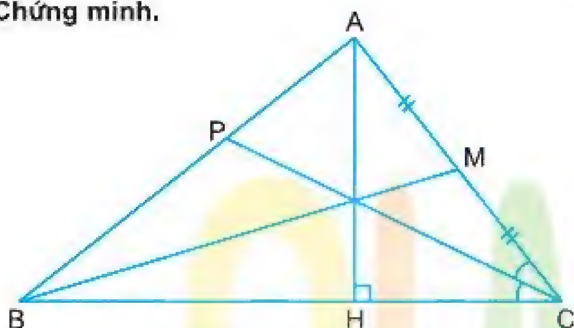
2.6. Tính chất 6.

Cho ΔABC có đường cao AH, trung tuyến BM và phân giác CP đồng quy tại một điểm.

a) Chứng minh $\widehat{BAC} = 90^o \Leftrightarrow HB = AC$.

b) Tính AB và AC theo BC, với BC = a và $\widehat{A} = 90^o$.

Chứng minh.



a) Theo định lí Ceva ta có

$\frac{PA}{PB} \cdot \frac{HB}{HC} \cdot \frac{MC}{MA} = 1 \Leftrightarrow \frac{PA}{PB} = \frac{HC}{HB}$ (do MC = MA).

$\Leftrightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{HC}{HB} \left(\text{vì } \frac{PA}{PB} = \frac{CA}{CB} \right)$. (*)

• Nếu $\widehat{BAC} = 90^o$ và AH ⊥ BC.

Ta có ΔCAB ∽ ΔCHA $\Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{CH}{CA}$.

Kết hợp với (*) suy ra HB = AC.

• Nếu $HB = AC \Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{CH}{CA}$.

Lại có góc C chung nên ΔABC ∽ ΔHAC

$\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^o$.

Vậy ta có điều phải chứng minh.

b) Gọi a, b, c là độ dài của BC, AC, AB tương ứng.

Do $\widehat{A} = 90^o$ nên HB = b (theo câu trên).

Ta có $b^2 + c^2 = a^2$ và $c^2 = ab \Rightarrow b^2 + ab = a^2$.

$\Rightarrow b^2 + ab - a^2 = 0 \Leftrightarrow \left(b + \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4}$

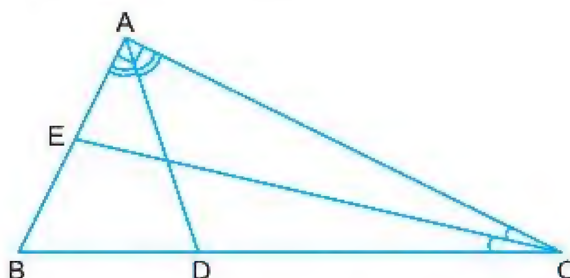
$\Rightarrow AC = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$ và $AB = a\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$.

2.7. Tính chất 7. Cho ΔABC vuông tại A (AB < AC), các đường phân giác AD và CE. Chứng minh CE = 2AD ⇔ ΔABC là nửa tam giác đều.

Chứng minh. Đặt BC = a, AC = b, AB = c.

Áp dụng tính chất 5 ta có

$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{\sqrt{2}}{AD} \Rightarrow AD = \frac{bc\sqrt{2}}{b+c}$.



Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có

$\frac{AE}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{AE+BE}{AC+BC} = \frac{AB}{AC+BC} = \frac{c}{a+b}$.

$\Rightarrow EA = \frac{bc}{a+b}$.

Áp dụng định lí Pythagoras vào tam giác vuông AEC ta có $EC^2 = EA^2 + AC^2$

$= \frac{b^2c^2}{(a+b)^2} + b^2 = \frac{b^2(2a^2+2ab)}{(a+b)^2} = \frac{2ab^2}{a+b}$.

Ta có $CE = 2AD \Leftrightarrow CE^2 = 4AD^2$

$\Leftrightarrow \frac{2ab^2}{a+b} = \frac{8b^2c^2}{(b+c)^2}$

$\Leftrightarrow a(b+c)^2 - 4c^2(a+b) = 0$

$\Leftrightarrow a(a^2 + 2bc) - 4c^2(a+b) = 0$

$\Leftrightarrow (a-2c)(a^2 + 2ac + 2bc) = 0$

$\Leftrightarrow a = 2c$

⇔ BC = 2AB. (*)

Kết hợp (*) với giả thiết $\widehat{BAC} = 90^o$ ta suy ra được CE = 2AD ⇔ ΔABC là nửa tam giác đều.

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH (HB < HC). Cho biết HC − HB = AB. Tính góc B và góc C.

Bài 2. Chứng minh rằng nếu ΔABC có $\widehat{C} = 2\widehat{A}$ và AC = 2BC thì ΔABC là tam giác vuông.

Bài 3. Cho ΔABC vuông tại A, phân giác AD. Đường thẳng vuông góc với BC tại D cắt AC tại M. Chứng minh rằng DM = DB.



AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2014

SENIOR DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10
Time allowed: *75 minutes*

ĐỖ TRUNG KIÊN
(Sưu tầm và giới thiệu)

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. The expression that has the same meaning as $9x^{-3}$ is

(A) $\frac{-9}{x^3}$ (B) $\frac{3}{x}$ (C) $\frac{1}{9x^3}$

(D) $\frac{3}{x^3}$ (E) $\frac{9}{x^3}$

2. The value of $\frac{1}{0.04}$ is

(A) 15 (B) 20 (C) 25

(D) 40 (E) 60

3. If $p = 9$ and $q = -3$ then $p^2 - q^2$ is equal to

(A) 64 (B) 72 (C) 84

(D) 90 (E) 96

4. A circle has circumference π units. In square units, its area is

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π

(D) 2π (E) 4π

5. If $K = L + \frac{6}{R}$ and $L = 4$ and $K = 7$, then R equals

(A) −18 (B) 1 (C) 12

(D) 8 (E) 2

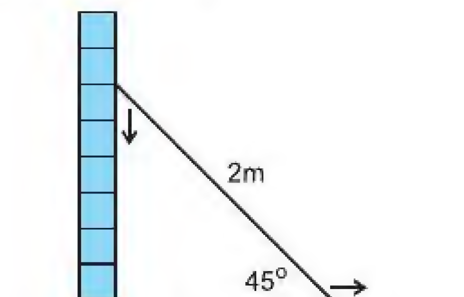
6. If x, x^2 and x^3 lie on a number line in the order shown below, which of the following could be the value of x?



(A) −2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$

(D) 1 (E) $\frac{3}{2}$

7. A 2 metre broom is leaning against a wall, with the bottom of the broom making an angle of 45° with the ground. The broom slowly slides down the wall until the bottom of the broom makes an angle of 30° with the ground.



How far, in metres, has the top of the broom slid down the wall?

(A) $\sqrt{2}-1$ (B) $2-\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}-1$

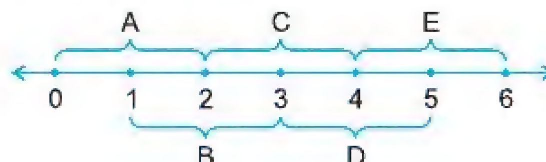
(D) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (E) $2-\sqrt{2}$

8. The base of a triangle is increased by 25% and its height is increased by 50%. Its area has increased by

(A) 25% (B) 50% (C) 66.6%

(D) 75% (E) 87.5%

9. On a section of the number line five intervals are marked as shown.



If a number x falls in the interval A and a number y falls in the interval D, then the number $\frac{1}{2}(x+y+1)$ must fall in which interval?

(A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E

10. If $\frac{p}{p-2q} = 3$ then $\frac{p}{q}$ equals

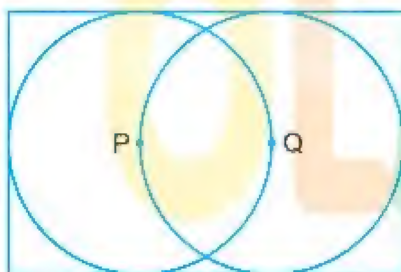
(A) -3 (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{2}{3}$ (E) 2

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. In a car park there are 3 Fords, 4 Holdens and 2 Hondas. If a parking inspector chooses 2 cars at random, the probability that both are Holdens is

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{4}{27}$ (C) $\frac{1}{6}$
(D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{16}{81}$

12. In this figure, P and Q are the centres of two circles. Each circle has an area of 10 m^2. The area, in square metres, of the rectangle is



(A) 20 (B) $20-\frac{10}{\pi}$ (C) $\frac{40}{\pi}$
(D) $\frac{50}{\pi}$ (E) $\frac{60}{\pi}$

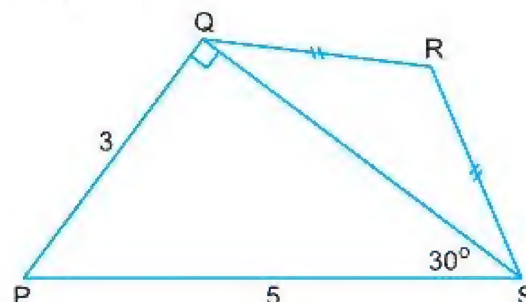
13. The value of $\sqrt{1+2+3+4+...+99+100}$ lies between

(A) 14 and 15 (B) 25 and 26
(C) 30 and 31 (D) 71 and 72
(E) 100 and 101

14. If $\frac{x-a}{x-b} = \frac{x-b}{x-a}$ and $a \neq b$, what is the value of x?

(A) $\frac{a-b}{2}$ (B) $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ (C) $\frac{a^2+b^2}{2(a+b)}$
(D) a + b (E) $\frac{a+b}{2}$

15. In the diagram, PS = 5, PQ = 3, ΔPQS is right-angled at Q, ∠QSR = 30° and QR = RS. The length of RS is



(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2
(D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (E) 4

16. Billy, a seasonal worker in the town of Cowra, collected an even number of buckets of cherries on his first day. Each day after that he increased the number of buckets he picked by 2 buckets per day. In the first 50 days he collected 3250 buckets. The number of buckets Billy collected on the 50th day was

(A) 66 (B) 110 (C) 114
(D) 116 (E) 120

17. A farmer walks 1 km east across his paddock, then 1 km north-east and then another 1 km east. Find the distance, in kilometres, between the farmer's initial position and his final position.

(A) $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $\sqrt{5}$
(D) $2+\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{\frac{11}{2}+2\sqrt{10}}$



(Kì sau đăng tiếp)

Kết quả

Giải toán qua thư



Bài 1(161+162). Cho $A=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2016}$ (có 2015 số hạng). Chứng minh rằng $A>\frac{21}{11}$

Lời giải. Ta có

$$A=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)$$

$$+...+\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+...+\frac{1}{2015}+\frac{1}{2016}\right)$$

$$>\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\right)$$

$$+...+\left(\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+...+\frac{1}{2015}+\frac{1}{2016}\right)$$

$$>\frac{1}{2}+2.\frac{1}{4}+4.\frac{1}{8}+8.\frac{1}{16}=2>\frac{21}{11}.$$

Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài, có bạn còn giải bằng hai cách. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Công Duy Khánh*, 7A6, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Phạm Minh Đăng*, 7A, *Nguyễn Hữu Thắng*, *Nguyễn Minh Tiến*, 7B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Đỗ Trí Dũng*, 6A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đào Văn Chiến, Kiều Mạnh Tiến, Đào Thanh Xuân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phùng Đăng Dương*, 6C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Lê Xuân Hoàng*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

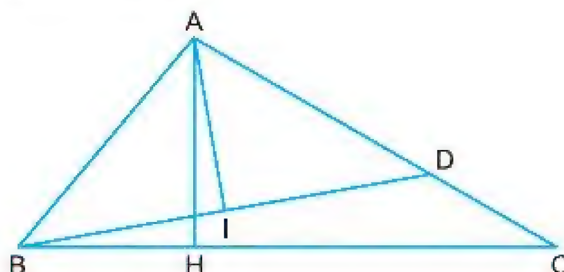
Bài 2(161+162). Cho tam giác ABC với $3\widehat{A}=6\widehat{B}=10\widehat{C}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho AD = AB. Chứng minh rằng BD = AC.

Lời giải.

Từ giả thiết $3\widehat{A}=6\widehat{B}=10\widehat{C}$ và $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^o$.

Suy ra $\frac{10\widehat{C}}{3}+\frac{5\widehat{C}}{3}+\widehat{C}=180^o\Rightarrow\widehat{C}=30^o$.

Từ đó $\widehat{B}=50^o$, $\widehat{A}=100^o$.



Kẻ $AH\perp BC$, $AI\perp BD$ ($H\in BC$, $I\in BD$).

Do ΔAHC vuông tại H có $\widehat{ACH}=30^o$ nên $AH=\frac{AC}{2}$. (1)

Mặt khác ΔABD cân tại A nên I là trung điểm của BD, suy ra $BI=\frac{BD}{2}$. (2)

Mà $\widehat{BAI}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}=50^o\Rightarrow\widehat{BAI}=\widehat{ABH}$.

Do đó $\Delta AIB=\Delta BHA$ (cạnh huyền - góc nhọn).

Suy ra AH = BI. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra BD = AC.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Đỗ Phúc Xuân*, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Kiều Mạnh Tiến, Vũ Minh Khải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Nguyễn Gia Huy, Trần Đức Tùng, Phạm Anh Tài, Cao Thị Thùy Dung, Nguyễn Đăng Doanh, Nguyễn Trung Kiên, Nguyễn Thị Ngọc Trâm*, 7B, *Trần Anh Tuấn, Bùi Hồng Quân*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Phan Thị Hải Yến*, 6C, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(161+162). Cho P(x) là đa thức bậc 4 với hệ số bậc cao nhất bằng 1. Biết rằng P(2013) = 2014, P(2014) = 2015 và P(2015) = 2016. Tính P(2012) + P(2016).

Lời giải. Xét đa thức Q(x) = P(x) – x – 1.

Theo giả thiết ta có

Q(2013) = P(2013) – 2014 = 0

Q(2014) = P(2014) – 2015 = 0

Q(2015) = P(2015) – 2016 = 0

Như vậy Q(x) là đa thức bậc 4 với hệ số bậc cao

nhất bằng 1 và có các nghiệm là 2013, 2014 và 2015 nên

$Q(x) = (x - 2013)(x - 2014)(x - 2015)(x - a)$, ($a \in \mathbb{R}$).
Do đó
$P(x) = (x - 2013)(x - 2014)(x - 2015)(x - a) + x + 1$.
Thay x bằng 2012 và 2016, ta được
$P(2012) = -10059 + 6a$; $P(2016) = 14113 - 6a$.
Suy ra $P(2012) + P(2016) = (-10059 + 6a) + (14113 - 6a) = 4054$.

Nhận xét. Đây là bài toán hay và không quá khó. Hầu hết các bạn gửi bài giải làm theo cách trên. Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Thị Khánh Ly*, 8A4, *Dương Tiến Đạt*, *Phạm Thị Kiều Trang*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Tạ Nam Khánh*, 9E1, *Phùng Quốc Lâm*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hưng Phát*, 7B, *Trần Sỹ Hoàng*, 9C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Cường*, 9A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Trần Anh Tuấn*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hữu Nghĩa*, 8D, THCS Lâm Thao; *Nguyễn Hà Phương*, 8D, THCS Cao Mại, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(161+162). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = a + b + c - abc$.

Lời giải. Ta có

$$(a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow ab \leq \frac{a^2+b^2}{2} \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{2} = 1.$$

Suy ra $ab - 1 \leq 0$.
Do đó $M^2 = [(a + b).1 + c.(1 - ab)]^2$
$\leq [(a + b)^2 + c^2][1^2 + (1- ab)^2]$
$= (2ab + 2)(a^2b^2 - 2ab + 2)$.
Suy ra $M^2 = 2a^3b^3 - 2a^2b^2 + 4 = 2a^2b^2(ab - 1) + 4 \leq 4$ (vì $a^2b^2 \geq 0$, $ab - 1 \leq 0$).

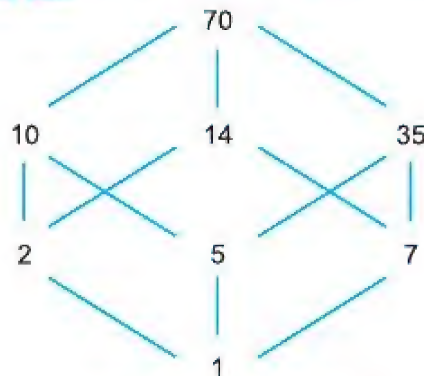
Suy ra $\begin{cases} M \geq -2 \ (1) \\ M \leq 2 \ (2) \end{cases}$

Dấu bằng ở (1) xảy ra chẳng hạn khi
(a, b, c) = (−1, −1, 0).
Dấu bằng ở (2) xảy ra chẳng hạn khi
(a, b, c) = (1, 1, 0).
Vậy MinM = −2 chẳng hạn khi
(a, b, c) = (−1, −1, 0).
MaxM = 2 chẳng hạn khi (a, b, c) = (1, 1, 0).

Nhận xét. Đây là bài toán hay và khó, một số bạn có lời giải hay. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Tạ Nam Khánh, Lê Ngọc Hoa*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hữu Trung Kiên, Bùi Thùy Linh, Vũ Linh Chi*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trương Thị Thu Lan*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

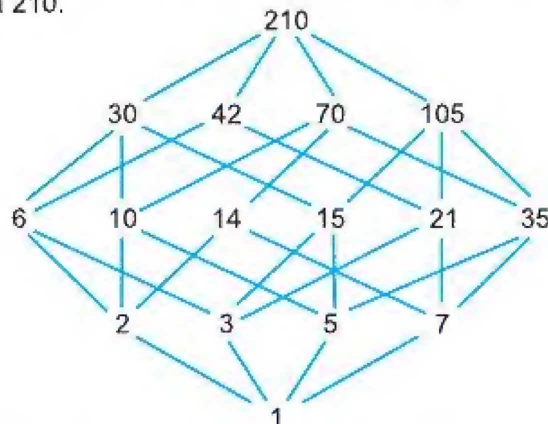
CAO VĂN DŨNG

Bài 5(161+162). Đặt D_{70} = {1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70} (tập hợp các ước của 70). Ta vẽ biểu đồ cho D_{70} như sau.



Tìm quy luật của biểu đồ trên. Hãy xác định các phần tử của D_{210} rồi vẽ biểu đồ cho D_{210}.

Lời giải. Phân tích số 210 ra thừa số nguyên tố, ta có 210 = 2.3.5.7. Số lượng các ước dương của số 210 là (1 + 1)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 16.
Tập hợp các ước của 210 là D_{210} = {1; 2; 3; 5; 6; 7; 10; 14; 15; 21; 30; 35; 42; 70; 105; 210}.
Để vẽ biểu đồ, ta sắp xếp các hàng kể từ dưới lên như sau: Hàng dưới cùng là 1; hàng thứ hai từ dưới lên là 2, 3, 5, 7 (một ước số nguyên tố của 210); hàng thứ ba từ dưới lên là 6, 10, 14, 15, 21, 35 (tích hai ước số nguyên tố); hàng thứ tư là 30, 42, 70, 105 (tích ba ước số nguyên tố) hàng trên cùng là 210.



Nhận xét. Đây là bài toán hay và không quá khó. Có ba bạn sắp xếp các ước dương chưa hợp lí nên vẽ biểu đồ sai. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Từ Tấn Dũng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**;

Tạ Nam Khánh, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Hoàng Doãn Hà Trang*, 8A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

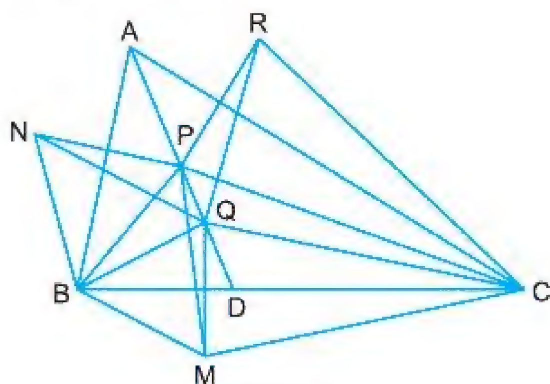
TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(161+162). Cho tam giác ABC với phân giác AD. Gọi P, Q là hai điểm thuộc đoạn thẳng AD sao cho $\widehat{ABP} = \widehat{CBQ}$. Gọi E, F thứ tự là hình chiếu vuông góc của P lên AC, AB, gọi H là hình chiếu vuông góc của Q lên BC và K là hình chiếu vuông góc của H lên EF. Chứng minh rằng KH là phân giác của $\widehat{BKC}$.

Lời giải. Không mất tính tổng quát, giả sử AP < AQ.

Bổ đề. Cho tam giác ABC với phân giác AD. Gọi P, Q là hai điểm thuộc AD sao cho AP < AQ và $\widehat{ABP} = \widehat{CBQ}$. Khi đó $\widehat{ACP} = \widehat{BCQ}$.

Chứng minh. *(hình 1)*



Hình 1

Gọi M là điểm đối xứng của Q qua BC; N, R theo thứ tự là điểm đối xứng của P qua AB, AC.

Ta có ΔPQN = ΔPQR. (1)

Ta chứng minh được

$\widehat{PBM} = \widehat{PBQ} + \widehat{QBM} = \widehat{PBQ} + 2\widehat{CBQ}$

$= \widehat{PBQ} + 2\widehat{ABP} = \widehat{PBQ} + \widehat{PBN} = \widehat{QBN}$;

BP = BN; BM = BQ.

Do đó ΔBPM = ΔBNQ. (2)

Từ (1) và (2) suy ra PM = QN = QR.

Từ đó, chú ý rằng CM = CQ, CP = CR, suy ra ΔCMP = ΔCQR.

Suy ra $\widehat{ACP} = \frac{1}{2}\widehat{RCP} = \frac{1}{2}\left(\widehat{RCQ} - \widehat{PCQ}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\widehat{PCM} - \widehat{PCQ}\right) = \frac{1}{2}\widehat{MCQ} = \widehat{BCQ}$.

Trở lại giải bài toán (hình 2)

Gọi Y, Z theo thứ tự là hình chiếu của B, C trên EF.

Ta có AF = AE.

Do đó $\widehat{YFB} = \widehat{AFE} = \widehat{AEF} = \widehat{ZEC}$.

Suy ra $\Delta BFY \backsim \Delta CEZ \Rightarrow \frac{BF}{CE} = \frac{BY}{CZ}$. (1)

Dễ dàng chứng minh PF = PE và

$\Delta BHQ \backsim \Delta BFP$, $\Delta CHQ \backsim \Delta CEP$.

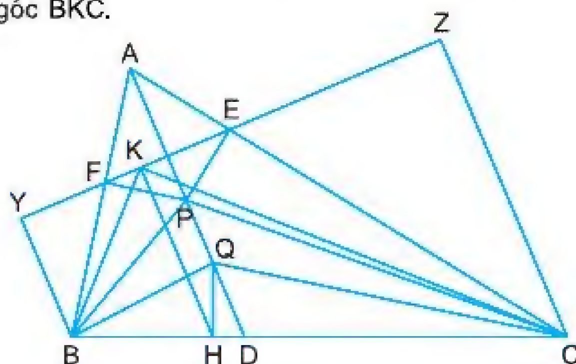
Do đó $\frac{BF}{BH} = \frac{PF}{QH} = \frac{PE}{QH} = \frac{CE}{CH} \Rightarrow \frac{BF}{CE} = \frac{BH}{CH}$. (2)

Từ (1) và (2), chú ý rằng BY // CZ // HK theo định lí Thales, ta có $\frac{BY}{CZ} = \frac{BH}{CH} = \frac{KY}{KZ}$.

Do đó $\Delta BYK \backsim \Delta CZK$.

Vậy $\widehat{BKY} = \widehat{CKZ}$.

Kết hợp với KH ⊥ YZ, suy ra KH là phân giác của góc $\widehat{BKC}$.



Hình 2

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Tạ Nam Khánh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

NGUYỄN MINH HÀ



ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY — Thi giải toán qua thư



Nguyễn Công Duy Khánh, 7A6, THCS Cầu Giấy; *Từ Tấn Dũng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Tạ Nam Khánh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Kiều Mạnh Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Xuân Hoàng*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Anh Tuấn*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Văn Cường*, 9A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Trương Thị Thu Lan*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.



DỰ THI HỌC BỔNG SINGAPORE

THỦY VŨ

(Xem từ số 158 ra 4.2016)

Học sinh vừa hết lớp 9 hoặc đã vào lớp 10 của Việt Nam đều được thi học bổng ASEAN hoặc A*Star của Singapore. Học bổng ASEAN thì tuyển tất cả các tỉnh thành và do Bộ Giáo dục và Đào tạo (Việt Nam) đứng ra phát form cho các địa phương. Mỗi tỉnh thành có 2 mẫu. Học bổng A*Star thì do các trường ở Singapore sang tuyển trực tiếp tại Việt Nam qua một kì thi chung cho mỗi đợt dành cho một số trường. Các trường ở Singapore là các trường hàng đầu như chuyên NTU, chuyên NUS (hai trường đại học lớn nhất, danh tiếng của Singapore), trường Raffles (trường THPT nổi nhất như Hà Nội - Amsterdam của nước ta, nhưng đây là trường tư), trường NJC, Hoa Chông, Nanyang, Vichtoria, Temasek, ACS, ... Tại Hà Nội, một số trường nổi tiếng thường có đông học sinh giành được học bổng này: THCS Trưng Vương, Hà Nội - Amsterdam, chuyên ĐH Quốc Gia, chuyên ĐH Sư phạm, Chu Văn An, Ngô Sĩ Liên, Giảng Võ, Nguyễn Tất Thành, Lômônôxôp, Nguyễn Trường Tộ, THPT Kim Liên, Việt Đức, Trần Phú ... Ở các địa phương khác cũng là các trường truyền thống như THCS Trần Đăng Ninh, THPT Lê Hồng Phong (Nam Định), Trần Phú (Hải Phòng), Phan Bội Châu (Nghệ An), Trần Đại Nghĩa (TP. Hồ Chí Minh) ... Học bổng ASEAN và A*Star đều có hồ sơ giống nhau: 1 đơn (form) có mẫu của nước bạn cung cấp, được điền đầy đủ thông tin, hợp cách; bảng điểm từ lớp 6 đến lớp 9 (hoặc lớp 10), bản sao giấy khai sinh, bằng tốt nghiệp THCS (nếu là lớp 10). Các giấy tờ đều có bản tiếng Anh, có công chứng hoặc xác nhận của hiệu trưởng. Thời điểm làm hồ sơ là tháng 3 và 4 nếu đi học THPT còn đi đại học thường làm tháng 11. Ngoài ra học bổng A*Star còn rải rác làm vào tháng 6, 8, ...



Kì thi viết diễn ra vào cuối tháng 5. Học sinh phải làm bài thi toán bằng tiếng Anh từ 30 đến 35 câu trong 120 phút theo hình thức tự luận, không sử dụng máy tính. Đề thi gồm tất cả các vấn đề nước bạn chú ý dạy mà chương trình chúng ta ít chú ý: tài chính trong gia đình, thể tích các hình khối phức tạp, thống kê, xác suất, đồ thị chấm, đồ thị cành - lá ... Bài phỏng vấn được tiến hành sau 5 tuần nếu kết quả bài thi toán khoảng được 80%, bài IQ được khoảng gần 90% và bài Anh văn được khoảng 65%. Đấy là học bổng ASEAN. Còn học bổng A*Star thì phỏng vấn chỉ sau một vài ngày. Đây là cuộc nói chuyện 15 phút về đề tài bản thân, gia đình và nhà trường của học sinh.

(Còn tiếp)

NGUYỄN TRỌNG ĐỒNG
(GV. THCS Phú Lộc, Krông Năng, Đắk Lắk)

Bụi phấn

Ai chẳng đi về mái trường nho nhỏ
Phấn trắng bảng đen lời giảng của thầy
Bao lứa học trò tung tăng sách vở
Mỗi buổi tới trường là một niềm vui

Kí ức cuộc đời trong ta vẫn thế
Như niềm tin dẫu sông cạn đá mòn
Ta lớn bởi trang sách và bè bạn
Bởi tóc thầy sợi trắng cứ nhiều thêm!

Bụi phấn rơi rơi tóc thầy hóa nắng
Ngỡ hạt sương mai lấp lánh đất người
Đây tình nghĩa mái trường hồng ngọn gió
Cho em hay biển học vốn vô bờ

Quê hương cho ta dáng vóc cuộc đời
Đạo nghĩa làm người trả vay, vay trả
Với mái trường nguyện làm con én nhỏ
Khi mùa thu về bụi phấn bay bay...



BÌNH NAM HÀ

MYANMAR

Myanmar gần
Myanmar xa
Đây là Miến Điện
Nghe lâu rồi mà.
Đất Phật nhiều chùa
Rừng nhiều đá quý.
Con người hiền hòa
Nói cười rủ rỉ.
Đàn ông diện váy
Lưng giắt Iphone.
Bỏm bẻm nhai trầu
Dép lê xỏ ngón.
Có gì vội đâu.
Cuộc sống chỉ cầu
Ăn ngày vài bữa.
Còn đâu cúng chùa
Dát vàng ngọn tháp.
Xe đò cũ kĩ
Thêm xe đạp lai.
Nhà tầng thả dây
Kéo hàng mỗi buổi.
Nhà ngoại thành đấy
Lúp xúp tre pheo
Sân vườn không thấy
Cỏ mọc giăng đầy.
Cây thốt nốt xa,
Con bò gầy trắng
Gợi miền xa vắng
Chiều Campuchia.
Xa rồi vẫn thấy
Yangon miền xanh.

22 - 25.7.2016



Kì này CÓ KHẲNG ĐỊNH ĐƯỢC KHÔNG?

Bài toán. Một số cung của một đường tròn được tô bởi hai màu xanh và đỏ, tổng số đo độ dài của các cung được tô đỏ bằng $\frac{1}{4}$ độ dài đường tròn và tổng số đo độ dài của các cung được tô xanh bằng $\frac{1}{5}$ độ dài đường tròn. Bạn Toán nói với bạn Thơ: "Trên đường tròn luôn tìm được 4 điểm A, B, C, D sao cho tứ giác ABCD là hình chữ nhật và các điểm A, B, C, D không bị tô màu".

Bạn có biết tại sao bạn Toán lại khẳng định được như vậy không?

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ ĐIỂM ĐƯỢC TÔ MÀU (TTT2 số 161+162)

Gọi T là số các trung điểm được tô đỏ của các đoạn thẳng tạo bởi 2016 điểm phân biệt A_1, A_2, A_3, ... , A_{2016}.

a) Xét giá trị lớn nhất của T. Nối mỗi điểm với 2015 điểm còn lại ta được 2015 đoạn thẳng. Vì có 2016 điểm nên sau khi nối như thế có 2016.2015 lần nối và mỗi đoạn thẳng được nối 2 lần, do đó số đoạn thẳng được nối là 1008.2015 = 2031120. Nếu các trung điểm đều khác nhau thì có tất cả 2031120 trung điểm và giá trị lớn nhất của T bằng 2031120. Điều này có được khi thực hiện thuật toán vẽ hình như sau. Đầu tiên lấy 3 điểm không thẳng hàng A_1, A_2, A_3 và tô màu các trung điểm của chúng, do A_1, A_2, A_3 là 3 đỉnh một tam giác nên 3 trung điểm của chúng phân biệt nhau. Vẽ một đường thẳng d_1 qua A_1 mà không đi qua A_2, A_3 và không đi qua các trung điểm đã có. Vẽ đường thẳng d_2 qua A_2 mà không đi qua A_1, A_3 và không đi qua các trung điểm đã có, gọi giao điểm của d_1 và d_2 là A_4. Nối giao điểm mới A_4 với các điểm đã có và tô màu các trung điểm của chúng, nếu có 2 trung điểm nào (cũ và mới) trùng nhau thì vẽ lại d_2 sao cho đạt *điều kiện* là có điểm A_4 mà tất cả các trung điểm đều khác nhau. Cứ tiếp tục làm như thế để có các điểm A_5, A_6, ... , A_{2016}, do số các điểm và trung điểm là hữu hạn nên luôn vẽ được các điểm với *điều kiện* trên. Vậy giá trị lớn nhất của T bằng 2031120.

b) Xét giá trị nhỏ nhất của T. So sánh độ dài của tất cả 2031120 đoạn thẳng của 2016 điểm khác nhau tùy ý thì tồn tại độ dài lớn nhất là r với hai đầu mút là A_1, A_2 (nếu khác thì đổi lại). Hai đường tròn tâm A_1 và A_2 với cùng bán kính r cắt nhau tại hai điểm B, C. Do $A_1A_j \le A_1A_2$ với j bằng 2, 3, 4, ... , 2016 nên tất cả các điểm đã vẽ đều nằm trong hình tròn tâm A_1 (kể cả đường biên). Tương tự, do $A_2A_k \le A_2A_1$ với k bằng 3, 4, ... , 2016 nên tất cả các điểm đã vẽ đều nằm trong hình tròn tâm A_2 (kể cả đường biên), suy ra tất cả các điểm đã vẽ đều nằm trong S là phần giao của 2 hình tròn với đường biên của S là hai cung tròn $\overset{\frown}{BA_1C}$ và $\overset{\frown}{BA_2C}$.

Dễ thấy với 2016 điểm khác nhau, khi xét 2015 đoạn thẳng A_1A_j với j bằng 2, 3, ... , 2016 thì có 2015 trung điểm khác nhau và khi xét 2014 đoạn thẳng A_2A_k với k bằng 3, 4, ... , 2016 thì có 2014 trung điểm khác nhau. Giả sử 2 đoạn thẳng A_1A_j và A_2A_k có trung điểm M trùng nhau với A_j là một điểm nằm trong S. Nếu A_j nằm trên A_1A_2 thì $A_2A_k = 2A_2M = 2(A_2A_j + A_jM) = 2A_2A_j + 2A_jM = 2A_2A_j + A_1A_j = A_1A_2 + A_jA_2 > A_1A_2$. Nếu A_j không nằm trên A_1A_2 lúc đó có hình bình hành $A_1A_2A_jA_k$ với góc $\widehat{A_1A_2A_j}$ là góc nhọn, suy ra góc $\widehat{A_2A_1A_k}$ là góc tù, do đó điểm A_k nằm ngoài S, điều này không xảy ra. Như thế 2 đoạn thẳng bất kì A_1A_j và A_2A_k có trung điểm khác nhau.



(Xem tiếp trang 54)







CUỘC GỌI Quốc tế

ĐỖ THỊ HIỂN ANH
(9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Chiều muộn hôm đó, đang khóa cửa văn phòng để về nhà thì thám tử Sêlôccôc nhận được điện thoại của ông Long. Ông Long cùng vợ là bà Trang là những người bạn thân từ thời phổ thông của thám tử.

- Lát nữa đến nhà tôi ăn tối nhé. Hôm nay, vợ tôi tự tay nấu nướng đấy. Bà ý vẫn nhớ những món mà ngày xưa chúng ta đều thích.

- Hay quá! Cảm ơn ông bà. Tôi đến luôn đây.

Khoảng nửa giờ sau thám tử Sêlôccôc đã có mặt ở nhà ông Long. Lúc đó là gần 7 giờ tối. Sau vài câu trò chuyện, ông Long mời thám tử ngồi vào bàn ăn. Chà! Mâm cơm gia đình thơm ngon quá! Ông Long rót bia, còn bà Trang thì niềm nở giới thiệu món này món kia. Đang ăn uống vui vẻ, chợt bà Trang như sực nhớ ra điều gì, vội xin phép chạy lên gác. Rồi thám tử và ông Long nghe tiếng "Ối! Trời ơi!" vọng xuống. Cả hai ông vội chạy lên.

- Sao thế mình? - ông Long hốt hoảng hỏi.

- Lúc làm cơm tôi tháo cái nhẫn kim cương ra cho tiện... Tôi đặt ở bàn phấn trong phòng, định bụng sẽ cất ngay... Nhưng lúc đó có điện thoại nên tôi quên biến đi mất. Giờ sực nhớ ra thì không thấy đâu nữa.

- Bà cứ bình tĩnh! - thám tử động viên - Hãy cho tôi biết lúc bà nấu ăn thì trong nhà có những ai.

Một lát sau, khi đã đỡ hốt hoảng, bà Trang kể:

- Lúc đó có cô Hoa giúp việc, ông Minh và con gái tôi.

- Ông Minh có phải là người mà lúc tôi vừa đến bà giới thiệu là anh họ của ông Long?

- Đúng rồi. Ông ấy đến ở nhà tôi từ hôm qua. Vì có chút việc riêng nên ông ấy không ngồi ăn cùng chúng ta.

- Hiện giờ ông ấy vẫn đang ở đây?

- Vâng. Đang ở trong phòng trên tầng ba.

- Tôi có thể nói chuyện riêng với từng người chứ?
- Tất nhiên.
- À, mà lúc bà bắt đầu tháo nhẫn để nấu ăn là khoảng mấy giờ nhỉ?
- Khoảng 5 rưỡi, gần 6 giờ, ông ạ.

Đầu tiên, thám tử Sêlôccôc gặp cô Hoa:
- Từ lúc bà Trang nấu ăn đến giờ, cô đã làm gì, ở đâu?
- Tôi cùng nấu nướng với bà Trang. Hai người ở suốt trong bếp. Bà Trang cầu kì lắm nên tôi phải phụ giúp rất nhiều.

Tiếp theo là ông Minh:
- Ông có thể cho tôi biết ông đã làm gì, ở đâu trong suốt thời gian bà Trang ở trong bếp nấu nướng?
- Tôi ở trong phòng để giải quyết một số việc qua email. Tôi cũng có 1 cuộc gọi điện thoại sang Hàn Quốc cho người bạn. Ông có thể kiểm tra thông tin này.
- Thật ư? Tức là tôi có thể gọi cho bạn của ông để kiểm tra về cuộc gọi?
- Tất nhiên. Đây là số của anh ấy. Ông gọi đi!

Thám tử gọi. Bạn ông Minh xác nhận là có nhận 1 cuộc gọi của ông Minh, gọi từ Việt Nam. Ông này cũng cho biết lúc đó là khoảng 6 rưỡi chiều.

Cuối cùng, thám tử Sêlôccôc gặp cô Mai, con gái bà Trang.
- Lúc mẹ cháu cơm nước trong bếp, cháu có phụ giúp không?
- Không ạ. Lúc đó cháu lau dọn phòng khách, quét sân quét cổng để đón bác đến chơi mà. Cháu còn cắm hoa nữa. Lọ hoa tươi trong phòng khách mà lúc nãy bác khen đó ạ.
- Cháu gái đảm đang quá!

Sau đó, thám tử Sêlôccôc nói nhỏ với ông Long:
- Tôi đã tìm ra manh mối đáng ngờ rồi. Đây là việc rất tế nhị nên tốt nhất ông hãy tự mình nói chuyện với người mà tôi nghi vấn nhé.

* Ông Long nghĩ mãi nhưng vẫn chưa đoán ra người mà thám tử Sêlôccôc nghi ngờ. Các thám tử Tuổi Hồng có giúp ông Long được không?

Kết quả CHIẾC NHẪN TRONG TÚI (TTT2 số 161+162)

Bạn nào cũng phát hiện chính xác điểm vô lí trong lời kể của bà giúp việc: Cá nục là cá biển chứ không phải cá sông. Bà giúp việc tên Vân đã để lộ sơ hở này khi nói chuyện với thám tử. Các thám tử "Tuổi Hồng" cũng nhanh chóng phát hiện điểm đáng nghi ngờ đó.



Các bạn sau sẽ được nhận quà: *Mai Tùng Dương*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Công Duy Khánh*, 7A6, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Minh Phương*, 6G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Lâm*, 6D, THCS Lê Hồng Phong; *Nguyễn Trung Kiên*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc





NĂM NGÔI SAO
TRONG CHÒM SAO ĐẠI SỐ VÀ LÍ THUYẾT SỐ

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN *(GV. Khoa toán, trường Đại học Vinh, Nghệ An)*

Trong lịch sử trung cận đại nhiều nhà toán học đã có nhiều cống hiến cho nền toán học của nhân loại. Sau đây chúng tôi xin giới thiệu năm nhà toán học tiêu biểu trong lĩnh vực đại số và lí thuyết số.

Diophante (Khoảng thế kỉ thứ III). Cho đến nay, người ta chưa xác định được năm sinh và quốc tịch của nhà toán học Hy Lạp Diophante, chỉ biết rằng ông sống vào thế kỉ thứ III, cùng thời với nhà toán học Héron. Ngoài sự kiện ông đã thành đạt ở Alexandrie, người ta không biết được gì hơn về ông mặc dù có một bài trào phúng trong *Hợp tuyển Hy Lạp* có ý định đưa ra một số chi tiết về cuộc đời ông (trên một mộ chí): *Thời thơ ấu của Diophante đã trôi qua trong một phần sáu cuộc đời ông, một phần mười hai lúc là thanh niên, một phần bảy nữa khi còn là độc thân. Sau khi xây dựng gia đình được năm năm vợ ông sinh được một con trai song lại qua đời trước bố bốn năm, đúng bằng nửa số tuổi cha mình hưởng thọ*. Hỡi khách qua đường, tính xem Diophante thọ bao nhiêu tuổi?

Diophante viết ba công trình: *Arithmétique*, đó là công trình quan trọng nhất của ông và hiện còn giữ được 6 trong 13 quyển; *Về các đa giác*, chỉ còn giữ lại vài đoạn; *Porisms*, hiện bị thất lạc.

Arithmétique là một tác phẩm lớn phân tích sâu sắc các vấn đề lí thuyết đại số và lí thuyết số và cho thấy tác giả là một thiên tài trong lĩnh vực này. Phần còn lưu giữ được của công trình này nói về cách giải khoảng 130 bài toán rất khác nhau dẫn đến các phương trình bậc nhất và bậc hai. Một số phương trình bậc ba đặc biệt đã được giải. Quyển thứ nhất nói về các phương trình xác định một ẩn và các quyển còn lại bàn về các phương trình bất định bậc hai hoặc cao hơn với hai hoặc ba ẩn.

Có những kết quả sâu sắc về số được phát biểu trong Arithmétique. Chẳng hạn: *hiệu hai lập phương số hữu tỉ cũng bằng tổng của hai lập phương số hữu tỉ*, một vấn đề mà sau này đã được Viète, Bachet và Fermat nghiên cứu tới. Có nhiều mệnh đề nói về cách biểu thị các số dưới dạng tổng của hai, ba hay bốn bình phương, một lĩnh vực mà sau 1500 năm sau mới được hoàn thiện bởi Fermat, Euler và Lagrange.

Trong tác phẩm Arithmétique, Diophante đã đưa ra cách viết tắt cho các ẩn số, lên đến lũy thừa bậc 6, phép trừ, đẳng thức và phép nghịch đảo. Người ta xem ông là người tiên phong trong việc sử dụng kí hiệu đại số để trình bày các lập luận của mình.

P. Fermat (1601 - 1665). Nhà toán học Pierre de Fermat (1601 - 1665) sinh ở Tarn-et-Garonne gần thành phố Toulouse nước Pháp trong một gia đình kinh doanh da thuộc. Ông vốn là một luật sư nhưng lại rất đam mê nghiên cứu toán học và được xem như nhà toán học Pháp vĩ đại nhất của thế kỉ XVII. Trong những đóng góp đa dạng của Fermat cho toán học thì nổi bật nhất là việc đặt nền móng cho lí thuyết số. Trong lĩnh vực này, Fermat tỏ ra có một trực giác và một khả năng suy đoán khác thường. Cảm hứng của ông có lẽ được khơi dậy bởi tác phẩm Arithmétique của Diophante thông qua bản dịch Latin của Bachet de Méziriac được công bố năm 1621. Nhiều đóng góp của ông về Lí thuyết số là những ý kiến ghi ngoài lề trong bản sao của ông về công trình của Bachet. Năm 1670, khi ông qua đời được năm năm, những ghi chép này đã được con trai của ông là Clément-Samuel thu thập lại đưa vào lần xuất bản mới cuốn Arithmétique.

Hai kết quả sau đây gắn với tên tuổi ông.

Định lí nhỏ Fermat. Nếu p là số nguyên tố và $(a, p) = 1$ thì $a^{p-1} - 1$ chia hết cho p.

Định lí lớn Fermat. Với mọi số tự nhiên $n \geq 3$, không tồn tại bộ ba số nguyên dương khác không x, y, z thỏa mãn đẳng thức $x^n + y^n = z^n$.

Ông cũng đưa ra phỏng đoán $F_n = 2^{2^n} + 1$ là số nguyên tố với mọi n là số tự nhiên. Số $F_n = 2^{2^n} + 1$ được gọi là số Fermat. Sau này Euler đã chỉ ra F_5 là hợp số chứng tỏ phỏng đoán này sai.

I. Newton (1643 - 1727). Isaac Newton sinh ở xã Woolsthorpe quận Lilcolnshire nước Anh vào ngày Thiên Chúa giáng sinh (ngày 25.12.1642 theo lịch Julius và là ngày 4.1.1643 theo lịch Gregory được sử dụng ngày nay). Cha ông vốn là một nông dân và đã mất trước khi Newton chào đời. Thủa nhỏ Newton gầy yếu sống ở nông thôn với mẹ và cha dượng, ông học ở trường làng. Năm 18 tuổi Newton mới được vào học trường Trinity College tại Cambridge. Tại đây ông đọc *Nguyên lí* của Euclide và thấy mọi vấn đề được trình bày trong đó quá hiển nhiên. Sau đó ông đọc *La géométrie* của Descartes thì thấy có cái gì đó khó hiểu. Ông còn đọc *Clavis* của Oughtred, các công trình của Kepler và Viète, *Arithmetica infinitorum* của Wallis. Từ việc đọc toán học ông chuyển sang tìm tòi nó và lúc 23 tuổi, ông chứng minh thành công công thức nhị thức tổng quát và phát minh ra phép toán vi phân. Ông còn quan tâm đến nhiều vấn đề về vật lí học, quang học và phát minh ra các nguyên lí cơ bản của lí thuyết động lực.

Do những thành kiến của giới khoa học quý tộc Anh, nhiều công trình quan trọng của ông chỉ được công bố nhiều năm sau khi tác giả khám phá ra chúng. Đó là một thiệt thòi không những cho bản thân ông mà còn cho nền toán học Anh đương thời. Tuy nhiên ông cũng được đặt vào những vị trí xứng đáng với tài năng và sự cống hiến không biết mệt mỏi. Năm 1696, ông được chỉ định làm Hiệu trưởng trường đại học Mint và năm 1699 được phong danh hiệu Master (bậc thầy) của trường đại học này. Năm 1703 ông được bầu làm Chủ tịch Hội (Khoa học) Hoàng gia (Anh) và giữ cương vị đó cho tới lúc qua đời. Năm 1705 ông được phong bá tước. Khi mất thi hài ông được mai táng tại nhà thờ Westminaster.

L. Euler (1707 - 1783). Nhà toán học Leonhard Euler sinh năm 1707 ở Basel, Thụy Sĩ là con của một mục sư. Ông tốt nghiệp và giảng dạy tại trường Đại học Basel. Năm 1727 ông được nữ hoàng Nga Ekaterina I mời làm Giáo sư đại học về toán tại Viện Hàn lâm Saint-Pétersbourg do Nga hoàng Pierre Đại đế sáng lập. Mười bốn năm sau, ông chấp nhận lời mời của vua Phổ Friedrich II đến Berlin giữ cương vị Viện sĩ trong Viện Hàn lâm Phổ. Hai mươi lăm năm sau ông quay về Viện Hàn lâm St. Pétersbourg và làm việc ở đó đến lúc qua đời vào năm 1783, thọ 76 tuổi.

Euler viết rất nhiều công trình toán học; tên tuổi ông gắn với nhiều ngành nghiên cứu toán học, nhiều kết quả sống mãi với thời gian: *Phương pháp Euler* trong giải phương trình bậc 4, *Đường thẳng Euler* và *Đường tròn chín điểm Euler* trong tam giác, *Công thức Euler* $Đ - C + M = 2$ về đa diện (trong đó *Đ, C, M* tương ứng là số đỉnh, cạnh và mặt của một đa diện lồi), *Định lý Euler* và *hàm Euler* trong Lí thuyết số, *Công thức Euler* $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ trong số phức ... Ông còn dành nhiều bài viết về giải trí toán học như các đồ thị (graphe) liên thông (được gợi ý bởi 7 chiếc cầu của Konigsberg), đường đi của quân mã trên bàn cờ. Ông cũng công bố nhiều công trình trong lĩnh vực toán học ứng dụng, đặt biệt trong lí thuyết về chuyển động của mặt trăng, bài toán ba vật thể của cơ học thiên thể, sức hút của các vật thể, thủy lực học, chế tạo tàu thuyền, pháo binh và lí thuyết âm nhạc.

C. F. Gauss (1777 - 1855). Nhà toán học vĩ đại nhất thế kỉ XIX và thường được xếp ngang hàng với Archimèdes và Isaac Newton là Carl Friedrich Gauss, một trong ba nhà toán học vĩ đại nhất mọi thời đại. Gauss là thần đồng nổi tiếng từ thời niên thiếu. Người ta kể về một câu chuyện lạ thường là năm mới lên ba tuổi ông đã khám phá ra trong việc kế toán của cha có những chỗ sai. Năm 1796, khi 19 tuổi ông đã phát triển một lí thuyết cho biết rằng: Một đa giác đều dựng được bằng thước thẳng và compa khi và chỉ khi số cạnh có dạng $2^n.F_i...F_j$, trong đó $F_n = 2^{2^n} + 1$ là số nguyên tố Fermat. Như vậy các đa giác đều có số cạnh là 17, 257 và 65537 đều có thể dựng được bằng thước thẳng và compa, điều này các nhà toán học từ thời Hy Lạp cổ đại đến thời của ông chưa giải được. Trong luận án tiến sĩ của mình viết lúc mới 20 tuổi ông đã trình bày một phép chứng minh đầu tiên và hoàn toàn thỏa đáng về *Định lí cơ bản của đại số học* (nói rằng một phương trình đa thức bậc n với hệ số phức có ít nhất một nghiệm phức).

Gauss có nhiều đóng góp trong thiên văn học, trắc địa, điện học, hình học vi phân và phương pháp bình phương tối thiểu. Năm 1821, trong một luận văn về chuỗi siêu bội, Gauss đã nghiên cứu có hệ thống lần đầu tiên về sự hội tụ của một chuỗi. Ông cũng là một trong ba nhà toán học phát hiện ra *Hình học phi Euclid,* tiếc rằng khi còn sống vì một lí do nào đó ông đã không dám công bố các kết quả của mình về lĩnh vực này.

Ông khẳng định: "Toán học là nữ hoàng của các khoa học và lí thuyết số là nữ hoàng của toán học". Bản thân Gauss được người đời sau mô tả là "một người khổng lồ của toán học, với chiều cao của mình ông đã nhìn thấy trời cao và biển thẳm". Từ năm 1807, ông giữ cương vị Giám đốc đài quan sát thiên văn và Giáo sư toán học tại Đại học Gottingen cho đến lúc qua đời.



SUY LUẬN VÀ PHÁT TRIỂN TỪ MỘT BÀI TOÁN

VƯƠNG THỊ HẢI
(GV. THCS Thái Sơn, Đô Lương, Nghệ An)

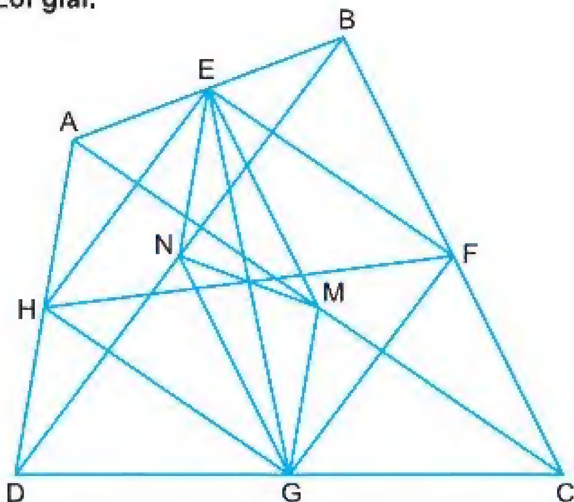
Nhiều bài toán toán khó được mở rộng từ những bài toán đơn giản. Vì vậy để học giỏi môn Toán thì không những bạn phải nắm chắc kiến thức cơ bản, biết vận dụng các bài toán cơ bản mà còn phải biết phát triển, mở rộng các bài toán đó theo các hướng khác nhau. Trong bài viết này chúng tôi sẽ mở rộng, khai thác một bài toán cơ bản trong sách giáo khoa lớp 8.

Bài toán 1. Cho tứ giác ABCD có E, F, G, H, M và N thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA, AC và BD.

a) Chứng minh EFGH là hình bình hành.

b) Chứng minh EG, FH và MN đồng quy.

Lời giải.



a) Ta có EH, FG thứ tự là đường trung bình của ΔABD và ΔBDC nên

$EH // BD, EH = \frac{BD}{2}; FG // BD, FG = \frac{BD}{2}$

$\Rightarrow EH // FG, EH = FG.$

Vậy tứ giác EFGH là hình bình hành.

b) Ta có EM, NG thứ tự là đường trung bình của ΔABC và ΔBDC nên

$EM // BC, EM = \frac{BC}{2}; NG // BC, NG = \frac{BC}{2}$

$\Rightarrow EM // NG, EM = NG.$

Do đó tứ giác EMGN là hình bình hành.

Suy ra EG và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Mặt khác EFGH là hình bình hành nên EG và FH cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Vậy EG, HF và MN đồng quy.

Nhận xét. Ở bài toán 1 các tứ giác EFGH và EMGN là hình bình hành. Câu hỏi xuất hiện là tứ giác ABCD cần có điều kiện gì để các tứ giác trên là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông? Ta có bài toán sau.

Bài toán 2. Cho tứ giác ABCD có E, F, G, H, M và N thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA, AC và BD.

a) Tứ giác ABCD cần có điều kiện gì để EFGH là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông?

b) Tứ giác ABCD cần có điều kiện gì để EMGN là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông?

Lời giải. Xem hình vẽ bài toán 1.

a) Ta có EF là đường trung bình của ΔABC nên $EF // AC, EF = \frac{AC}{2}.$

Để EFGH là hình chữ nhật thì $EH \perp EF$, mà $EF // AC$ và $EH // BD$ nên phải có $AC \perp BD$.

Để hình bình hành EFGH là hình thoi thì EH = EF, mà 2EH = BD và 2EF = AC nên phải có AC = BD.

Từ đó để hình bình hành EFGH là hình vuông thì phải có $AC \perp BD$, AC = BD.

b) Ta có EN là đường trung bình của ΔABD nên $EN // AD, EN = \frac{AD}{2}.$

Để hình bình hành EMGN là hình chữ nhật thì

EN ⊥ EM, mà EN // AD và EM // BC nên phải có AD ⊥ BC.

Từ đó để hình bình hành EMGN là hình thoi thì EN = EM, mà 2EN = AD và 2EM = BC nên phải có AD = BC.

Từ đó để hình bình hành EFGH là hình vuông thì phải có AD ⊥ BC, AD = BC.

Nhận xét. Từ bài toán 1 nếu ta thay giả thiết như sau: E, F, G, H thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA nhưng không là trung điểm mà vẫn thỏa mãn EH // BD // FG và EH = FG thì các giả thiết của bài toán 1 cần thay đổi như thế nào?

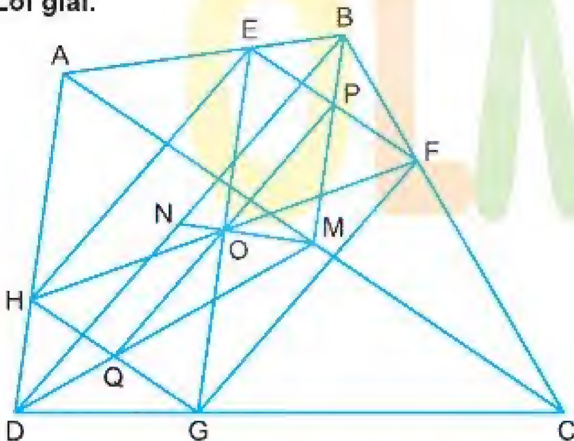
Ta có bài toán sau.

Bài toán 2. Cho tứ giác ABCD, trên các cạnh AB, BC, CD, DA theo thứ tự lấy các điểm E, F, G, H sao cho $\frac{AE}{AB} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = \frac{AH}{AD} = \frac{2}{3}$. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của AC và BD.

a) Chứng minh rằng EFGH là hình bình hành.

b) Chứng minh EG, FH và MN đồng quy.

Lời giải.



a) Xét tam giác ABD có $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$, theo định lí Thales đảo thì HE // BD. (1)

Xét tam giác CBD có $\frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD}$, theo định lí Thales đảo thì GF // BD. (2)

Từ (1), (2) suy ra EH // FG.

Theo hệ quả của định lí Thales thì

$\frac{EH}{BD} = \frac{AE}{AB} = \frac{2}{3} = \frac{CF}{CB} = \frac{FG}{BD} \Rightarrow EH = FG.$

Vậy tứ giác EFGH là hình bình hành.

b) Ta có EFGH là hình bình hành nên EG, HF cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường.

Gọi P, Q thứ tự là giao điểm của BM và EF, của DM và HG.

Do EF // AC nên theo hệ quả của định lí Thales ta có $\frac{EP}{AM} = \frac{BP}{BM} = \frac{PF}{MC}$.

Mà AM = MC nên EP = PF.

Tương tự QH = QG.

Vì O là tâm đối xứng của hình bình hành EFGH nên O là trung điểm của PQ.

Vì PQ // BD và NB = ND nên làm tương tự như trên ta được MN đi qua trung điểm O của PQ, tức là N, O, M thẳng.

Vậy EG, HF và MN đồng quy tại O.

Bài tập vận dụng

Bài toán. Cho tứ giác ABCD có diện tích S. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA theo thứ tự lấy các điểm E, F, G, H sao cho $\frac{AE}{AB} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = \frac{AH}{AD} = t$ (t > 0). Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AC, BD. Gọi O là giao điểm của EG và FH.

a) Chứng minh tứ giác EFGH là hình bình hành.

b) Tính diện tích tứ giác EFGH theo S.

c) Tìm t để diện tích tứ giác EFGH lớn nhất.

d) Chứng minh rằng 3 điểm M, O, N thẳng hàng.

e) Tìm t để $S_{EFGH} = \frac{2}{5}S_{ABCD}$.





Kì 25



Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

SINK × THEM = DEEPDEEP

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Sưu tầm)*

Kết quả KÌ 24 (TTT2 số 161+162)

$$\begin{array}{r} ONE \\ +\ ONE \\ \hline TWO \end{array} \qquad \begin{array}{r} FOUR \\ +\ ONE \\ \hline FIVE \end{array}$$

* Với R < 10 thì R + E = E nên R = 0.
Ta có I = 2.O khi U + N = V (1a) hoặc I = 2.O + 1 khi U + N = 10 + V (1b).
Từ 2.O = T (2a) hoặc 2.O + 1 = T (2b), suy ra $0 < O \le 4$.
Từ 2E = O (3a) hoặc 2E = 10 + O (3b), suy ra O chẵn, do đó O = 2 hoặc O = 4.
Chú ý rằng không đồng thời xảy ra (1a) và (2a), cũng như (1b) và (2b).
Xét 2 trường hợp sau:

● TH1. Với O = 4, có (1a) thì xảy ra (2b) nên I = 2.O = 8 và T = 2.O + 1 = 9, hoặc có (1b) thì xảy ra (2a) nên I = 2.O + 1 = 9 và T = 2.O = 8.
Từ (3a) có E = 2 hoặc từ (3b) có E = 7.
a) Xét I = 8 và T = 9 khi có (1a) và (2b).
* Với E = 2 và có (2b) thì 2N = 10 + W nên $N \ge 7$ (vì W chẵn, khác 2), do có (1a) thì $V = U + N \ge U + 7$ mà $V \le 7$ (loại).
* Với E = 7 và có (2b) thì 2N + 1 = 10 + W, nên $N \ge 5$, do có (1a) thì $V = U + N \ge U + 5$ mà $V \le 6$, do đó V = 6, N = 5, U = 1 = W (loại).
b) Xét I = 9 và T = 8 khi có (1b) và (2a).
* Với E = 2 và có (2a) thì 2N = W chẵn nên chỉ xảy ra W = 6 và N = 3.
Do có (1b) thì $10 + V = U + N \le 7 + 3 = 10$ (loại).
* Với E = 7 và có (2a) thì $2N + 1 = W \le 6$, nên $N \le 2$, do có (1b) thì $10 + V = U + N \le 6 + 2 = 8$ (loại).

● TH2. Với O = 2, có (1a) thì xảy ra (2b) nên I = 4 và T = 5, hoặc có (1b) thì xảy ra (2a) nên I = 5 và T = 4.
Từ (3a) có E = 1 hoặc từ (3b) có E = 6.
a) Xét I = 4 và T = 5 khi có (1a) và (2b).
* Với E = 1 và có (2b) thì 2N = 10 + W.
Do W chẵn và $W \ge 6$ thì $N \ge 8$, do có (1a) thì $V = U + N \ge U + 8$ nên U = 1 = E (loại).
* Với E = 6 và có (2b) thì 2N + 1 = 10 + W nên $N \ge 8$ (nếu N = 7 thì W = 5 = T), do có (1a) thì $V = U + N \ge U + 8$ nên U = 1, V = 9, N = 8 và W = 7, còn F = 3 (thỏa mãn).
b) Xét I = 5 và T = 4 khi có (1b) và (2a).
Với E = 1 và có (2a) thì 2N = W chẵn, chỉ xảy ra N = 3, W = 6, do có (1b) thì 10 + V = U + N = U + 3, hay là V + 7 = U.
Mà $U \ge 3$ vì E = 1, O = 2 (loại).
* Với E = 6 và có (2a) thì 2N + 1 = W.
+ Nếu N = 1 thì W = 3, do có (1b) thì 10 + V = U + N = U + 1, hay là V + 9 = U (loại).
+ Nếu N = 3 thì W = 7, do có (1b) thì 10 + V = U + N = U + 3, hay là 7 + V = U nên U = 8, V = 1, còn F = 9 (thỏa mãn).
Bài toán có 2 nghiệm như sau:
286 + 286 = 572, 3210 + 286 = 3496;
236 + 236 = 472, 9280 + 236 = 9516.



Nhận xét. Một số bạn không chú ý rằng trong 2 phép toán ở đề bài các chữ số giống nhau thì biểu diễn cùng một số, do đó cho các đáp số khác với 2 nghiệm trên. Các bạn giải đúng được thưởng kì này là: *Trương Văn Quốc*, 8C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Bùi Xuân Dưỡng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Đức Thái*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc.**

ĐAN QUỲNH



THUÊ Ô TÔ

VŨ MULBERRY

Một số người chọn thuê ô tô khi đi chơi hay làm việc khi phải đi xa. Tiền thuê thường gồm tiền trả theo ngày thuê và theo kilomet (hoặc dặm) đã đi. Thường là thêm một khoản đặt cọc.

Ví dụ 1. Một xe ô tô cho thuê với giá $42.50 một ngày cùng với $0.45 mỗi dặm đường đã đi. Mari thuê xe 3 ngày và quãng đường đi là 270 dặm. Tìm số tiền Mari phải trả, chưa tính tiền đặt cọc.

Lời giải.

Số tiền thuê 3 ngày	3 × $42.50 = $127.50
Số tiền trả theo quãng đường	270 × $0.45 = $121.50
Tổng số tiền phải trả	127.50 + 121.50 = $249.00

(Bạn hãy đổi kết quả trên ra tiền đồng của Việt Nam (VND) để hình dung rõ hơn về giá cả. Tỉ giá là $1 = 22300 VND)

Ví dụ 2. Bạn sang nước ngoài và thuê xe. Bạn hãy tính tổng số tiền cho hai hành trình sau:

	Cost per Day	Number of Days	Cost per Mile	Number of Miles	Rental Cost
1)	$49.25	5	$0.50	325	
2)	$38.75	7	$0.45	435	

Ví dụ 3. Moris thuê xe của công ti du lịch. Giá thuê theo ngày là $47.85 mỗi ngày và $0.35 cho mỗi dặm. Moris đã đi 5 ngày và chặng đường 200 dặm. Hãng giảm giá cho 15% của tổng số tiền. Hỏi Moris phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến đi?

Lời giải.

Số tiền trả thuê theo ngày	5 × $47.85 = $239.25
Số tiền trả theo quãng đường	200 × $0.35 = $70
Tổng số tiền chưa giảm giá	239.25 + 70 = $309.25
Sau giảm giá, số tiền phải trả là	0.85 × 309.25 = $262.86

Ví dụ 4. Bạn đang ở nước ngoài và thuê xe. Bạn hãy tính số tiền cho hai hành trình sau:

	Cost per Day	Number of Days	Cost per Mile	Number of Miles	Discount	Rental Cost
1)	$38.50	5	$0.36	380	100 free miles	
2)	$44.75	7	$0.45	270	17%	

Bài dành cho bạn. Bạn hãy hoàn thành *Ví dụ 2* và *Ví dụ 4* rồi gửi kết quả về tòa soạn. Bài làm đúng, gửi sớm có quà tặng.

CUỘC THI SÁNG TÁC CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔN TOÁN CỦA HỌC SINH BẬC THCS

LỚP 8
MÃ: PTNL001

Câu 1. Cho ví dụ một phân thức mà sau khi rút gọn thì số hạng tử của mẫu nhiều hơn số hạng tử của mẫu của phân thức ban đầu.

Câu 2. Khi thực hiện phép trừ hai phân thức có mẫu khác nhau, có khi nào không cần rút gọn một phân thức (có thể rút gọn được) trước khi quy đồng không? Cho ví dụ.

Câu 3. Tứ giác ABCD có $\widehat{BAD} = \widehat{ADC}$, $\widehat{ABC} = \widehat{BCD}$. Hãy so sánh $\widehat{CAD}$ và $\widehat{CBD}$.

Câu 4. Tứ giác ABCD là hình gì nếu AC cắt BD tại O thỏa mãn $S_{AOB} = S_{COD}$ và $S_{AOD} = S_{BOC}$.

Câu 5. Phân tích thành nhân tử $\sqrt{64} - \sqrt{7} + \sqrt{15}$.

Câu 6. Tìm số nguyên x để $A = \dfrac{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}{x^3 + 3x^2 - 3x + 4}$ là số nguyên.

Câu 7. Giải phương trình

$$\frac{1}{x^2 + 6x + 5} + \frac{1}{x^2 + 14x + 45} + \frac{1}{x^2 + 22x + 117} = \frac{3}{3x - 5}.$$

Câu 8. Cho tam giác nhọn ABC, hai đường cao BH và CK. Chứng minh rằng $BC^4 \le (AB^2 + AC^2)(BK^2 + CH^2)$.

Câu 9. Cho tam giác nhọn ABC có H là trực tâm. Chứng minh rằng nếu $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{HC}{HB}$ thì ΔABC cân.

Câu 10. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{ABC} = 90^o$ và AB = AD. Kẻ BH ⊥ AC tại H. Chứng minh rằng DH.HB.BC.CA = HC.CD.DA.AB.



LỚP 9
MÃ: PTNL001

Câu 1. Cho (d): y = ax + b và (d'): y = a'x + b'. Tìm điều kiện của a, a', b, b' để d và d' vuông góc với nhau tại một điểm trên trục hoành.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = (-m^2 + 5m - 7)x^2$. Hãy so sánh $f(4 - 2\sqrt{5})$ và $f(7 - 3\sqrt{6})$.

Câu 3. ΔABC nội tiếp đường tròn (O) có AB = 26 cm, BC = 24 cm, CA = 10 cm. Tính tổng khoảng cách từ tâm O đến 3 cạnh của ΔABC.

Câu 4. Hình thang ABCD vuông tại A và D có AB = 3 cm, AD = 8 cm, $CD = \dfrac{16}{3}$ cm. Hỏi BC có là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AD không?

Câu 5. Giải phương trình $x^2 + 6x - 30 = 14\sqrt{2x - 3}$.

Câu 6. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$ và $(x_1^2 + x_2^2)(x_1^3 + x_2^3) = 925$.

Câu 7. Cho (d): y = −mx + m và (d'): $y = \dfrac{x}{m} + \dfrac{3}{m}$ ($m \ne 0$). Chứng minh rằng giao điểm của d và d' luôn nằm trên một đường cố định, với mọi $m \ne 0$.

Câu 8. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Kẻ HM ⊥ AB tại M và HN ⊥ AC tại N. Chứng minh rằng $HN\sqrt{CH} + HM\sqrt{BH} = AH\sqrt{BC}$.

Câu 9. Cho ΔABC có $\widehat{ACB} = 135^o$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $\widehat{BCD} = 90^o$. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{AD^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{2}{AC^2}$.

Câu 10. Cho hình thang ABCD vuông tại A và B. Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh rằng: đường thẳng qua A vuông góc với MD, đường thẳng qua B vuông góc với MC và đường thẳng qua M vuông góc với CD thì đồng quy.

DANH SÁCH CÁC CÁ NHÂN ĐOẠT GIẢI CUỘC THI VUI CHÀO HÈ 2016 BẬC THCS

* **Giải Nhất:** *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.
* **Giải Nhì:** *Vũ Minh Khải*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đàm Ngọc Hiếu*, 8H, THCS Trần Hưng Đạo, Đông Hòa, **Phú Yên**.
* **Giải Ba:** *Cao Ngọc Toản*, GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, **Thừa Thiên - Huế**; *Nguyễn Đăng Vũ*, 8A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh.**
* **Giải Khuyến khích:** *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Hải Phong*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An.**

Kết quả CUỘC THI VUI CHÀO HÈ 2016

(Đề đăng trên TTT2 số 159+160 và 161+162)

Bài 1. Kí hiệu $a = 23$, hoặc $b = 32$. Ta cần lập các số dạng $\overline{cdegh}$ gồm 6 chữ số, trong đó có a và 4 chữ số trong tập các chữ số S = {0, 1, 4, 5, 6}.
Chữ số c khác 0 nên có 5 cách chọn (từ a và 1, 4, 5, 6), chữ số d có 5 cách chọn (từ a và 0, 1, 4, 5, 6 không kể c), chữ số e có 4 cách chọn (từ a và 0, 1, 4, 5, 6 không kể c, d), chữ số g có 3 cách chọn (từ a và 0, 1, 4, 5, 6 không kể c, d, e), chữ số h có 2 cách chọn (từ a và 0, 1, 4, 5, 6 không kể c, d, e, g).
Như thế có 5!.5 cách chọn có a. Nếu thay a bởi b thì có 5!.5 cách chọn có b.
Vậy tổng số có 5!.10 = 1200 số.

Bài 2. Chú chuột đi theo đường ngắn nhất nên chỉ có thể đi từ trái sang phải, hoặc từ trên xuống dưới theo đường lưới.
Số đường đi như thế từ điểm A đến điểm X bằng tổng của số ở bên trái và số ở phía trên của X và được ghi trên sơ đồ tại phía dưới bên phải điểm X như dưới đây.

A

	1	1	1	1	1	1		
1	2	3	4	5	6	7	7	
1	3	6	10	15	21	28	35	35
1	4	10	20	35	56	84	119	154
1	5	15	35	70	126	210	329	483
	5	20	55	125	251	461	790	1273
		20	75	200	451	912	1702	B 2975

Bài 3. Đánh số các ô như hình dưới đây.

1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b
5a	6b	7a	8b	9a	10b	11a
5b	6a	7b	8a	9b	10a	11b
12a	13b	14a	15b	16a	17b	18a
12b	13a	14b	15a	16b	17a	18b

Cách đi để Hà thắng Nam như sau. Hà đi trước, đánh dấu x vào ô (1b) phía trên bên trái. Chú ý rằng kề với mỗi ô (b) chỉ là ô (a) nên Nam chỉ được đánh dấu vào ô (a), nếu Nam đánh dấu vào ô (ka) với số k nào đó từ 2 đến 18 thì Hà luôn đánh dấu được vào ô (kb) kề với ô (ka), như thế Hà là người đánh dấu cuối cùng nên thắng cuộc.

Bài 4. Kí hiệu các số ghi tại các ô tròn như ở hình có ba đa giác 7 cạnh dưới đây.
Để dễ tính toán ta giảm đi 86 ở mỗi số cần ghi và chuyển về bài toán điền 21 số nguyên liên tiếp từ 0 đến 20 vào các ô tròn với tổng các số là 0 + 1 + 2 + ... + 20 = 210. Tổng ba số trên mỗi nửa đường thẳng $A_i + B_i + C_i = 210 : 7 = 30$, tổng 7 số theo mỗi hàng $A_1 + A_2 + ... + A_7 = B_1 + B_2 + ... + B_7 = C_1 + C_2 + ... + C_7$ là 210 : 3 = 70.
Theo giả thiết có bảng sau, trong đó ba số ghi trên mỗi nửa đường thẳng ghi theo cột, bảy số trên mỗi đa giác ghi theo hàng ngang.

	1(30)	2(30)	3(30)	4(30)	5(30)	6(30)	7(30)
A(70)	0				7		
B(70)			13	20		3	
C(70)		17					10

Từ đó ở cột 1 là $B_1 + C_1 = 30 - 0 = 30$.

Tương tự ở cột 2 là $A_2 + B_2 = 30 - 17 = 13$.

Ở cột 3 là $A_3 + C_3 = 30 - 13 = 17$.

Ở cột 4 là $A_4 + C_4 = 30 - 20 = 10$.

Ở cột 5 là $B_5 + C_5 = 30 - 7 = 23$.

Ở cột 6 là $A_6 + C_6 = 30 - 3 = 27$.

Ở cột 7 là $A_7 + B_7 = 30 - 10 = 20$.

Mặt khác ở hàng A có

$A_2 + A_3 + A_4 + A_6 + A_7 = 70 - 7 = 63$.

Ở hàng B có

$B_1 + B_2 + B_5 + B_7 = 70 - (13 + 20 + 3) = 34$.

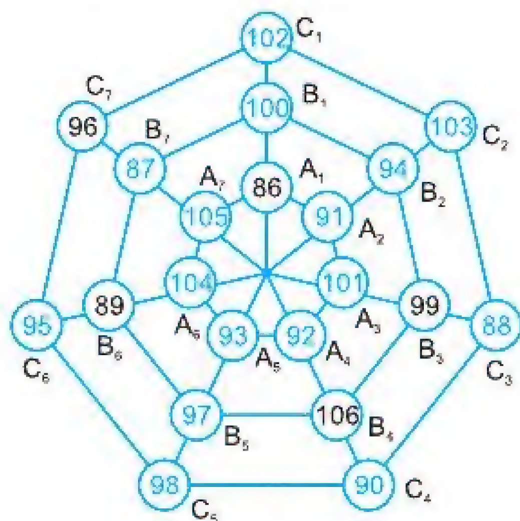
Ở hàng C có

$C_1 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 = 70 - (17 + 10) = 43$.

Điền các số vào bảng sao cho số ở các ô đều khác nhau ta được kết quả sau

	1(30)	2(30)	3(30)	4(30)	5(30)	6(30)	7(30)
A(70)	0	5	15	6	7	18	19
B(70)	14	8	13	20	11	3	1
C(70)	16	17	2	4	12	9	10

Cộng thêm 86 vào mỗi số trong bảng trên ta điền được các số vào hình các đa giác 7 cạnh như sau.



Bài 5. Đặt số ở các mặt ABCD, ABNM, ADQM, PNBC, PQMN, PQDC tương ứng là x, y, z, t, u, v. Theo giả thiết có $x + y + z = 4$ (1) ở đỉnh A, $x + y + t = 5$ (2) ở đỉnh B, $t + u + v = 6$ (3) ở đỉnh P.

Tổng các số ở 6 đỉnh bằng tổng các số ở đỉnh A và đỉnh P nên bằng 10.

a) Tổng ba số ở đỉnh Q bằng tổng các số ở 6 đỉnh trừ đi tổng ba số ở đỉnh B nên bằng $10 - 5 = 5$.

b) Do $4 = 1 + 1 + 2$ nên từ (1) chỉ có thể xảy ra các trường hợp sau đây.

● TH1. $x = y = 1$ và $z = 2$ thì $t = 3$ theo (2), lúc đó $u + v = 3$ theo (3) nên có 2 cách điền số là (u, v) bằng (1, 2), hoặc là (2, 1).

● TH2. $x = z = 1$ và $y = 2$ thì $t = 2$ theo (2), lúc đó $u + v = 4$ theo (3) nên có 3 cách điền số là (u, v) bằng (1, 3), hoặc là (3, 1), hoặc là (2, 2).

● TH3. $y = z = 1$ và $x = 2$ thì $t = 2$ theo (2), lúc đó $u + v = 4$ theo (3) nên có 3 cách điền số là (u, v) bằng (1, 3), hoặc là (3, 1), hoặc là (2, 2).

Vậy tất cả có 8 cách điền các số vào các mặt của hình lập phương.

Bài 6. Xét số gồm 6 chữ số khác nhau và khác 0 là $n = \overline{abcdeg}$.

Theo giả thiết có $a + b + c + 1 = d + e + g$.

Đặt $a + b + c = m$ thì tổng 6 chữ số bằng $2m + 1$, là số lẻ.

Do đó trong 6 chữ số có thể có 1, hoặc 3, hoặc 5 chữ số lẻ.

Xảy ra 3 trường hợp sau đây.

● TH1. Giả sử $a + b + c + d + e + g = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ thì $m = 10$ và $m + 1 = 11$.

Ta phân tích $m = 10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 3 + 5$ được 3 tổng 3 chữ số.

Với mỗi tổng 3 chữ số, chẳng hạn $1 + 3 + 6$ có 6 cách viết là $1 + 3 + 6$, $1 + 6 + 3$, $3 + 1 + 6$, $3 + 6 + 1$, $6 + 1 + 3$, $6 + 3 + 1$, với tổng 3 chữ số còn lại là $2 + 4 + 5$ cũng có 6 cách viết nên có $6.6 = 36$ cách viết số có 6 chữ số.

Từ đó với 3 tổng có $m = 10$ thì có tất cả là $3.36 = 108$ cách viết.

Kết quả tương tự với số gồm 6 chữ số liên tiếp như (2, 3, 4, 5, 6, 7) có $2m + 1 = 27$, (3, 4, 5, 6, 7, 8) có $2m + 1 = 33$, (4, 5, 6, 7, 8, 9) có $2m + 1 = 39$.

● TH2. Giả sử $a + b + c + d + e + g = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 = 23$ thì $m = 11$ và $m + 1 = 12$. Phân tích $m = 11 = 1 + 2 + 8 = 2 + 4 + 5$ chỉ được 2 tổng 3 chữ số.

Tương tự với mỗi tổng 3 chữ số có 6 cách viết, với tổng 3 chữ số còn lại cũng có 6 cách viết nên có $6.6 = 36$ cách viết số có 6 chữ số.

Từ đó với 2 tổng có $m = 11$ thì có tất cả là $2.36 = 72$ cách viết.

Kết quả tương tự với số gồm 6 chữ số như (1, 2, 3, 4, 6, 7) có $2m + 1 = 23$, (1, 2, 3, 5, 6, 8) có $2m + 1 = 25$, (1, 3, 5, 6, 7, 9) có $2m + 1 = 31$, ...

● TH3. Giả sử $a + b + c + d + e + g = 1 + 2 + 3 + 6 + 7 + 8 = 27$ thì $m = 13$ và $m + 1 = 14$.

Phân tích m = 13 = 2 + 3 + 8 chỉ được 1 tổng 3 chữ số.
Tương tự với mỗi tổng 3 chữ số có 6 cách viết, với tổng 3 chữ số còn lại cũng có 6 cách viết nên có 6.6 = 36 cách viết số có 6 chữ số.
Từ đó có tất cả là 36 cách viết.
Kết quả tương tự với số gồm 6 chữ số như (1, 2, 3, 6, 8, 9) có 2m + 1 = 29, (1, 2, 4, 7, 8, 9) có 2m + 1 = 31, (2, 3, 4, 7, 8, 9) có 2m + 1 = 33.
Vậy số cách viết các số gồm 6 chữ số khác nhau và khác 0 có thể là 36 cách, 72 cách hoặc 108 cách.
Nếu xét chữ số 0 thì còn loại bỏ trường hợp chữ số đầu trái khác 0 nên số cách viết sẽ ít hơn.

Bài 7. Gọi chiều cao của 15 cây dừa theo thứ tự là $a_1, a_2, \ldots, a_{14}, a_{15}$.
Theo giả thiết có $|a_1 - a_2| = |a_2 - a_3| = \ldots = |a_{14} - a_{15}| = |a_{15} - a_1| = k \geq 0$.
Từ đó $a_i - a_{i+1} = ke_i$, và $a_{15} - a_1 = ke_{15}$ với e_i bằng 1 hoặc –1 (i = 1, 2,..., 15).
Cộng theo vế 15 đẳng thức trên được
$k(e_1 + e_2 + \ldots + e_{15}) = 0$.
Mà $e_1 + e_2 + \ldots + e_{15}$ khác 0 (vì tổng 15 số 1 và –1 là số lẻ), suy ra k = 0.
Do đó $a_1 - a_2 = a_2 - a_3 = \ldots = a_{14} - a_{15} = a_{15} - a_1 = 0$.
Suy ra điều phải chứng minh.



Bài 8. Ta gọi là bạn Việt được thưởng m điểm nếu câu m đúng.
Giả sử trong 20 câu trên bảng có a câu khẳng định sai với $1 \leq a \leq 19$.
Xét các phiếu theo thứ tự mà ban tổ chức đưa cho bạn Việt thì từ phiếu số 1 đến phiếu số a có nội dung đúng, còn từ phiếu a + 1 đến phiếu 20 (gồm 20 – a phiếu) có nội dung sai. Để nhận được tiền thưởng nhiều nhất thì bạn Việt cần chuyển các phiếu số 1, 2, 3, ... , a, a + 1, ... , 19, 20 trở thành các phiếu theo thứ tự là 20, 19, ... , a + 1, a, ... , 3, 2, 1 thì tất cả a phiếu nội dung đúng từ phiếu số 1 đến phiếu số a được thưởng với số điểm nhiều nhất từ 20 điểm, 19 điểm, ... lần lượt đến hết a phiếu. Tổng số điểm bạn Việt có được là
$20 + 19 + 18 + \ldots + (21 - a)$
$= \dfrac{(20 + 21 - a).a}{2} = \dfrac{a(41 - a)}{2}$.
Tổng số tiền bạn Việt nhận được là
$\dfrac{a(41 - a)}{2}.200000 = 100000.a(41 - a)$ đồng.

Bài 9. Số đoạn ống đèn tuýp trong các hình H, E, dấu huyền, 2, 0, 1, 6 tương ứng là S_0 = (5, 5, 1, 5, 6, 2, 6) và cũng là số đoạn ống đèn tuýp không sáng lúc đầu.
Gọi số đoạn ống đèn tuýp không sáng tại thời điểm t không thao tác bật đèn là S_t = (a, b, c, d, e, f, g).
Tại thời điểm kết thúc mọi đèn đều sáng thì S_k = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0).
Nếu chọn hình H và tại thời điểm t + 1 bật p đèn sáng với $1 \leq p \leq a$ thì S_{t+1} = (a – p, b, c, d, e, f, g).
Nếu chọn hai hình H, E và tại thời điểm t + 1 bật p đèn sáng với $1 \leq p \leq a$, $1 \leq p \leq b$ thì S_{t+1} = (a – p, b – p, c, d, e, f, g).
Nhận xét. Xét thời điểm có cặp số bằng nhau (n, n), nếu một người chơi A bật p đèn với $1 \leq p \leq n$ chuyển về cặp số (n – p, n) thì người chơi B cần bật p đèn ở hình thứ hai để chuyển về cặp số nhỏ hơn bằng nhau (n – p, n – p), ... Cứ như thế cuối cùng người chơi B sẽ chuyển về cặp số (0, 0) và thắng cuộc.
Với nhận xét trên, ta có thể bỏ qua các cặp số bằng nhau (5, 5, 6, 6) trong S_0, tức là chỉ cần xét bộ ba số R_0 = (1, 5, 2).
Chiến thuật để người B đi trước có thể thắng cuộc là bật 2 đèn sáng ở hình giữa (số 2) có 5 đèn chưa sáng để chuyển về R_1 = (1, 3, 2). Đến đây, nếu A chuyển đến bộ ba số R_2 nào đó thì B luôn chuyển về bộ ba số dạng R_3 = (0, 2, 2), hoặc R_3 = (1, 0, 1), hoặc R_3 = (1, 1, 0) và sẽ thắng cuộc theo nhận xét trên. Tuy nhiên, nếu B không đưa về một trong 3 dạng đó thì không chắc thắng.

Bài 10. Đáp án như sau

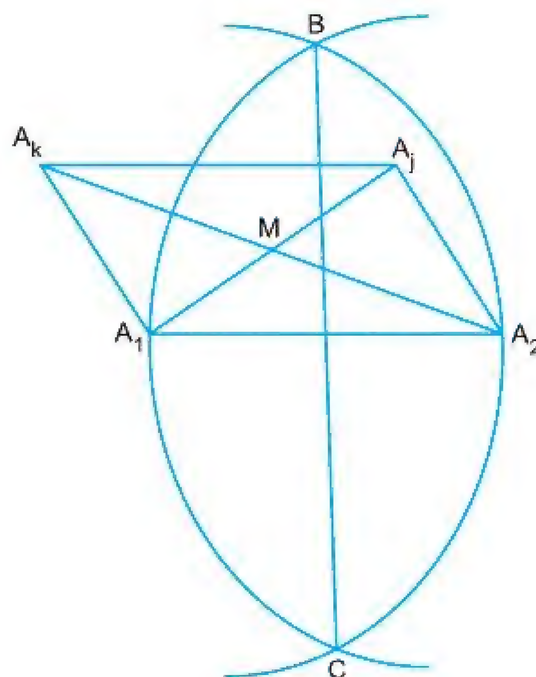
	2	0	1	6		2016
1			6	0	2	603
2	0	1			6	207
0		6	2	1		621
	6	2	0		1	621
6	1			2	0	81
126	63	162	36	63	36	

NGUYỄN VIỆT HẢI

Kết quả SỐ ĐIỂM ... (Tiếp theo trang 41)

Vậy các trung điểm của 2015 đoạn thẳng A_1A_j với j bằng 2, 3, ... , 2016 và các trung điểm của 2014 đoạn thẳng A_2A_k với k bằng 3, 4, ... , 2016 là khác nhau, do đó có ít nhất 4029 trung điểm khác nhau. Một cách vẽ 2016 điểm chỉ có 4029 trung điểm khác nhau (bạn đọc tự kiểm tra) như sau. Trên một đoạn thẳng A_1A_2 lấy 2016 điểm $A_1, A_3, A_4, \dots, A_{2015}, A_{2016}, A_2$ theo thứ tự cách đều nhau, tức là $A_1A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = \dots = A_{2015}A_{2016} = A_{2016}A_2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của T bằng 4029.





Nhận xét. Tất cả các bạn gửi bài giải đã tính được giá trị lớn nhất của T nhưng chưa chỉ ra cách vẽ hình. Chỉ có bạn *Trương Thị Thu Lan*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh,** chỉ ra được cách dựng 2016 điểm sao cho chỉ có 4029 trung điểm khác nhau, tuy nhiên chưa chứng minh được đó là giá trị nhỏ nhất của T. Bạn Lan là người được thưởng kì này.

ANH COMPA

Kết quả UNIT 20.

GAS LAW AND PARTICLES OF MATTER THEORY SECTION (TTT2 số 161+162)

Câu 1. Một khối lượng khí nhất định chiếm 9.0 lít không khí ở nhiệt độ 300 K và áp suất 1.2 atm. Thể tích được giảm xuống còn 5 lít bằng cách tăng áp suất lên 2.3 atm.

a) Giả sử rằng khí đó ở dạng khí lí tưởng, tính nhiệt độ của khí đó sau khi giảm thể tích.

b) Chỉ ra lí do tại sao nhiệt độ thực có thể khác so với nhiệt độ tính được.

Câu 2. Sử dụng lí thuyết phân tử, giải thích ngắn gọn tại sao:

a) Chất lỏng bay hơi nhanh hơn khi có gió lùa.

b) Sự bay hơi nhanh của chất lỏng làm mát chất lỏng đó.



Nhận xét. Các bạn có bài dịch tốt và được nhận quà kì này là: *Vũ Trung Tiến*, 8A2, THCS Trưng Vương, Mê Linh; *Phan Anh Khánh*, 9A2, THCS Giảng Võ, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thu Trang*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thùy Mai*, 8E1; *Lê Tất Hoan*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

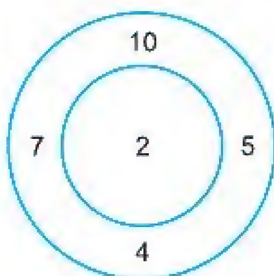
MAI MY

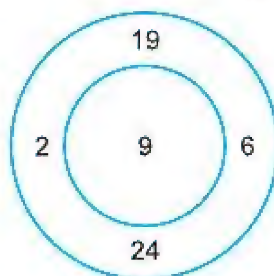


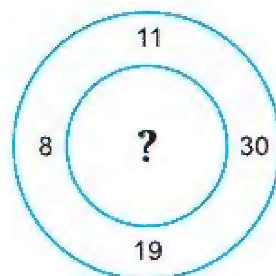


Kì này ĐIỀN SỐ

Bài 1. Điền số thích hợp vào chỗ trống sao cho hợp lôgic.









Bài 2. Điền số thích hợp vào chỗ trống sao cho hợp lôgic.

0	8	4	16	16	?
4	1	12	9	20	?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ NÀO? (TTT2 số 161+162)

Nhận xét. Quy luật của hai bài kì này tương đối khó, hầu hết các bạn tìm đúng kết quả nhưng chưa nêu rõ quy luật của các số.

Quy luật.

Bài 1. Mỗi số của dãy là số chính phương lớn nhất có số chữ số bằng số thứ tự của nó trong dãy. Do vậy số tiếp theo (số thứ năm) là số chính phương lớn nhất có 5 chữ số, đó là số **99856** (= 316^2).

Bài 2. Mỗi số ở hàng trên nằm chính giữa hai số ở hàng dưới, nó bằng tích hai số đó ở hàng dưới cộng với 3.

Theo quy luật đó thì $x = (-7) \times 11 + 3 = (-74)$; $y = (-74) \times (-8) + 3 = 595$.



Xin trao thưởng cho các bạn nêu rõ quy luật của cả hai bài: *Nguyễn Huy Quý*, 9A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thanh Sơn*, 6A3, *Vũ Linh Chi*, 9A3, *Bùi Trọng Vinh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Hà Đình Tâm*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Phùng Thị Thùy Dung, Đàm Quang Anh, Hoàng Thị Ngọc Diệp*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Tiến Đạt*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Quỳnh Anh*, 9A1, THCS Thị trấn Quán Hành, Nghi Lộc; *Nguyễn Công Khanh*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH





Kì này BẠN CÓ Ý KIẾN GÌ KHÁC?

Bài toán. Cho biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{x-1}.$$

Tìm các giá trị của x để biểu thức P có giá trị nguyên.



Một học sinh đã giải như sau:

ĐKXĐ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Ta có $P = \frac{\sqrt{x}-1+2(\sqrt{x}+1)-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$

$= \frac{3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{3}{\sqrt{x}+1}$.

Để P có giá trị nguyên thì

$(\sqrt{x}+1) \in \{-3; -1; 1; 3\}$.

Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt{x}+1 \geq 1$.

Do đó $\left[\begin{array}{l} \sqrt{x}+1=1 \\ \sqrt{x}+1=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy x = 0; x = 4 thỏa mãn bài toán.

Các bạn có ý kiến gì khác không ?

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Kết quả LỜI GIẢI ĐÃ ĐÚNG CHƯA? (TTT2 số 161+162)

Lời giải đã đăng chưa ổn vì chia hai bất đẳng thức cùng chiều thì không thể được một bất đẳng thức! Một lời giải đúng như sau:

Sử dụng giả thiết $x^2 + y^2 = 4$, ta có

$2xy = (x+y)^2 - (x^2+y^2) = (x+y)^2 - 4$

$= (x+y-2)(x+y+2)$.

Với $x + y + 2$ khác 0 và $(x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2)$ thì

$A = \frac{xy}{x+y+2} = \frac{x+y-2}{2}$

$\leq \frac{1}{2}(\sqrt{2(x^2+y^2)} - 2)$

$= \frac{1}{2}(\sqrt{2.4} - 2) = \sqrt{2} - 1$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = y = \sqrt{2}$.

Vậy Max$A = \sqrt{2} - 1$ khi $x = y = \sqrt{2}$.





Nhận xét. Nhiều bạn chỉ ra được chỗ sai của lời giải đã đăng báo, nhưng chỉ có bạn *Trần Quang Tài*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh** đưa ra lời giải đúng.

ANH KÍNH LÚP

KINH NGHIỆM GIẢNG DẠY CÁC BÀI TOÁN QUỸ TÍCH

NGUYỄN THỊ BÍNH
(707 tòa B, Mulberry Lane, Hà Đông, Hà Nội)

Nói đến quỹ tích (tập hợp điểm), đa số học sinh sợ dạng toán này. Một vấn đề đặt ra cho người thầy là làm thế nào xóa được ấn tượng đó trong học sinh. Điều đó chỉ đạt được khi học sinh nắm được phương pháp suy nghĩ và tính chất riêng của bài toán. Chính vì vậy trong quá trình giảng dạy lí thuyết cũng như trong bài tập, người thầy cần cố gắng trình bày để học sinh nắm được những vấn đề sau:

- Hiểu được định nghĩa quỹ tích: quỹ tích những điểm M có tính chất α là một hình bao gồm tất cả những điểm có tính chất α và chỉ gồm những điểm đó. Tức là M có tính chất α thì suy ra M thuộc hình A và ngược lại nếu điểm M thuộc hình A thì M phải có tính chất α.

Hiểu thấu đáo vấn đề này học sinh mới thấy hết ý nghĩa và tầm quan trọng của cả hai phần thuận và đảo. Thường các em học sinh và giáo viên cũng hay coi thường và bỏ qua phần đảo (giáo viên chỉ chữa phần thuận, phần đảo để học sinh tự chứng minh nên đã tạo thói quen coi thường phần đảo).

- Nắm được các bước làm một bài toán quỹ tích gồm có:

* Bước 1. Dự đoán quỹ tích.
* Bước 2. Chứng minh phần thuận.
* Bước 3. Giới hạn quỹ tích.
* Bước 4. Chứng minh phần đảo.
* Bước 5. Kết luận quỹ tích.

Phần dự đoán quỹ tích có thể chỉ làm nháp mà không cần viết vào bài, nhưng nó là bước quan trọng để tìm ra hướng giải cho bài toán.

Học sinh nên nắm vững đặc trưng của từng dạng quỹ tích. Cho đến chương trình hình học lớp 8, quỹ tích thường gặp chủ yếu là hai dạng: dạng thẳng (đường thẳng, đoạn thẳng, nửa đường thẳng) và dạng tròn (đường tròn, cung tròn, một phần cung tròn).

* Dạng thẳng hay gặp là đường phân giác, đường trung trực, đường thẳng $MA^2 - MB^2 = k^2$ (các quỹ tích cơ bản).

* Dạng tròn: Cung chứa góc (bằng 90^o hoặc nhỏ hơn 90^o hoặc lớn hơn 90^o), đường tròn Apôlôniút $\frac{MA}{MB} = k \neq 1$, M nhìn 2 đoạn kề thẳng hàng dưới 2 góc bằng nhau...

Việc chứng minh những bài toán quỹ tích sẽ đưa về dạng quỹ tích cơ bản. Vì vậy học sinh cần nắm được tính chất của các quỹ tích cơ bản ấy.

Trên đây là một số vấn đề khái quát có tính chất lí thuyết. Sau đây là phương pháp làm các bước của một bài toán quỹ tích qua một số ví dụ.

Bước 1. Dự đoán quỹ tích

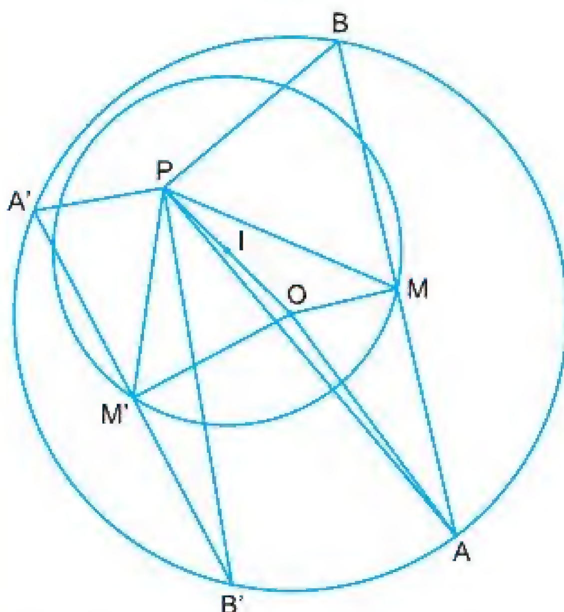
Như trên đã nói, ở cấp trung học cơ sở chủ yếu gặp 2 dạng hình của quỹ tích là dạng thẳng và dạng tròn. Phải làm thế nào cho học sinh đoán được quỹ tích này sẽ là đường gì?

Có mấy phương pháp để đoán nhận quỹ tích: đoán nhận bằng lí luận, đoán nhận bằng phần tử đặc biệt, phần tử vô tận, đoán nhận bằng vẽ nhiều vị trí khác nhau của điểm cần tìm quỹ tích. Đối với học sinh yếu, nên cho học sinh đoán bằng cách vẽ điểm cần tìm quỹ tích ở ít nhất 3 vị trí khác nhau. So sánh vị trí tương đối của các điểm đó ta sẽ dự đoán được hình dạng của quỹ tích (nếu các điểm thẳng hàng thì khi đó quỹ tích

có thể là đường thẳng, nếu có 3 điểm không thẳng hàng thì quỹ tích có thể là đường tròn,...).

Đối với học sinh khá hơn có thể dự đoán quỹ tích bằng phần tử đặc biệt, phần tử vô tận.

Ví dụ 1. Cho (O, R) với điểm P nằm trong đường tròn, $\widehat{APB} = 90^o$, hai điểm A và B thuộc đường tròn (O). Điểm M thuộc AB sao cho MA = MB. Tìm quỹ tích điểm M khi $\widehat{APB}$ quay quanh điểm P.



Dự đoán quỹ tích. Đối với bài toán này có thể dự đoán quỹ tích bằng phần tử đặc biệt như sau:

Xét $\widehat{APB}$ ở vị trí khi cạnh PA đi qua tâm O.

Nối OM ta được tam giác OMA vuông ở M.

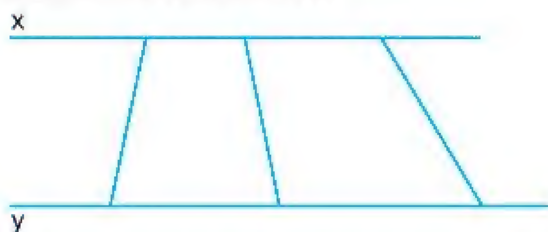
Khi đó $MO^2 + MA^2 = R^2$.

Trong tam giác vuông BPA có PM = MA.

Từ trên suy ra $MO^2 + MP^2 = R^2$.

Từ điều này ta có thể đoán quỹ tích là đường tròn dựa vào định lí Apôlôniút. Từ đó có hướng chứng minh đối với một vị trí bất kì.

Ví dụ 2. Tìm quỹ tích các điểm chia các đoạn thẳng tựa trên 2 đường thẳng song song cho trước theo một tỉ số cho trước.



Dự đoán quỹ tích. Đối với bài này nên dự đoán bằng phần tử vô tận.

Ta thấy 2 đường thẳng song song dài vô tận nên các đoạn thẳng tựa trên 2 đường thẳng ấy cũng có thể ở xa vô tận.

Do vậy phải có những điểm chia chúng ở xa vô tận, từ đó quỹ tích phải là đường thẳng hoặc nửa đường thẳng.

Nhưng trường hợp này, vô tận cả 2 phía nên ta có thể dự đoán quỹ tích là đường thẳng.

Bước 2. Sau khi dự đoán quỹ tích, bắt đầu bước vào chứng minh phần thuận.

Để chứng minh phần này cần xác định được những yếu tố cố định, không đổi và những yếu tố thay đổi. Trên cơ sở đó dựa vào tính chất các dạng quỹ tích đã phân loại ở trên và dự đoán của mình để chứng minh.

Nếu dự đoán là dạng thẳng thì xét xem điểm cần tìm quỹ tích có thể nằm trên đường phân giác của một góc cố định nào đó, hoặc nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng cố định hay đường mà hiệu của các bình phương khoảng cách đến hai điểm cố định hay không?

Nếu dự đoán là đường tròn thì hãy cố gắng chứng minh xem góc tại điểm đó nhìn một đoạn thẳng cố định có bằng 90^o hay không? Có thay đổi hay không? Hoặc có thỏa mãn điều kiện của đường tròn Apôlôniút hay không? (xét tỉ số, hoặc 2 góc).

Ví dụ 3. *(Chứng minh phần thuận của ví dụ 1)*

Ta đã dự đoán quỹ tích trong ví dụ 1 là đường tròn, mà 2 điểm cố định là P và O nên bây giờ cần phải chứng minh $MP^2 + MO^2 = k^2$. Ở đây trong bước dự đoán ta đã thấy $k^2 = R^2$ nên sẽ chứng minh $MP^2 + MO^2 = R^2$.

Điều này chứng minh được dựa vào công thức đường trung tuyến và hệ thức lượng trong tam giác vuông (bạn đọc tự chứng minh chi tiết).

Chú ý. Trong phần thuận lưu ý cho học sinh: chưa được dùng từ "quỹ tích". Trong ví dụ trên, sau khi chứng minh được $MP^2 + MO^2 = R^2$ nếu học sinh trả lời: "Do đó quỹ tích của M là đường tròn tâm I bán kính r, trong đó I là trung điểm của PO, $r = \frac{1}{2}\sqrt{2R^2 - OP^2}$." là sai. Chỉ có thể được dùng từ "quỹ tích" khi đã chứng minh xong phần đảo.

Bước 3. Giới hạn quỹ tích

Phương pháp thông thường để giới hạn quỹ tích là xét các vị trí đặc biệt của điểm cần tìm quỹ tích trong quá trình nó thay đổi.

Ví dụ 5. Cho (O) với đường kính AB cố định và M di chuyển trên (O). Lấy điểm I thuộc tia đối của tia MA sao cho IM = 2MB. Tìm quỹ tích điểm I.

Hướng dẫn. Sau khi chứng minh được điểm I thuộc 2 cung chứa góc MIB cố định, ta xét các vị trí đặc biệt sau:

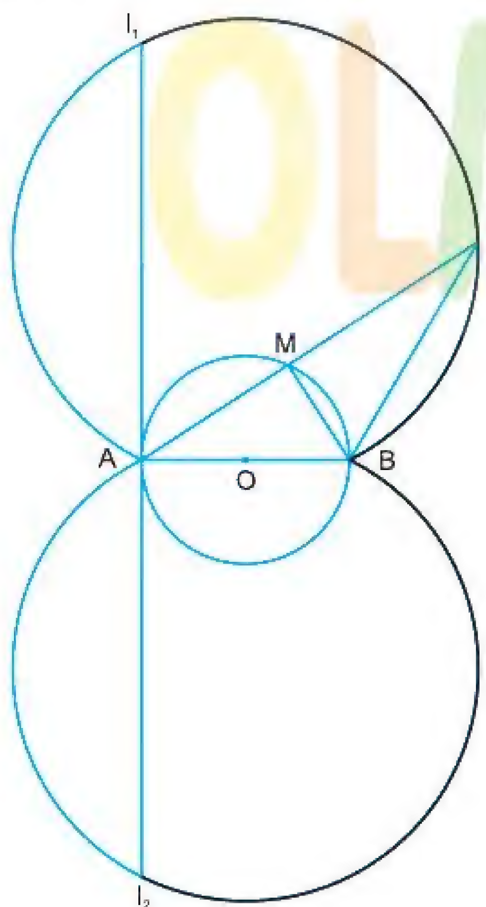
- Khi M chạy trên nửa đường tròn, thì điểm I có chạy hết cung chứa góc phía trên không?

Ta thấy điểm M trùng với điểm B nên MB = 0.

Mà lại có IM = IB.

Vậy ta có IB = 2. 0 = 0, điều này chứng tỏ I trùng với B.

- Khi M di chuyển đến điểm A thì MA trở thành tiếp tuyến của đường tròn tại tiếp điểm A. Khi đó I trùng với I_1.



- Cho M di chuyển tiếp trên nửa đường tròn dưới từ B đến khi M trùng với A. Khi đó I trùng với I_2.

Như vậy ở mọi vị trí không có điểm I nào rơi vào phần cung $\overset{\frown}{I_1A}$ và $\overset{\frown}{AI_2}$.

Vậy quỹ tích chỉ là 2 đoạn cung I_1B và BI_2.

Chú ý. Nhiều khi học sinh làm phần giới hạn sau khi đã chứng minh phần đảo. Nhưng thiết nghĩ dứt khoát phần này phải làm trước phần đảo, bởi có như thế mới tránh được trường hợp điểm lấy để chứng minh phần đảo lại rơi đúng vào phần không nằm trong giới hạn, lúc đó không thể chứng minh được.

Bước 4. Chứng minh phần đảo.

Thông thường nếu một bài toán quỹ tích mà **tính chất α** chỉ gồm 1 tính chất thì phần đảo thường được tiến hành là: lấy một điểm bất kì thuộc hình A, phải chứng minh nó có tính chất α. Dạng này tương đối đơn giản.

Học sinh thường gặp khó khăn trong những bài có nhiều giả thiết. Tức là những điểm M có từ hai tính chất trở lên. Giáo viên phải hướng dẫn cho học sinh cách đảo bộ phận.

Nghĩa là: nếu phải tìm quỹ tích M thỏa mãn tính chất α, β phần thuận đã chứng minh M thuộc hình A. Vậy thì phần đảo sẽ là: lấy M thuộc A, M có tính chất α (hoặc β). Chứng minh M có tính chất β (hoặc α).

Ví dụ 4. *(Chứng minh phần đảo của ví dụ 1)*

Theo đề bài cho thì M thỏa mãn hai tính chất MA = MB và $\widehat{APB} = 90^o$.

Phần thuận đã chứng minh M thuộc (I, r). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với MO cắt (O) tại A và B. Nối A, B với P. Chứng minh $\widehat{APB} = 90^o$ và MA = MB.

Chú ý. Trong phần đảo cần lưu ý cho học sinh rằng kết luận của phần thuận bao giờ cũng phải là điểm xuất phát của phần đảo.

Trong ví dụ trên nếu đảo là vẽ $\widehat{APB} = 90^o$, AB cắt (I, r) tại M. Cần chứng minh MA = MB. Cách này không hợp lí vì nếu trường hợp AB không cắt đường tròn (I) thì không tồn tại điểm M thuộc (I). Vì vậy trong nhiều cách đảo bộ phận, học sinh phải biết chọn cách nào là hợp lí.

Bước 5. Kết luận quỹ tích

Phần này đơn thuần chỉ kết luận lại quỹ tích của bài toán là gì, dựa vào phần thuận và phần đảo.

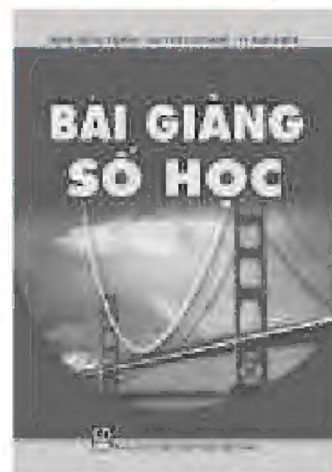
TỦ SÁCH TOÁN TUỔI THƠ



Số trang: 172; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.



Số trang: 188; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.



Số trang: 136; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 23 000 đồng.



Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 22 000 đồng.



Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 35 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2013
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 145 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2009
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 75 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2015
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 165 000 đồng.

BẠN ĐỌC CÓ THỂ ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC VỚI MÃ ĐẶT CÁC ẤN PHẨM NHƯ SAU: Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2015: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2015: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2014: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2014: **C169.5**; Tuyển chọn 10 năm Toán Tuổi thơ - Các chuyên đề toán chọn lọc THCS: **C169.7**; 279 Bài toán hình học phẳng Olympic các nước: **C169.8**; Bài giảng số học: **C169.6**.

Vui cười



KHÔNG GIỐNG

Tí: - Này Tèo, sao bài thơ của cậu lại giống hệt bài của người khác đã đăng trên báo?

Tèo: - Không giống hệt đâu. Tớ kí tên khác. Người đó kí tên khác.



DỄ THẾ...

Tí: - Tèo này, cậu có biết người vụng chèo khéo chống là người như thế nào không? Chị tớ đố tớ mà tớ chịu, không trả lời được.

Tèo: - Là người lái đò. Dễ thế mà cậu cũng chịu à?



ĐẸP

Tí: - Tèo ơi, cậu thấy chữ tớ có đẹp không?

Tèo: - Đẹp.

Tí: - Đẹp thế nào?

Tèo: - Bay bướm, các nét như hòa quyện vào nhau...

Tí: - Ôi, cậu đúng là người hiểu tớ!

Tèo: - Nhưng mà...

Tí: - Nhưng mà sao?

Tèo: - Không dịch ra được.



KHÔNG QUEN TAY

Tí: - Này Tèo, bài văn hôm qua của cậu sao lắm lỗi chính tả thế?

Tèo: - Tại hôm qua bút của tớ bị hỏng, tớ phải mượn bút bạn khác.

Tí: - Bút thì liên quan gì?

Tèo: - Bút lạ, viết không quen tay, khó viết lắm. Thế nên tớ đành phải viết đại đi mà không nghĩ đến lỗi chính tả nữa.

Tí: - Cậu đúng là vừa vụng chèo vừa vụng chống!

ĐỖ HỒNG THỊNH

(Xóm 11, Xuân Thành, Xuân Trường, Nam Định)



Tuổi của một số thiết bị, vật dụng và công nghệ

BÍNH NAM HÀ

Năm 2016 này là tròn:

70 năm máy tính điện tử ra đời tại Mỹ
75 năm thuốc kháng sinh được tìm ra ở Anh
95 năm cách tiêm phòng bệnh lao phát minh ra ở Pháp
100 năm ống catốt ra đời tại Mỹ
115 năm người Pháp chế tạo được thủy phi cơ
120 năm phóng xạ nguyên tử được phát hiện ở Pháp
130 năm người Anh chế ra ngư lôi
135 năm tàu điện ra đời ở Đức
140 năm điện thoại ra đời ở Mỹ
220 năm công nghệ in litô ra đời ở Đức
225 năm người Đức chế tạo được hóa phẩm sút
230 năm người Anh chế tạo được máy bơm nước
230 năm chữ Quốc tế ngữ xuất hiện
230 năm máy kéo chỉ ra đời ở Anh
295 năm chuông giật được chế tạo ở Anh
305 năm người Pháp làm ra máy hơi nước
365 năm người Hà Lan chế ra đồng hồ quả lắc





150 năm mô tô hơi ra đời ở Pháp
170 năm người Mỹ tiến hành gây mê để phẫu thuật
175 năm người Anh phát minh ra phim chụp ảnh
200 năm người Pháp phát minh ra đèn hầm mỏ
410 năm máy tính kiểu Pascal của Pháp
480 năm ngành phẫu thuật ra đời ở Pháp
975 năm Trung Quốc phát minh ra chữ in
1020 năm đồng hồ dây cót giật ra đời ở Trung Quốc



Hỏi: Anh Phó ơi! Em muốn học giỏi cả môn toán, cả môn văn và môn tiếng Anh nữa thì em phải học như thế nào để làm được điều đó?

VŨ THỊ MAI

(THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Đáp:

Chỉ có chăm đọc sách thôi
Sách hay kim cổ hiểu đời qua văn
Học Anh đọc sách tiếng Anh
Làm trong sách toán bài thành dễ đi
Viết điều mình nghĩ mỗi khi
Tìm ra cái mới ắt thì giỏi hơn.



Hỏi: Sắp đến ngày Nhà giáo Việt Nam 20-11 rồi, em muốn làm một việc thật ý nghĩa để chúc mừng các thầy cô giáo, anh gợi ý cho em được không ạ?

ĐỖ THU HÀ

(6A8, THCS Thành Công, Ba Đình, Hà Nội)

Đáp:

Thầy vui khi trò giỏi
Trò giỏi điểm phải cao
Em phải gắng làm sao
Tháng này nhiều điểm tốt
Và nuôi thêm mơ ước
Mai sau thầy tự hào
Trò ngày nào là em.



Hỏi: Ở trường em có một anh học rất giỏi môn toán, khi được hỏi tại sao anh lại học tốt môn toán như vậy thì anh nói rằng: Anh thường xuyên tự đọc sách, đọc và giải bài trên tạp chí Toán Tuổi thơ, nhờ vậy mà anh nắm chắc kiến thức trên lớp và tiếp thu các kiến thức mới. Em phải làm gì để cũng học giỏi như anh ấy ạ?

TTKC

(THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, Thanh Hóa)

Đáp:

Kiển tố vừa đố vừa giải
Em hỏi xong đáp đàng hoàng
Thường xuyên đọc, đọc và làm
Học đi đôi với hành là thế
Anh chỉ góp thêm một tí
Bên cạnh đọc Toán Tuổi thơ
Còn cần đọc thêm sách nữa.

ANH PHÓ



CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(164+165). Tìm số $\overline{abcde}$, biết $\overline{abcde} = a.b.c.d.e.45$.

LẠI QUANG THỌ *(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

Bài 2(164+165). Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm M. Tìm giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2 + MC^2$.

CAO NGỌC TOẢN *(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)*

CÁC LỚP THCS

Bài 3(164+165). Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $(a-b)\sqrt[3]{1-c^3} + (b-c)\sqrt[3]{1-a^3} + (c-a)\sqrt[3]{1-b^3} = 0$.

Chứng minh rằng $\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)} + abc = 1$.

LƯU LÝ TƯỞNG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Bài 4(164+165). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{3a^2+4ab+3b^2}}{ab} + \frac{\sqrt{3b^2+4bc+3c^2}}{bc} + \frac{\sqrt{3c^2+4ca+3a^2}}{ca},$$

trong đó các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

MAI VĂN NĂM *(GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình)*

Bài 5(164+165). Trên một mặt bàn vẽ hình chữ nhật 3×6 ô vuông và trong mỗi ô vuông có 1 viên sỏi. Hồng muốn thực hiện trò chơi sau: Cứ mỗi lần Hồng sẽ chọn hai ô vuông và bốc ở mỗi ô vuông 1 viên sỏi đặt sang ô kề bên (hai ô kề nhau là hai ô có 1 cạnh chung). Hồng hỏi Hà, phải thực hiện việc chuyển các viên sỏi ít nhất bao nhiêu lần thì đưa được 18 viên sỏi vào một ô vuông. Hà nghĩ mãi mà chưa có câu trả lời, bạn hãy giúp Hà tìm câu trả lời nhé.

TẠ TOÀN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 6(164+165). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) với AB < AC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt BC tại T. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O. Đường thẳng DB cắt OT tại E và cắt AT tại F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF cắt EO tại G khác E. Chứng minh rằng tâm đường tròn nội tiếp tam giác AGB nằm trên đường tròn (O).

TRẦN QUANG HÙNG *(GV. trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(164+165). Find the number $\overline{abcde}$ given that $\overline{abcde} = a \times b \times c \times d \times e \times 45$.

2(164+165). Given a right isosceles triangle with the right angle at *A*. Let *M* be a point on the side *BC*. Find the minimum value of $MA^2 + MB^2 + MC^2$.

3(164+165). Given the real numbers *a*, *b*, and *c* which are pair-wise distinct such that $(a-b)\sqrt[3]{1-c^3} + (b-c)\sqrt[3]{1-a^3} + (c-a)\sqrt[3]{1-b^3} = 0$. Prove that $\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)} + abc = 1$.

4(164+165). Find the minimum value of the expression

$$P = \frac{\sqrt{3a^2+4ab+3b^2}}{ab} + \frac{\sqrt{3b^2+4bc+3c^2}}{bc} + \frac{\sqrt{3c^2+4ca+3a^2}}{ca},$$ where *a*, *b*, and *c* are positive real numbers such that $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

5(164+165). On a table top, a rectangle containing 3×6 small squares is drawn and a stone is put in each of the squares. Hồng plays a game as follows: in each turn, she chooses 2 squares, takes one stone from each square and puts it in an adjacent square (2 adjacent squares are ones sharing a side). Hồng asks Hà how many turns are needed to put all the 18 stones into one single square. Hà has been thinking but has not found the answer. Can you help her find the answer?

6(164+165). Let *ABC* be an acute triangle inscribing a circle (*O*) where *AB* < *AC*. The tangent to the circle at *A* intersects *BC* at *T*. Let *D* be the reflection of the point *A* through the point *O*. The line *DB* intersects *OT* at *E* and intersects *AT* at *F*. The circumcircle of the triangle *AEF* intersects the line *EO* at another point *G*. Prove that the center of the incircle of the triangle *AGB* lies on the circle (*O*).

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ



● Ngày 6.10.2016, tại trường THCS Giảng Võ, Q. Ba Đình, Hà Nội đã diễn ra chương trình *Ngày Hội sách*. Tới dự có TS. Vũ Đình Chuẩn, Vụ Trưởng Vụ Giáo dục Trung học, Bộ Giáo dục và Đào tạo; ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; ông Nguyễn Quang Trung, Phó Chủ tịch UBND quận Ba Đình, ... ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã có bài nói chuyện về toán. Sau đó, các em học sinh tham gia chương trình *Toán học Muôn màu và Lí thú* với nhiều trò chơi toán học hấp dẫn. Tạp chí Toán Tuổi thơ đã có các câu đố toán vui có thưởng dành cho các em học sinh. Các em học sinh yêu các môn Khoa học Xã hội tham gia chương trình Ngày Hội sách, mở trang sách dệt ước mơ với nhiều hoạt động bổ ích. Các em học sinh lớp 8 và lớp 9 tham gia giới thiệu các cuốn sách và tạp chí mình yêu thích. Tạp chí Toán Tuổi thơ đã có gian hàng tham gia triển lãm và gửi tạp chí tặng tất cả các em học sinh.

● Ngày 16.10.2016, trường THPT chuyên Đại học Vinh, Nghệ An đã tổ chức Lễ kỉ niệm 50 năm thành lập. Đến dự có ông Uông Chu Lưu, Phó Chủ tịch Quốc hội nước CHXHCN Việt Nam; TS. Nguyễn Thị Nghĩa, Thứ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo; GS. TS. Nguyễn Hữu Dư, Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam; ông Nguyễn Văn Thông, Phó Bí Thư Tỉnh ủy Nghệ An cùng các vị đại biểu, các thầy cô giáo đã từng giảng dạy tại trường và các thế hệ học sinh. Tiền thân là lớp chuyên Toán đặc biệt với 36 học sinh bắt đầu học từ tháng 10.1966 tại xã miền núi Thạch Bình, Thạch Thành, Thanh Hóa trong điều kiện rất khó khăn.

Sau đó các năm 1970 đến 1973 Khối Chuyên toán lần lượt sơ tán ở Quỳnh Nghĩa, Quỳnh Minh huyện Quỳnh Lưu, Diễn Trường, huyện Diễn Châu, Phú Thành, Hậu Thành, huyện Yên Thành. Năm 1974 Khối trở về TP. Vinh.



Cựu học sinh chuyên toán Đại học Vinh khóa 5

Nhà trường đã có gần 280 học sinh giỏi cấp Quốc gia; có 12 học sinh đạt giải Toán Quốc tế (IMO) và Toán Khu vực Châu Á Thái Bình Dương (APMO). Nguyên Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam Phạm Thế Long, Viện trưởng Viện Toán học Việt Nam Lê Tuấn Hoa, nguyên Phó Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ Lê Thống Nhất, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ, Phó Tổng Thư kí Hội Toán học Hà Nội Vũ Kim Thủy, Chánh văn phòng Hội đồng Quốc gia giáo dục Trần Đình Châu, ... từng là học sinh chuyên toán Đại học Vinh. Ghi nhận những thành tích đã đạt được, trường THPT chuyên Đại học Vinh đã được Chủ tịch nước Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Ba và nhiều Bằng khen.

PV



HOA TULIP


Ảnh: Vũ Thanh Hà

Từ Hà Lan và châu Âu, những cánh hoa tulip đẹp lạ lùng đã đến nước ta và ở lại đây. Cũng thật khó khăn cho loài hoa yêu xứ lạnh sống trên đất nước nhiệt đới. Mùa xuân, hoa khoe sắc trong các gia đình thành phố: Hà Nội, Nam Định, Hải Phòng, Đà Lạt, ... Lá vươn cao, cuống hoa thẳng khỏe khoắn. Cánh hoa cũng hướng thẳng lên trên mà thoạt nhìn ta cứ tưởng hoa làm bằng vật liệu nhựa. Một vẻ đẹp không lộng lẫy nhưng kiêu sa thu hút ánh nhìn của người ngưỡng mộ tulip.

Bạn hãy viết một bài viết về vẻ đẹp của bức ảnh này. Tòa soạn chờ bài viết tốt của bạn để đăng và bạn sẽ có phần thưởng.

MORIS VŨ

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH







Từ trái sang phải: Nguyễn Thùy Dương, Khổng Thị Thu Thủy, Nguyễn Thị Quỳnh Anh, Nguyễn An Na, Bùi Thị Minh Thư.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT164M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2016.